VALERIU PETCU MIRCEA SOARE

CARMEN SVASTA

AUTOMATIZAREA CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII

programe BASIC



EDITURA TEHNICĂ

CUPRINS

CONTENTS

INTRODUCERE

Activitatea de concepere, de dimensionare și de verificare a structurilor de rezistență ale construcțiilor furnizează în permanență probleme curente de mare frecvență, cu aspecte teoretice bine studiate, dar a căror rezolvare numerică necesită efectuarea unui volum mare de calcule. În stadiul actual al dezvoltării tehnicii de calcul, folosirea *microcalculatoarelor* ca instrumente de calcul automat adecvate rezolvării unor astfel de probleme, cînd amploarea lor este moderată, a devenit o practică firească în țările cu realizări concrete în domeniul informaticii.

Activitatea de dezvoltare accelerată a informaticii în țara noastră, stimulată prin măsurile și hotărîrile conducerii superioare de Partid și de Stat, a avut ca rezultat, între alte realizări de prestigiu, construcția microcalculatoarelor FELIX M-18 și FELIX M-118. Aceste microcalculatoare folosesc limbajul conversațional BASIC ca principal limbaj evoluat de programare, ale cărui avantaje sînt larg apreciate pe plan internațional.

Unul dintre cele mai fructuoase domenii de folosire a microcalculatoarelor este cel al calculului elementelor și substructurilor care intră în alcătuirea structurilor de rezistență ale construcțiilor. Într-adevăr, o astfel de activitate conduce la rezolvarea unui mare număr de probleme curente, de amploare medie, cu un grad înalt de repetabilitate. Majoritatea acestora au ca trăsătură caracteristică obținerea de soluții în mai multe variante, în vederea selectării ulterioare a aceleia care corespunde cel mai bine criteriului economic acceptat, sau care asigură, de exemplu, o distribuție avantajoasă a materialelor de construcție ca volum, forme și dimensiuni pe ansamblul structurii analizate. O primă realizare pe această linie de preocupări este reprezentată de volumul intitulat *„Calculul automat al elementelor din beton armat — Programe BASIC"*, publicat de Editura Tehnică la începutul anului 1986 (autori conf. dr. ing. Valeriu Petcu și ing. Carmen Svasta, consultant științific acad. Ștefan Bălan).

Avînd în permanență ca obiectiv general extinderea cît mai cuprinzătoare a automatizării calculului în procesele de dimensionare și de verificare ale elementelor de construcție și ale structurilor în ansamblu, prin folosirea în exclusivitate a microcalculatoarelor, activitatea desfășurată în continuare în acest domeniu a avut ca rezultat elaborarea materialului cuprins în acest volum. Scopul urmărit constă în prezentarea aplicării principiilor, metodelor și relațiilor de calcul specifice Mecanicii construcțiilor, folosind prin mijloace automate calculul, atît în domeniul elastic cît și în domeniul plastic, la rezolvarea unor probleme caracteristice care apar în calculul de rezistență al construcțiilor în general.

Principalele trăsături definitorii ale lucrării constau în :

a) Rezolvarea problemelor propuse prin utilizarea microcalculatoarelor de producție românească FELIXM-18 și FELIX M-118 ;

b) Folosirea limbajului de programare BASIC la scrierea programelor de calcul ;

c) Prezentarea completă a celor mai semnificative organigrame (scheme logice), cu toate detaliile necesare scrierii direct a programelor de calcul corespunzătoare ;

d) Reproducerea integrală a programelor de calcul elaborate și a rezultatelor rulării acestora pentru exemplele ilustrative considerate, însoțite de toate explicațiile necesare pentru însușirea deplină a conținutului lor și pentru interpretarea corectă a rezultatelor obținute.

Observaţii. 1. Programele elaborate pot fi rulate nu numai pe microcalculatoare Felix M-18 şi M-118, dar şi pe orice alte microcalculatoare care folosesc limbajul de programare BASIC. Eventuale modificări pot apărea numai dacă acest limbaj prezintă variante de exprimare specifice microcalculatoarelor utilizate.

2. Numărul de organigrame prezentate este intenţionat mai mic decît cel al programelor de calcul nu numai pentru micşorarea volumului lucrării, ci în primul rînd pentru a constitui exemple semnificative privind modul în care acestea pot fi construite şi pentru a stimula, totodată, pe utilizatorii care doresc să-şi însuşească tehnica programării, de a reconstrui organigramele lipsă pe baza programelor de calcul respective.

Aceste trăsături fac ca lucrarea să reprezinte o contribuţie majoră la acţiunea de dezvoltare a unei biblioteci cuprinzătoare de programe de calcul pe microcalculatoare, consacrate calculului de rezistenţă în construcţii.

Lucrări asemănătoare există într-un număr foarte mic în literatura de specialitate străină, toate avînd particularitatea tratării — nu întotdeauna complete şi explicite — a unor cazuri cu totul elementare, în care, după părerea noastră, efortul de programare sau de rulare a programului este mai mare decît cel necesar rezolvărilor pe minicalculatoare portabile [12, 26].

De aceea, alegerea aplicaţiilor prezentate în acest volum s-a făcut astfel încît ele să prezinte un interes practic efectiv şi un anumit grad de complexitate, care să justifice elaborarea unui program de calcul automat şi a rulării acestuia pentru obţinerea soluţiilor respective.

Volumul cuprinde cinci părţi.

Prima parte se referă la aspectele generale ale automatizării calculului de rezistenţă în construcţii, şi cuprinde categoriile de probleme studiate, domeniile în care se efectuează calculul şi considerat.ile avute în vedere la elaborarea şi sistematizarea organigramelor şi programelor de calcul automat.

Partea a doua este consacrată stărilor de tensiune şi de deformaţie atît în problema plană cît şi în problema spaţială.

În *partea a treia* se rezolvă probleme specifice barei drepte. Astfel, se determină caracteristicile geometrice ale secţiunilor, încărcările critice de pierdere a stabilităţii echilibrului elastic, eforturile secţionale şi deplasările în teoria de ordinul II, deplasări şi eforturi la grinzi pe mediu elastic, precum şi ordonatele liniilor de influenţă la astfel de grinzi.

Partea a patra se referă la sistemele de bare, atenţia fiind concentrată asupra sistemelor planare, asupra reţelelor alcătuite din grinzi drepte şi asupra reţelelor alcătuite din grinzi circulare.

În sfîrşit, *partea a cincea* se ocupă cu calculul plăcilor plane şi cu calculul plăcilor curbe. În cadrul acestei părţi este dată o mare dezvoltare calculului în domeniul plastic al plăcilor plane din beton armat, care prezintă o mare importanţă din punct de vedere economic şi constructiv.

Toate problemele tratate sînt însoţite de exemple ilustrative de calcul.

Este evident că cele 26 de programe de calcul automat conţinute de acest volum nu epuizează problemele de Rezistenţa materialelor. Pe lîngă utilitatea lor intrinsecă, ele au rolul de a constitui un imbold major în direcţia introducerii şi dezvoltării programării automate în calculele de rezistenţă pe care le au de efectuat nu numai studenţii facultăţilor tehnice, dar şi inginerii de diferite specialităţi.

În legătură cu aceasta se subliniază că multe dintre cele 26 de programe de calcul îşi au originea în studii elaborate de autori în cadrul activităţii lor de integrare a învăţămîntului superior cu cercetarea ştiinţifică şi producţia.

În ansamblu, lucrarea este destinată elaboratorilor de proiecte pentru Structurile de rezistenţă ale construcţiilor, precum şi studenţilor facultăţilor de construcţii.

Partea întîi. ASPECTE GENERALE ALE AUTOMATIZĂRII CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII

1. PROBLEME ALE CALCULULUI DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚII

1.1. CATEGORII DE PROBLEME

Problemele cu care se ocupă Mecanica construcţiilor pot fi grupate în patru categorii principale, şi anume:

Categoria I, referitoare la determinarea stărilor de tensiune şi de deformaţii. În funcţie de condiţiile concrete de comportare a elementelor de construcţie studiate, aceste stări pot fi plane sau spaţiale.

Problemele din această categorie apar, de regulă, bine conturate atît ca enunţ cît şi ca mod de rezolvare. Ele sînt exemplificate în această lucrare prin considerarea a două cazuri izvorîte din practica proiectării construcţiilor hidrotehnice, primul referindu-se la starea plană, iar cel de al doilea la starea spaţială de eforturi şi de deformaţii.

Categoria II, care se ocupă cu tratarea celor mai semnificative aspecte ale comportării barelor drepte. Acestea se referă la stabilirea eforturilor secţionale, determinarea tensiunilor, deformaţiilor şi deplasărilor, verificarea stabilităţii echilibrului elastic.

Studierea acestor aspecte introduce în calcul caracteristici geometrice de diferite tipuri ale secţiunilor transversale ale barelor, şi anume: arii, momente statice, momente de inerţie axiale şi momente de inerţie centrifugale, moduli de rezistenţă elastici şi plastici, precum şi factori sintetici care includ în expresiile lor combinaţii ale acestor caracteristici. Determinarea acestor caracteristici, în cazul secţiunilor compuse, reprezintă în majoritatea cazurilor o operaţie laborioasă. De aceea, în lucrare se acordă o atenţie deosebită acestei probleme, prin considerarea şi rezolvarea, din punct de vedere geometric, al unui număr important de secţiuni compuse, întîlnite curent în practică.

Volumul de faţă nu se ocupă cu problema determinării tensiunilor şi deformaţiilor la care sînt supuse secţiunile barelor cu axa dreaptă. Omisiunea este justificată prin faptul că aceste determinări, care sînt specifice operaţiilor de dimensionare şi de verificare a unor astfel de elemente, reprezintă

o problemă amplă, de sine stătătoare, a cărei soluționare este influențată hotărîtor de caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor de construcție folosite, precum și de modul de asociere a acestora pentru alcătuirea elementelor de construcție respective. De aceea, ea urmează a fi tratată în volume separate, în funcție de materialul de construcție folosit. Un exemplu în acest sens îl constituie volumul deja apărut, referitor la calculul automat al elementelor din beton armat [22], lucrări privind calculul automat al elementelor din oțel și al elementelor din beton precomprimat fiind în curs de pregătire.

Referitor la verificarea stabilității echilibrului elastic al barelor cu axa dreaptă, în această lucrare sînt tratate două situații pentru care nu există soluții sub formă finită. Prima situație se referă la flambajul barelor comprimate, iar a doua la flambajul cu încovoiere. În cea de a doua situație se tratează și calculul eforturilor secționale și al deplasărilor în teoria de ordinul II. Exemplificările prezentate sînt de natură a indica modul de abordare și de soluționare pe cale automată a problemelor respective, aspectele concrete, cu caracter numeric, specifice barelor din metal, urmînd a fi tratate mai pe larg în volumul referitor la calculul automat al elementelor din oțel.

În sfîrșit, determinarea deplasărilor și eforturilor la grinzi pe mediu elastic, precum și calculul ordonatelor liniilor de influență la astfel de grinzi fac obiectul a două exemplificări specifice disciplinei la care se referă această lucrare.

Categoria III, care cuprinde sistemele de bare. Dintre acestea se consideră ca fiind cele mai semnificative rețelele spațiale din bare articulate la capete, solicitate la întindere sau la compresiune centrică, de tipul structurilor planare, rețelele plane de grinzi drepte care intră în alcătuirea planșeelor casetate din beton armat, precum și rețelele plane de grinzi inelare întîlnite la planșeele din beton armat cu alcătuiri speciale. Automatizarea calculului eforturilor la fiecare dintre aceste trei tipuri de rețele de bare face obiectul cîte unui capitol separat în cadrul acestei lucrări.

Categoria IV, în care sînt incluse plăcile curbe subțiri și plăcile plane.

În general, determinarea eforturilor și deformațiilor la plăcile curbe subțiri folosite în construcții, prin folosirea calculului automat, conduce la programe de mare amploare, a căror rulare poate fi făcută numai pe calculatoare de mare capacitate. Ele depășesc deci cadrul acestei lucrări, care este axată pe folosirea exclusivă a microcalculatoarelor. Cu toate acestea, în acest domeniu pot apărea probleme deosebit de importante, a căror rezolvare conduce la programe de calcul de amploare medie. Una dintre ele, căreia i se consacră un capitol în cadrul acestui volum, este cea a conlucrării în structuri cu plăci subțiri de rotație

În sfîrșit, plăcile plane reprezintă unul dintre grupurile de elemente de construcție cu o largă răspîndire și aplicare în practică, în cadrul căruia plăcile din beton armat reprezintă o majoritate covîrșitoare. Corespunzător ponderii pe care aceste plăci o au în alcătuirea structurilor din beton armat, în lucrare li se consacră un spațiu amplu, în cuprinsul căruia sînt tratate plăcile avînd forme, condiții de rezemare și scheme de încărcare curent folosite în construcții. În toate cazurile considerate, prin programele de calcul elaborate se urmărește determinarea eforturilor secționale caracteristice, a reacțiunilor din rezemări și a mărimii parametrilor care caracterizează schemele de cedare respective.

1.2. DOMENII DE CALCUL

Din punctul de vedere al comportării materialelor de construcţie sub acţiunea încărcărilor, calculul de rezistenţă al elementelor de construcţie şi al structurilor în ansamblu poate fi efectuat, în prezent, pe baza uneia dintre următoarele două ipoteze:

— ipoteza *comportării perfect elastice* a materialelor, a cărei imagine grafică este reprezentată de o diagramă caracteristică monoliniară (fig. 1.1). Această imagine arată că între tensiunea normală σ şi deformaţia specifică corespunzătoare ε există o proporţionalitate directă pînă în momentul atingerii rezistenţei limită R a materialului;

— ipoteza *comportării ideal elasto-plastice* a materialelor, a cărei imagine grafică este reprezentată de o diagramă caracteristică biliniară (fig. 1.2). Această imagine arată că între tensiunea normală σ şi deformaţia specifică corespunzătoare ε există o proporţionalitate directă pînă în momentul atingerii rezistenţei R a materialului, după care materialul se deformează teoretic nelimitat sub acţiunea unei tensiuni constante, egale cu rezistenţa limită R.

În ambele ipoteze, pentru tensiuni maxime inferioare rezistenţei limită a materialului se realizează o *comportare liniar-elastică* a acestuia. Din această cauză, calculul elementelor de construcţie efectuat cu condiţia ca în toate punctele materialului să fie satisfăcută inegalitatea $\sigma < R$ poartă denumirea de *calcul în domeniul elastic*.

În cazul materialelor *ideal elasto-plastice* (ipoteza a doua), depăşirea deformaţiei specifice limită ε_r, corespunzătoare rezistenţei limită R, atrage după sine deformarea plastică a materialelor. Ca urmare, rezistenţa limită R şi deformaţia specifică limită ε_r separă două domenii de comportare a materialelor: domeniul de comportare liniar-elastică pentru $\sigma < R$ şi respectiv $\varepsilon < \varepsilon_r$ şi domeniul de comportare perfect plastică pentru $\sigma = R$ şi $\varepsilon > \varepsilon_r$. Prin definiţie, calculul elementelor de construcţie efectuat în această din urmă situaţie, cînd $\sigma = R$ şi $\varepsilon > \varepsilon_r$ poartă denumirea de *calcul în domeniul plastic*.

Problemele care apar în calculul de rezistenţă al elementelor de construcţie şi al structurilor în ansamblu pot fi rezolvate fie numai printr-un calcul în domeniul elastic, fie prin folosirea atît a calculului în domeniul elastic cît şi

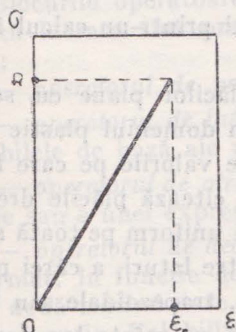


Fig. 1.1

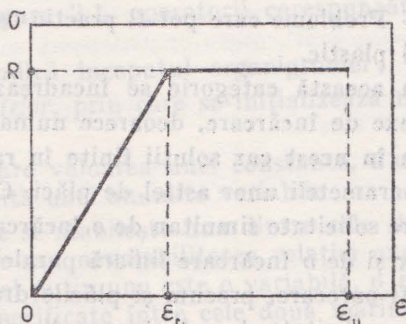


Fig. 1.2

a calculului în domeniul plastic, fie numai printr-un calcul în domeniul plastic. Calea de urmat este funcţie de posibilităţile oferite de fiecare dintre cele două tipuri de calcule, de particularităţile problemelor studiate şi de scopurile urmărite.

Din acest punct de vedere, lucrarea de faţă conţine :

— Probleme care se rezolvă numai printr-un calcul în domeniul elastic şi anume :

— stări plane de tensiune şi de deformaţie ;
— stări spaţiale de tensiune şi de deformaţie ;
— flambajul barelor comprimate ;
— flambajul cu încovoiere şi calculul în teoria de ordinul II ;
— deplasări şi eforturi la grinzi pe mediu elastic ;
— linii de influenţă la grinzi pe mediu elastic ;
— încovoierea cilindrică a structurilor plane ;
— reţele inelare ;
— conlucrare în structuri cu plăci subţire de rotaţie.

— Probleme care pot fi rezolvate fie printr-un calcul în domeniul elastic fie printr-un calcul în domeniul plastic, cum sînt, de exemplu :

— planşee casetate cu grinzi ortogonale ;
— planşee casetate cu grinzi diagonale ;
— plăci plane.

Observaţii. 1. Calculul în domeniul elastic al reţelelor de grinzi care intră în alcătuirea planşeelor casetate a făcut obiectul unor numeroase studii publicate atît în ţară cît şi în străinătate. Aceste studii au condus la stabilirea de formule practice de calcul pentru serii largi de planşee atît cu grinzi ortogonale cît şi cu grinzi diagonale, aşa cum se poate vedea, de exemplu, în lucrarea [7], ceea ce face ca automatizarea unui astfel de calcul să nu mai apară necesară. De aceea, calculul reţelelor de grinzi ale planşeelor casetate se face în acest volum numai în domeniul plastic.

2. Calculul plăcilor plane din beton armat cu forme şi rezemări folosite curent în construcţii poate fi efectuat în domeniul elastic numai pentru scheme simple de încărcare, care pot fi prinse cu uşurinţă într-o formulare matematică de natură să ducă la soluţii finite pentru eforturile secţionale. Plăcile care se găsesc în această situaţie au fost deja studiate şi rezolvate în literatura de specialitate, ceea ce face ca să nu mai apară necesară automatizarea calculului lor. În consecinţă, plăcile din această categorie sînt calculate în prezentul volum numai în domeniul plastic, alături de plăcile cu scheme complexe de încărcare. De altfel, în stadiul actual al proiectării plăcilor din beton armat, ponderea cea mai mare o au soluţiile furnizate de calculul în domeniul plastic, deoarece acestea sînt mai eficiente din punct de vedere economic şi mai avantajoase din punct de vedere constructiv.

— Probleme care pot fi practic rezolvate numai printr-un calcul în domeniul plastic.

În această categorie se încadrează calculul plăcilor plane cu scheme complexe de încărcare, deoarece numai un calcul în domeniul plastic poate furniza în acest caz soluţii finite în raport cu toate valorile pe care le pot avea parametrii unor astfel de plăci. Ca exemple se citează plăcile dreptunghiulare solicitate simultan de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafaţa lor şi de o încărcare liniară paralelă cu una dintre laturi, a cărei poziţie poate fi oarecare, precum şi plăcile dreptunghiulare, trapezoidale sau triunghiulare solicitate de o încărcare distribuită pe toată suprafaţa lor, care variază liniar pe o direcţie.

2. PARTICULARITĂŢI ALE AUTOMATIZĂRII CALCULULUI DE REZISTENŢĂ

2.1. CONSTRUCŢIA ORGANIGRAMELOR DE CALCUL

Programarea propriu-zisă a rezolvării pe calculator a unei probleme, indiferent de natura ei, cuprinde iniţial două etape principale: construcţia *organigramei de calcul* (denumită şi *schemă logică de calcul*) şi scrierea, pe baza acesteia, *a programului de calcul*.

Organigrama este o reprezentare grafică completă şi detaliată a succesiunii tuturor operaţiilor pe care trebuie să le efectueze calculatorul, în vederea rezolvării integrale a problemei la care se referă.

Construcţia unei organigrame se face ţinînd seama de regulile adoptate referitoare la succesiunea logică a operaţiilor de calcul, folosind schematizări grafice speciale pentru toate tipurile de operaţii care apar în rezolvarea problemei tratate.

Fiecare organigramă din cuprinsul acestui volum a fost elaborată prin construirea ramurii ei de bază, care conţine punctul de pornire şi punctul de închidere al întregii organigrame, iar operaţiile cuprinse între aceste puncte-limită, efectuate în ordinea strictă a succesiunii lor, conduc la soluţionarea problemei considerate pentru un anumit set de date numerice şi de condiţii iniţiale. Parcurgerea integrală a ramurii de bază a organigramei presupune, prin urmare, valabilitatea tuturor deciziilor negative pentru fiecare instrucţiune de salt condiţionat existentă în cuprinsul ramurii, precum şi absenţa oricărei instrucţiuni de salt necondiţionat în cuprinsul acestei ramuri.

Instrucţiunile de salt condiţionat conţinute de ramura de bază a organigramei de calcul conduc la construcţia de *ramuri secundare*, care asigură rezolvarea problemei studiate pentru toate seturile de condiţii şi de valori numerice cu care pot fi iniţializate variabilele de bază ale acesteia. Ramurile secundare sînt deci amorsate prin cîte o instrucţiune de salt condiţionat şi sînt încheiate prin cîte o instrucţiune de salt condiţionat sau necondiţionat.

Construirea organigramelor de calcul se face cu ajutorul unor *schematizări geometrice* — figuri şi săgeţi — care indică operaţiile ce trebuie efectuate, precum şi succesiunea acestora. Figurile folosite, denumite *blocuri operatoare*, ca urmare a operaţiilor înscrise în interiorul lor, au forme diferite, fiecare formă fiind specifică unui anumit tip de operaţie.

Blocurile operatoare folosite la construirea organigramelor cuprinse în această lucrare sînt prezentate în figura 2.1, operatorii corespunzători lor fiind:

— *operatorul de pornire*, care indică începutul organigramei;

— *operatorul de introducere a datelor*, prin care se iniţializează numeric variabilele de bază ale problemei;

— *operatorul de atribuire*, prin care valoarea unei constante, a unei variabile sau a unei expresii este atribuită unei anumite variabile;

— *operatorul de decizie*, prin care se stabileşte una dintre cele două căi de urmat, în funcţie de valabilitatea sau nevalabilitatea relaţiei exprimate între două mărimi date, dintre care cel puţin una este o variabilă, o expresie sau o funcţie. Valabilităţii relaţiei specificate între cele două mărimi îi corespunde operatorul de salt condiţionat;

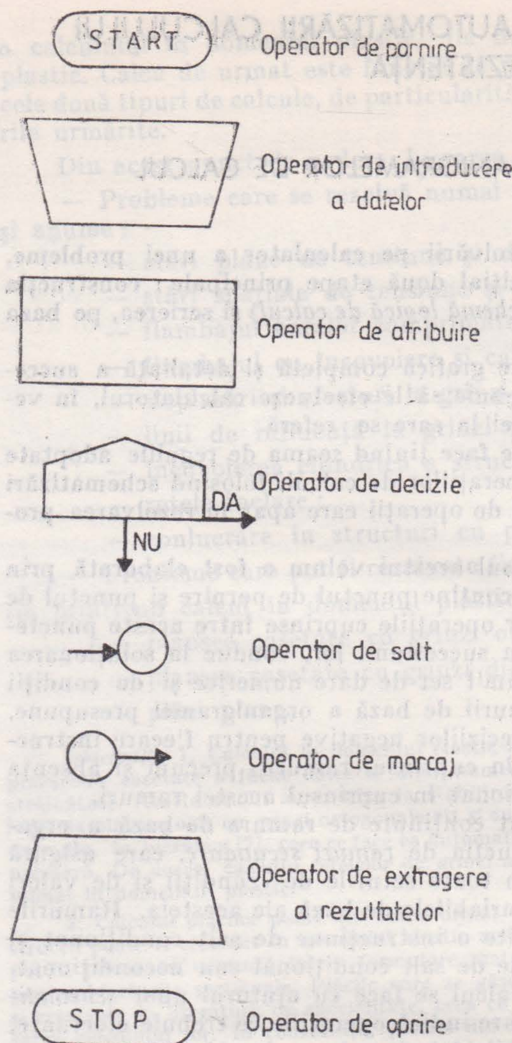


Fig. 2.1

— *operatorul de salt condiționat* sau *de salt necondiționat*, prin care se modifică ordinea de executare a operațiilor cuprinse în organigramă ;

— *operatorul de marcaj*, care este asociat întotdeauna unui operator de salt condiționat sau necondiționat ;

— *operatorul de extragere a rezultatelor*, prin care se efectuează tipărirea acelor rezultate care alcătuiesc soluția problemei studiate ;

— *operatorul de oprire*, cu care se încheie organigrama.

Săgețile care apar într-o organigramă de calcul au rolul de a indica :

— succesiunea blocurilor operatoare ;

— operatorii de salt condiționat ;

— operatorii de salt necondiționat ;

— operatorii de marcaj.

2.2. CARACTERISTICI ALE PROGRAMELOR DE CALCUL

Programele de calcul propriu-zise reprezintă transcrierea, sub formă de *instrucțiuni de calcul*, a activităților specificate de blocurile operatoare care alcătuiesc organigramele respective, în conformitate cu succesiunile acestor blocuri indicate prin săgeți, precum și prin instrucțiunile de decizie. În plus, programele mai conțin instrucțiuni suplimentare cu conținut alfanumeric, care aduc clarificări privind identificarea, conținutul și posibilitățile programelor respective și care asigură o tipărire adecvată a datelor inițiale și a rezultatelor finale.

Scrierea instrucțiunilor se face în strictă conformitate cu formatele acestora, folosind în acest scop regulile de codificare și specificațiile conținute de limbajul de programare utilizat care, în cazul de față, este *limbajul BASIC*. Descrierea completă a acestui limbaj, care face parte din categoria *limbajelor evoluate de tip conversațional*, poate fi urmărită în lucrări de specialitate, dar mai ales în manualul de utilizare [34] pentru programarea micro-

calculatoarelor FELIX M-18 și FELIX M-118. Elemente de inițiere ale acestui limbaj au fost, de asemenea, prezentate în prima parte a volumului [22].

În cadrul fiecărui program, scrierea instrucțiunilor este făcută într-o manieră sistematică, prin folosirea grupurilor compacte de instrucțiuni, după cum urmează :

— grupul instrucțiunilor REM și PRINT, plasat la începutul programului, prin care se precizează denumirea programului, conținutul acestuia și unitățile de măsură folosite ;

— grupul de instrucțiuni operante și inoperante care rezolvă problema propusă și care asigură tipărirea datelor inițiale și a rezultatelor finale, cu excepția instrucțiunii END, care se plasează întotdeauna la sfîrșitul programului, ea avînd eticheta cea mai mare ;

— grupul de instrucțiuni DATA care cuprind valorile numerice ale acelor variabile care nu depind de particularitățile problemei studiate (atunci cînd astfel de variabile există).

Aceste trei grupuri, împreună cu instrucțiunea END de la sfîrșitul programului, alcătuiesc *partea fixă* a programului.

— grupul de instrucțiuni DATA intercalat între ultima instrucțiune a ansamblului format din primele trei grupuri și instrucțiunea END, care cuprinde valorile numerice necesare pentru inițializarea acelor variabile care caracterizează fiecare problemă propusă spre rezolvare. Acest grup alcătuiește *partea mobilă* a programului, el adăugîndu-se întotdeauna celor care alcătuiesc partea fixă, înainte de punerea în execuție a programului. În acest scop, între eticheta instrucțiunii cu care se termină primele trei grupuri și eticheta instrucțiunii END se lasă un interval suficient de mare, în interiorul căruia se plasează etichetele instrucțiunilor DATA care alcătuiesc grupul mobil, oricît de mare ar fi din punct de vedere practic numărul de probleme ce trebuie rezolvate.

2.3. CLASIFICAREA ȘI CODIFICAREA PROGRAMELOR

Programele de calcul prezentate în această lucrare sînt clasificate în următoarele patru grupuri, în funcție de categoriile de probleme la care se referă :

Grupa A, cuprins în partea a II-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *stări de tensiuni și de deformație* ;

Grupul B, cuprins în partea a III-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *bara dreaptă* ;

Grupul C, cuprins în partea a IV-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *sisteme de bare* ;

Grupul D, cuprins în partea a V-a a lucrării, alcătuit din programele referitoare la *plăci plane și plăci curbe subțiri*.

Pentru identificarea lor, programele au fost codificate prin intermediul unor indicative a căror structură generală este

$$EP-ab-cd$$

Semnificațiile literelor care apar în această expresie generală a indicativelor folosite sînt următoarele:

— grupul de litere *EP* arată că programele se referă la probleme ale calculului de rezistență în construcț i a căror rezolvare se face fie în domeniul *E*lastic fie în domeniul *P*lastic;

— litera *a* reprezintă una dintre cifrele 1, 2, 3 sau 4, prin care se identifică grupul în care se încadrează programul de calcul respectiv, și anume:

$a = 1$ pentru grupul de programe *A*;

$a = 2$ pentru grupul de programe *B*;

$a = 3$ pentru grupul de programe *C*;

$a = 4$ pentru grupul de programe *D*.

— litera *b* reprezintă una dintre cifrele 1 și 2, prin care se identifică domeniul în care se efectuează calculul de rezistență, și anume:

$b = 1$ pentru calculul în domeniul elastic;

$b = 2$ pentru calculul în domeniul plastic.

— grupul de litere *cd* reprezintă unul dintre grupurile de două cifre care alcătuiesc suita 01, 02, . . . 11, 12, . . ., 99, el constituind numărul de ordine al fiecăruia dintre programele cuprinse în fiecare dintre grupurile *A*, *B*, *C* și *D*.

În conformitate cu clasificarea făcută și cu codificarea adoptată, indicativele și conținuturile programelor de calcul cuprinse în această lucrare se prezintă după cum urmează:

Programe din grupul A:

— programul *EP*-11-01 referitor la starea plană de tensiuni și de deformații;

— programul *EP*-11-02 referitor la calculul tensiunilor principale în problema spațială.

Programe din grupul B:

— programul *EP*-21-01 pentru calculul caracteristicilor geometrice ale secțiunilor;

— programul *EP*-21-02 pentru calculul eforturilor și deplasărilor la un loc uscat;

— programul *EP*-21-03 pentru trasarea liniilor de influență ale momentelor încovoietoare la grinzi pe mediu elastic;

— programul *EP*-21-04 pentru calculul la flambaj al unei bare cu secțiunea transversală variind în două trepte;

— programul *EP*-21-05 pentru calculul în teoria de ordinul II al unei bare dublu articulate.

Programe din grupul C:

— programul *EP*-31-01 pentru calculul unui sistem de două grinzi circulare concentrice, legate prin nervuri radiale;

— programul *EP*-31-02 referitor la încovoierea cilindrică a structurilor planar pătrate simple;

— programul *EP*-32-01 pentru calculul în domeniul plastic al planșeelor casetate din beton armat, cu grinzi ortogonale alcătuind 2×2. . . . . 8×5 casete;

— programul *EP*-32-02 pentru calculul în domeniul plastic al planșeelor casetate din beton armat, cu grinzi ortogonale alcătuind 6×6. . .10×7 casete;

— programul *EP*-32-03 pentru calculul în domeniul plastic al planşeelor casetate din beton armat cu grinzi diagonale alcătuind 1 ⋊ 1...9 ⋊ 3 diviziuni ;

— programul *EP*-32-04 pentru calculul în domeniul plastic al planşeelor casetate din beton armat, cu grinzi diagonale alcătuind 4 ⋊ 4...12 ⋊ 4 diviziuni.

Programe din grupul D :

— programul *EP*-41-01 privind o problemă de conlucrare în structuri cu plăci curbe subţiri de rotaţie ;

— programul *EP*-42-01 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită liniar ;

— programul *EP*-42-02 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafaţă şi de o încărcare liniară distribuite uniform ;

— programul *EP*-42-03 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafaţa şi de o încărcare distribuită uniform pe o zonă dreptunghiulară a suprafeţei lor ;

— programul *EP*-42-04 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi şi libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită liniar ;

— programul *EP*-42-05 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi şi libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafaţă şi de o încărcare liniară paralelă cu latura liberă, distribuite uniform ;

— programul *EP*-42-06 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente şi libere pe celelalte două laturi, solicitate de o încărcare de suprafaţă şi de o încărcare liniară pe lungimile laturilor libere, distribuite uniform ;

— programul *EP*-42-07 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente şi pe colţul opus lor, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită uniform ;

— programul *EP*-42-08 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe o latură şi pe cele două colţuri opuse acesteia, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită uniform ;

— programul *EP*-42-09 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită liniar ;

— programul *EP*-42-10 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat, rezemate pe trei laturi şi libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită liniar ;

— programul *EP*-42-11 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor triunghiulare din beton armat, rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafaţă distribuită liniar ;

— programul *EP*-42-12 pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor inelare din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe lungimea conturului interior şi de o încărcare distribuită uniform pe suprafaţa lor.

Partea a doua. STĂRI DE TENSIUNE ȘI DE DEFORMAȚIE

3. STAREA PLANĂ DE TENSIUNI ȘI DE DEFORMAȚII

3.1. RELAȚII DE CALCUL

Enunțul problemei. O placă dintr-un material elastic, cu grosimea constantă, este solicitată în planul median de un sistem de încărcări oarecare, sub acțiunea cărora ea suferă deformații. Trei segmente de dreaptă presupuse foarte mici, avînd inițial lungimile $\overline{OA} = l_1$, $\overline{OB} = l_2$ și $\overline{OC} = l_3$, care fac unghiurile α, β și γ cu o direcție dată, devin după deformarea plăcii $\overline{O'A'} = l'_1$, $\overline{O'B'} = l'_2$ și $\overline{O'C'} = l'_3$ (fig. 3.1). Se cere să se determine mărimea și direcția tensiunilor normale principale în punctul O.

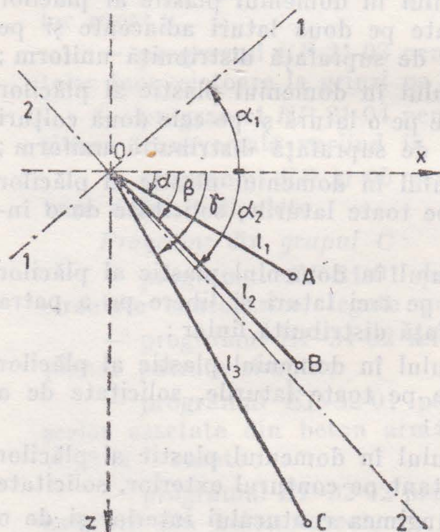


Fig. 3.1

Notațiile folosite sînt ordonate alfabetic, codificate și definite în tabelul 3.1.

Rezolvarea problemei. Dacă față de un sistem de axe de coordonate carteziene Oxz se cunosc într-un punct deformațiile specifice ε_x, ε_z și γ_{xz}, atunci deformația specifică liniară într-o secțiune înclinată cu unghiul α față de axa Ox are expresia (vezi de exemplu [30]),

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_z \sin^2 \alpha + \gamma_{xz} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (3.1)$$

Ea este analoagă expresiilor momentelor de inerție în raport cu axe rotite, precum și expresiilor tensiunilor normale în secțiuni înclinate.

Tabelul 3.1

Notații	Codificări	Definiții
E	$E\varnothing$	Modul de elasticitate (longitudinal) al materialului.
i	I	Numărul de ordine al cazurilor, ($i = 1, 2, \ldots, s$).
l_1	$L1$	Lungimea inițială a segmentului OA.
l_2	$L2$	Lungimea inițială a segmentului OB.
l_3	$L3$	Lungimea inițială a segmentului OC.
l'_1	$L5$	Lungimea finală a segmentului OA.
l'_2	$L6$	Lungimea finală a segmentului OB.
l'_3	$L7$	Lungimea finală a segmentului OC.
s	S	Numărul total de cazuri.
α	$A\varnothing$	Unghiul făcut de segmentul OA cu axa Ox.
β	$B\varnothing$	Unghiul făcut de segmentul OB cu axa Ox.
γ	$C\varnothing$	Unghiul făcut de segmentul OC cu axa Ox.
Δ	$D\varnothing$	Valoarea numerică a determinantului coeficienților necunoscutelor din sistemul alcătuit de ecuațiile (3.1), (3.2) și (3.3).
Δ_x	$D3$	Valoarea expresiei (3.9).
Δ_z	$D4$	Valoarea expresiei (3.10).
Δ_{xz}	$D5$	Valoarea expresiei (3.11).
α_1	$A1$	Unghiul făcut de axa Ox cu prima direcție principală.
α_2	$A2$	Unghiul făcut de axa Ox cu a doua direcție principală.
ε_x	$E3$	Alungirea specifică în direcția axei Ox.
ε_z	$E4$	Alungirea specifică în direcția axei Oz.
ε_1	$E1$	Alungirea specifică pe direcția principală definită de unghiul α_1.
ε_2	$E2$	Alungirea specifică pe direcția principală definită de unghiul α_2.
ε_α	$E5$	Alungirea specifică pe direcția segmentului OA.
ε_β	$E6$	Alungirea specifică pe direcția segmentului OB.
ε_γ	$E7$	Alungirea specifică pe direcia segmentului OC.
γ_{xz}	$C5$	Lunecarea specifică relativă la axele Ox, Oz.
μ	$M\varnothing$	Coeficientul de contracție transversală al materialului.
σ_1	$S1$	Tensiunea normală principală maximă.
σ_2	$S2$	Tensiunea normală principală minimă.

Corespunzător unghiurilor β și γ se obține în mod asemănător

$$\varepsilon_\beta = \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_z \sin^2 \beta + \gamma_{xz} \sin \beta \cos \beta. \tag{3.2}$$

și

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_z \sin^2 \gamma + \gamma_{xz} \sin \gamma \cos \gamma. \tag{3.3}$$

Alungirile specifice ε_α, ε_β şi ε_γ pot fi exprimate în funcţie de datele problemei după cum urmează :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{O'A'} - \overline{OA}}{\overline{OA}} = \frac{l_1' - l_1}{l_1}, \tag{3.4}$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{\overline{O'B'} - \overline{OB}}{\overline{OB}} = \frac{l_2' - l_2}{l_2}, \tag{3.5}$$

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\overline{O'C'} - \overline{OC}}{\overline{OC}} = \frac{l_3' - l_3}{l_3}. \tag{3.6}$$

În consecinţă, relaţiile (3.1)...(3.3) constituie un sistem de trei ecuaţii avînd ca necunoscute deformaţiile specifice ε_x, ε_z şi γ_{xz}. Rădăcinile acestui sistem sînt

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \; \varepsilon_z = \frac{\Delta_z}{\Delta}, \; \gamma_{xz} = \frac{\Delta_{xz}}{\Delta}, \tag{3.7}$$

în care :

$$\Delta = \operatorname{ctg}\alpha(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma) + \operatorname{ctg}\beta(\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha) + \operatorname{ctg}\gamma(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta), \tag{3.8}$$

$$\Delta_x = \varepsilon_\alpha \frac{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma}{\sin\alpha\cos\alpha} + \varepsilon_\beta \frac{\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\alpha}{\sin\beta\cos\beta} + \varepsilon_\gamma \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{\sin\gamma\cos\gamma}, \tag{3.9}$$

$$\Delta_z = -\varepsilon_\alpha \frac{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\gamma}{\sin\alpha\cos\alpha} - \varepsilon_\beta \frac{\operatorname{ctg}\gamma - \operatorname{ctg}\alpha}{\sin\beta\cos\beta} - \varepsilon_\gamma \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta}{\sin\gamma\cos\gamma}, \tag{3.10}$$

$$\Delta_{xz} = \varepsilon_\alpha \frac{\operatorname{ctg}\beta\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{ctg}\gamma\operatorname{tg}\beta}{\sin\alpha\cos\alpha} + \varepsilon_\beta \frac{\operatorname{ctg}\gamma\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{\sin\beta\cos\beta} + \varepsilon_\gamma \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{tg}\beta - \operatorname{ctg}\beta\operatorname{tg}\alpha}{\sin\gamma\cos\gamma}. \tag{3.11}$$

Cunoscînd deformaţiile specifice în raport cu axele Ox şi Oz, alungirile specifice principale se determină cu ajutorul relaţiilor :

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)^2} \tag{3.12}$$

şi

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)^2}. \tag{3.13}$$

Unghiurile α_1 şi α_2, exprimate în radiani, corespunzătoare direcţiilor principale, se determină cu ajutorul relaţiilor

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_x}{\frac{\gamma_{xz}}{2}}, \; \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_x}{\frac{\gamma_{xz}}{2}}. \tag{3.14}$$

În sfîrşit, tensiunile normale principale se obţin prin aplicarea legii lui Hooke generalizate :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \tag{3.15}$$

şi

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1). \tag{3.16}$$

unde E este modulul de elasticitate, iar μ coeficientul de contracţie transversală al materialului.

Soluţia precedentă este valabilă pentru unghiuri α, β, γ mai mari decît aproximativ 0,08727 (5°), deoarece, în caz contrar, un sinus de la numitorul relaţiilor (3.9)...(3.11) devine foarte mic, respectiv o cotangentă din expresia (3.8) ia valori foarte mari.

În această situaţie se recomandă a se lua direct $\alpha = 0$. Relaţiile de calcul (3.1)...(3.3) devin

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_\alpha ; \\ \varepsilon_x \cos^2 \beta + \varepsilon_z \sin^2 \beta + \gamma_{xz} \sin \beta \cos \beta &= \varepsilon_\beta ; \\ \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_z \sin^2 \gamma + \gamma_{xz} \sin \gamma \cos \gamma &= \varepsilon_\gamma . \end{aligned} \tag{3.17}$$

Rădăcinile acestui sistem sînt

$$\varepsilon_x = \varepsilon_\alpha, \tag{3.18}$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_\alpha \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma + \varepsilon_\beta \frac{\cos \gamma}{\sin \beta \sin(\beta - \gamma)} - \varepsilon_\gamma \frac{\cos \beta}{\sin \gamma \sin(\beta - \gamma)} \tag{3.19}$$

$$\gamma_{xz} = -\varepsilon_\alpha \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma} - \varepsilon_\beta \frac{\sin \gamma}{\sin \beta \sin(\beta - \gamma)} + \varepsilon_\gamma \frac{\sin \beta}{\sin \gamma \sin(\beta - \gamma)} . \tag{3.20}$$

Deducerea alungirilor specifice principale, direcţiilor principale şi tensiunilor normale principale se face tot cu ajutorul relaţiilor (3.12)...(3.16).

3.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama construită pentru rezolvarea problemei considerate a permis scrierea *programului de calcul* EP-11-01 listat în anexa 3.1. Codificările folosite în acest scop sînt cuprinse în tabelul 3.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 970 inclusiv, la care se adaugă instrucţiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 971 şi 1999.

Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de probleme care urmează a fi rezolvate. Fiecare pereche dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în următoarea ordine:

— l_1, l_2, l_3, l'_1, l'_2, l'_3 la prima instrucţiune,
— α, β, γ, E, μ la a doua instrucţiune.

Pentru fiecare problemă, programul furnizează:
— unghiurile α_1 şi α_2 ale direcţiilor principale,
— tensiunile normale principale σ_1 şi σ_2,
— alungirile specifice principale ε_1 şi ε_2.

Unităţile de măsură folosite sînt mm pentru lungimi, N/mm² pentru tensiuni şi moduli de elasticitate şi radiani pentru unghiuri.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat la două variante ale unei probleme avînd următoarele date iniţiale:

— în prima variantă:

$l_1 = 46$ mm ; $l_2 = 60$ mm ; $l_3 = 89$ mm ;

$l'_1 = 46{,}006$ mm ; $l'_2 = 60{,}007$ mm ; $l'_3 = 89{,}011$ mm ;

$\alpha = 0{,}5236$ rad (30°) ; $\beta = 0{,}7854$ rad (45°) ; $\gamma = 1{,}0472$ rad (60°) ;
$E = 210\,000$ N/mm^2 ; $\mu = 0{,}3$.

— în varianta a doua

$l_1 = 46$ mm ; $l_2 = 60$ mm ; $l_3 = 89$ mm ;
$l_1' = 46{,}006$ mm ; $l_2' = 60{,}007$ mm ; $l_3' = 89{,}011$ mm ;
$\alpha = 0$; $\beta = 0{,}2618$ rad (15°) ; $\gamma = 0{,}5236$ rad (30°)
$E = 210\,000$ N/mm^2 ; $\mu = 0{,}3$.

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din cinci instrucţiuni DATA avînd etichetele 1000, 1010, 1020, 1030 şi 1040.

Anexa 3.2 reproduce rezultatele obţinute prin rularea programului *EP*-11-01 pentru problema considerată.

Observînd că diferenţa dintre cele două variante studiate rezidă doar în alegerea axei de referinţă pentru măsurarea unghiurilor, alungirile specifice principale şi tensiunile normale principale au rezultat cu valori identice (concordanţa primelor cinci cifre semnificative).

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-11-01
20 REM ******************************************************
30 REM *                                                    *
40 REM * STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DEFORMATII             *
50 REM * INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROP          *
60 REM *                                                    *
70 REM ******************************************************
80 REM *                                                    *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA UNGHIURILE DIRECTIILOR        *
100 REM * PRINCIPALE CU AXA DE REFERINTA, TENSIUNILE        *
110 REM * NORMALE PRINCIPALE SI ALUNGIRILE SPECIFICE        *
120 REM * PRINCIPALE                                        *
130 REM *                                                   *
140 REM *****************************************************
150 REM *                                                   *
160 REM * UNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM       *
170 REM * PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU         *
180 REM * UNGHIURI SI N/(MM^2) PENTRU TENSIUNI SI MODULI    *
190 REM * DE ELASTICITATE                                   *
200 REM *                                                   *
210 REM *****************************************************
220 REM *                                                   *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT       *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118        *
250 REM *                                                   *
260 REM *****************************************************

265 PRINT "STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DE DEFORMATII"
270 PRINT "INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROP"
275 PRINT
280 PRINT "UNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM"
285 PRINT "PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU"
290 PRINT "UNGHIURI SI N/(MM^2) PENTRU TENSIUNI SI"
295 PRINT "MODULI DE ELASTICITATE"
300 PRINT
305 PRINT

310 READ S
320 PRINT;TAB(6);"NUMARUL CAZURILOR ESTE  S =";S
330 LET I=1
340 PRINT
350 PRINT
360 PRINT;TAB(17);"CAZUL ";I
370 PRINT
380 READ L1,L2,L3,L5,L6,L7,A0,B0,C0,E0,M0
390 PRINT;TAB(22);"DATE"
400 PRINT;TAB(7);"L1 =";L1;TAB(29);"A0 =";A0
410 PRINT;TAB(7);"L2 =";L2;TAB(29);"B0 =";B0
420 PRINT;TAB(7);"L3 =";L3;TAB(29);"C0 =";C0
430 PRINT;TAB(7);"L5 =";L5;TAB(29);"E0 =";E0
440 PRINT;TAB(7);"L6 =";L6;TAB(29);"M0 =";M0
450 PRINT;TAB(7);"L7 =";L7
460 PRINT
470 LET E5=(L5-L1)/L1
480 LET E6=(L6-L2)/L2
490 LET E7=(L7-L3)/L3
495 IF A0<=0.09 THEN 860
500 LET D0=(TAN(B0)-TAN(C0))/TAN(A0)
510 LET D0=D0+(TAN(C0)-TAN(A0))/TAN(B0)
```

```
520 LET D0=D0+(TAN(A0)-TAN(B0))/TAN(C0)
530 LET D3=E5*(TAN(B0)-TAN(C0))/(SIN(A0)*COS(A0))
540 LET D3=D3+E6*(TAN(C0)-TAN(A0))/(SIN(B0)*COS(B0))
550 LET D3=D3+E7*(TAN(A0)-TAN(B0))/(SIN(C0)*COS(C0))
560 LET D4=E5*(1/TAN(C0)-1/TAN(B0))/(SIN(A0)*COS(A0))
570 LET D4=D4+E6*(1/TAN(A0)-1/TAN(C0))/(SIN(B0)*COS(B0))
580 LET D4=D4+E7*(1/TAN(B0)-1/TAN(A0))/(SIN(C0)*COS(C0))
585 LET Q1=TAN(C0)/TAN(B0)-TAN(B0)/TAN(C0)
590 LET Q2=TAN(A0)/TAN(C0)-TAN(C0)/TAN(A0)
595 LET Q3=TAN(B0)/TAN(A0)-TAN(A0)/TAN(B0)
600 LET D5=E5*Q1/(SIN(A0)*COS(A0))
605 LET D5=D5+E6*Q2/(SIN(B0)*COS(B0))
610 LET D5=D5+E7*Q3/(SIN(C0)*COS(C0))
620 LET E3=D3/D0
630 LET E4=D4/D0
640 LET C5=D5/D0
645 LET Q0=SQR((100000*E3-100000*E4)^2+(100000*C5)^2)
650 LET E1=(E3+E4)/2+Q0/200000
660 LET E2=(E3+E4)/2-Q0/200000
670 LET T1=2*(E1-E3)/C5
680 LET T2=2*(E2-E3)/C5
690 LET A1=ATN(T1)
700 LET A2=ATN(T2)
710 LET S1=E0*(E1+M0*E2)/(1-M0^2)
720 LET S2=E0*(E2+M0*E1)/(1-M0^2)
730 PRINT;TAB(7);"UNGHIURILE DIRECTIILOR PRINCIPALE"
740 PRINT
750 PRINT;TAB(7);"A1 =";A1;TAB(29);"A2 =";A2
760 PRINT
770 PRINT;TAB(10);"TENSIUNI NORMALE PRINCIPALE"
780 PRINT
790 PRINT;TAB(7);"S1 =";S1;TAB(29);"S2 =";S2
800 PRINT
810 PRINT;TAB(9);"ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE"
820 PRINT
830 PRINT;TAB(7);"E1 =";E1;TAB(29);"E2 =";E2
840 IF I<S THEN 960
850 GOTO 2000
860 LET E3=E5
870 LET Q1=E5/(TAN(B0)*TAN(C0))
880 LET Q2=E6*COS(C0)/(SIN(B0)*SIN(B0-C0))
890 LET Q3=E7*COS(B0)/(SIN(C0)*SIN(B0-C0))
900 LET E4=Q1+Q2-Q3
910 LET Q1=E5*SIN(B0+C0)/(SIN(B0)*SIN(C0))
920 LET Q2=E6*SIN(C0)/(SIN(B0)*SIN(B0-C0))
930 LET Q3=E7*SIN(B0)/(SIN(C0)*SIN(B0-C0))
940 LET C5=-Q1-Q2+Q3
950 GOTO 645
960 LET I=I+1
970 GOTO 340
1000 DATA 2
1010 DATA 46,60,89,46.006,60.007,89.011
1020 DATA 0.5236,0.7854,1.0472,210000,0.3
1030 DATA 46,60,89,46.006,60.007,89.011
1040 DATA 0,0.2618,0.5236,210000,0.3
2000 END
```

```
STAREA PLANA DE TENSIUNI SI DE DEFORMATII
INTR-UN MEDIU CONTINUU, OMOGEN SI IZOTROP

UNITATI DE MASURA: MM PENTRU LUNGIMI, MM/MM
PENTRU ALUNGIRI SPECIFICE, RADIANI PENTRU
UNGHIURI SI N/(MM^2) PENTRU TENSIUNI SI
MODULI DE ELASTICITATE

      NUMARUL CAZURILOR ESTE   S = 2.00000

              CAZUL   1.00000

                   DATE
      L1 = 46.0000          A0 = .523600
      L2 = 60.0000          B0 = .785400
      L3 = 89.0000          C0 = 1.04720
      L5 = 46.0060          E0 = 210000
      L6 = 60.0070          M0 = .300000
      L7 = 89.0110

      UNGHIURILE DIRECTIILOR PRINCIPALE

      A1 =-.741244          A2 = .829560

          TENSIUNI NORMALE PRINCIPALE

      S1 = 70.6999          S2 = 45.6474

         ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE

      E1 = .271456E-03      E2 = .116368E-03

              CAZUL   2.00000

                   DATE
      L1 = 46.0000          A0 = .000000
      L2 = 60.0000          B0 = .261800
      L3 = 89.0000          C0 = .523600
      L5 = 46.0060          E0 = 210000
      L6 = 60.0070          M0 = .300000
      L7 = 89.0110
      UNGHIURILE DIRECTIILOR PRINCIPALE

      A1 =-1.26483          A2 = .305967

          TENSIUNI NORMALE PRINCIPALE

      S1 = 70.6982          S2 = 45.6459

         ALUNGIRI SPECIFICE PRINCIPALE

      E1 = .271450E-03      E2 = .116364E-03
```

4. CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE ÎN PROBLEMA SPAȚIALĂ

4.1. RELAȚII DE CALCUL

Un punct P al unui corp elastic poate fi modelat matematic printr-un tetraedru dreptunghic elementar. Dacă pe fețele triedrului dreptunghic paralele cu planele de coordonate xy, yz, zx acționează cîte o tensiune normală și două tensiuni tangențiale, ansamblul celor două componente constituie *tensorul tensiunilor*, reprezentat simbolic prin tabloul

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

Tensiunile tangențiale sînt duale (egale cîte două), adică $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, astfel încît tensorul tensiunilor este simetric și are doar șase componente distincte.

Există *trei direcții principale*, reciproc ortogonale, în raport cu care tensiunile normale corespunzătoare iau valori extreme, denumite *tensiuni normale principale*; după aceste direcții, tensiunile tangențiale sînt nule.

Cele trei tensiuni normale principale sînt notate cu σ_1, σ_2, σ_3 în ordinea descrescătoare a mărimii lor; ele sînt rădăcinile ecuației de gradul al treilea

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0, \tag{4.2}$$

în care coeficienții (denumiți cei trei invarianți ai tensiunilor) au următoarele expresii:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \\ I_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2; \\ I_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Cele trei rădăcini ale ecuației (4.2) sînt reale și pot fi obținute sistematizat pe cale trigonometrică. Pentru aceasta se stabilesc următoarele notații:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3}I_1^2 - I_2; \\ q &= \frac{1}{3}I_1I_2 - \frac{2}{27}I_1^3 - I_3; \\ p' &= \sqrt{\frac{p}{3}}; \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$q' = \frac{q}{2} \tag{4.5}$$

și

$$\cos\varphi = \frac{q'}{p'^3}. \tag{4.6}$$

Din relaţia (4.6) se deduce expresia unghiului φ sub forma

$$\varphi = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{p'^6}{q'^2} - 1}, \tag{4.7}$$

Cu notaţiile precedente, rădăcinile ecuaţiei (4.2) se prezintă astfel:

$$z_1 = \frac{I_1}{3} - 2p' \cos \frac{\varphi}{3};$$
$$z_2 = \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi - \varphi}{3}; \tag{4.8}$$
$$z_3 = \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi + \varphi}{3}.$$

Ordonarea valorilor acestor rădăcini în sens descrescător conduce la obţinerea tensiunilor normale principale σ_1, σ_2 şi σ_3.

Direcţiile principale 1, 2 şi 3 sînt caracterizate de cosinuşii directori l_1, m_1 şi n_1 pentru direcţia principală 1, l_2, m_2 şi n_2 pentru direcţia principală 2 şi l_3, m_3 şi n_3 pentru direcţia principală 3. Valorile acestora sînt date de următoarele egalităţi:

— *direcţia principală 1*

$$l_1 = \frac{A_1}{R_1} = \cos \gamma_{x1};$$
$$m_1 = \frac{B_1}{R_1} = \cos \gamma_{y1}; \tag{4.9}$$
$$n_1 = \frac{C_1}{R_1} = \cos \gamma_{z1},$$

în care

$$A_1 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_1 - \sigma_y);$$
$$B_1 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_1 - \sigma_x); \tag{4.10}$$
$$C_1 = (\sigma_1 - \sigma_x)(\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2;$$
$$R_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.$$

— *direcţia principală 2*

$$l_2 = \frac{A_2}{R_2} = \cos \gamma_{x2};$$
$$m_2 = \frac{B_2}{R_2} = \cos \gamma_{y2}; \tag{4.11}$$
$$n_2 = \frac{C_2}{R_2} = \cos \gamma_{z2},$$

în care

$$A_2 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_2 - \sigma_y);$$
$$B_2 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_2 - \sigma_x);$$
$$C_2 = (\sigma_2 - \sigma_x)(\sigma_2 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2; \tag{4.12}$$
$$R_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}.$$

— *direcţia principală 3*

$$l_3 = \frac{A_3}{R_3} = \cos\gamma_{x3};$$

$$m_3 = \frac{B_3}{R_3} = \cos\gamma_{y3}; \tag{4.13}$$

$$n_3 = \frac{C_3}{R_3} = \cos\gamma_{z3},$$

în care

$$A_3 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_3 - \sigma_y);$$

$$B_3 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_3 - \sigma_x); \tag{4.14}$$

$$C_3 = (\sigma_3 - \sigma_x)(\sigma_3 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2;$$

$$R_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}.$$

Rezultatele obţinute trebuie să satisfacă condiţiile de ortogonalitate ale direcţiilor principale 1, 2 şi 3, care sînt reprezentate de relaţiile:

$$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0;$$

$$l_2 l_3 + m_2 m_3 + n_2 n_3 = 0; \tag{4.15}$$

$$l_3 l_1 + m_3 m_1 + n_3 n_1 = 0.$$

În sfîrşit, tensiunea echivalentă este

$$\sigma_{ech} = \sqrt{I_1^2 - 3I_2} = 3p'. \tag{4.16}$$

Notaţiile folosite în prezentarea relaţiilor de calcul sînt ordonate alfabetic, codificate şi definite în tabelul 4.1.

Tabelul 4.1

Notaţii	Codificări	Definiţii sau expresii
A_1	A1	$A_1 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_1 - \sigma_y)$.
A_2	A2	$A_2 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_2 - \sigma_y)$.
A_3	A3	$A_3 = \tau_{xy}\tau_{yz} + \tau_{zx}(\sigma_3 - \sigma_y)$.
B_1	B1	$B_1 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_1 - \sigma_x)$.
B_2	B2	$B_2 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_2 - \sigma_x)$.
B_3	B3	$B_3 = \tau_{xy}\tau_{zx} + \tau_{yz}(\sigma_3 - \sigma_x)$.
C_1	C1	$C_1 = (\sigma_1 - \sigma_x)(\sigma_1 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$.
C_2	C2	$C_2 = (\sigma_2 - \sigma_x)(\sigma_2 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$.
C_3	C3	$C_3 = (\sigma_3 - \sigma_x)(\sigma_3 - \sigma_y) - \tau_{xy}^2$.
i	I	Numărul de ordine al cazurilor, $(i = 1, 2, \ldots, 8)$.
I_1	I1	Primul invariant al tensiunilor normale.
I_2	I2	Al doilea invariant al tensiunilor normale.

Notații	Codificări	Definiții sau expresii
I_3	*I*3	Al treilea invariant al tensiunilor normale.
l_1	*L*1	$l_1 = A_1/R_1$. Primul cosinus director al direcției *1*.
l_2	*L*2	$l_2 = A_2/R_2$. Primul cosinus director al direcției *2*.
l_3	*L*3	$l_3 = A_3/R_3$. Primul cosinus director al direcției *3*.
m_1	*M*1	$m_1 = B_1/R_1$. Al doilea cosinus director al direcției *1*.
m_2	*M*2	$m_2 = B_2/R_2$. Al doilea cosinus director al direcției *2*.
m_3	*M*3	$m_3 = B_3/R_3$. Al doilea cosinus director al direcției *3*.
n_1	*N*1	$n_1 = C_1/R_1$. Al treilea cosinus director al direcției *1*.
n_2	*N*2	$n_2 = C_2/R_2$. Al treilea cosinus director al direcției *2*.
n_3	*N*3	$n_3 = C_3/R_3$. Al treilea cosinus director al direcției *3*.
p	*P*1	$p = \frac{1}{3} I_1^2 - I_2$. Nota ie intermediară.
p'	*P*2	$p' = \sqrt{\frac{p}{3}}$. Notație intermediară.
q	*Q*1	$q = \frac{1}{3} I_1 I \; - \frac{2}{27} I_1^3 - I_3$. Notație intermediară.
q'	*Q*2	$q' = \frac{q}{2}$. Notație intermediară.
	*Q*3	Expresie intermediară.
R_1	*R*1	$R_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}$.
R_2	*R*2	$R_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}$.
R_3	*R*3	$R_3 = \sqrt{A_3^2 + B_3^2 + C_3^2}$.
s	*S*	Numărul total de cazuri.
u_1	*U*1	$u_1 = \sqrt{\frac{1}{l_1^2} - 1}$.
u_2	*U*2	$u_2 = \sqrt{\frac{1}{l_2^2} - 1}$.
u_3	*U*3	$u_3 = \sqrt{\frac{1}{l_3^2} - 1}$.
v_1	*V*1	$v_1 = \sqrt{\frac{1}{m_1^2} - 1}$.
v_2	*V*2	$v_2 = \sqrt{\frac{1}{m_2^2} - 1}$.

Notații	Codificări	Definiții sau expresii
v_3	$V3$	$v_3 = \sqrt{\frac{1}{m_3^2} - 1}.$
w_1	$W1$	$w_1 = \sqrt{\frac{1}{n_1^2} - 1}.$
w_2	$W2$	$w_2 = \sqrt{\frac{1}{n_2^2} - 1}.$
w_3	$W3$	$w_3 = \sqrt{\frac{1}{n_3^2} - 1}.$
z_1	$Z1$	$z_1 = \frac{I_1}{3} - 2p' \cos \frac{\varphi}{3}.$
z_2	$Z2$	$z_2 = \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi - \varphi}{3}.$
$z3$	$Z3$	$z_3 = \frac{I_1}{3} + 2p' \cos \frac{\pi + \varphi}{3}.$
γ_{x1}	$G(1, 1)$	$\gamma_{x1} = \text{arctg } u_1.$
γ_{x2}	$G(1, 2)$	$\gamma_{x2} = \text{arctg } u_2.$
γ_{x3}	$G(1, 3)$	$\gamma_{x3} = \text{arctg } u_3.$
γ_{y1}	$G(2, 1)$	$\gamma_{y1} = \text{arctg } v_1.$
γ_{y2}	$G(2, 2)$	$\gamma_{y2} = \text{arctg } v_2.$
γ_{y3}	$G(2, 3)$	$\gamma_{y3} = \text{arctg } v_3.$
γ_{z1}	$G(3, 1)$	$\gamma_{z1} = \text{arctg } w_1.$
γ_{z2}	$G(3, 2)$	$\gamma_{z2} = \text{arctg } w_2.$
γ_{z3}	$G(3, 3)$	$\gamma_{z3} = \text{arctg } w_3.$
σ_x	$S1$	Tensiunea normală în secțiunea x.
σ_y	$S2$	Tensiunea normală în secțiunea y.
σ_z	$S3$	Tensiunea normală în secțiunea z.
σ_1	$S4$	Tensiunea normală principală maximă.
σ_2	$S5$	Tensiunea normală principală intermediară.
σ_3	$S6$	Tensiunea normală principală minimă.
σ_{ech}	$S\varnothing$	Tensiunea echivalentă.
τ_{xy}	$T(1, 2)$	Tensiunea tangențială în secțiunea x, paralelă cu axa y.

Notații	Codificări	Definiții sau expresii
τ_{yz}	$T(2, 3)$	Tensiunea tangențială în secțiunea y, paralelă cu axa z.
τ_{zx}	$T(3, 1)$	Tensiunea tangențială în secțiunea z, paralelă cu axa x.
φ	$F1$	$\varphi = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{p'^6}{q'^2} - 1}$, Unghi auxiliar.

4.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Pe baza organigramei construite pentru determinarea tensiunilor principale în problema spațială a fost scris *programul de calcul EP*-11-02, listat în anexa 4.1. Codificările conținute de acest program corespund notațiilor prezentate și definite în tabelul 4.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1400 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1401 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de probleme care urmează să fie rezolvate. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în următoarea ordine : σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz} și τ_{zx}.

Pentru fiecare problemă programul furnizează :

— mărimile tensiunilor principale σ_1, σ_2 și σ_3 ;

— mărimea tensiunii echivalente σ_{ech} ;

— cosinușii directori ai direcțiilor principale 1, 2 și 3 ;

— mărimile unghiurilor făcute de fiecare direcție principală cu axele de coordonate.

Unitățile de măsură folosite sînt daN/cm^2 pentru tensiuni și radiani pentru unghiuri.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat la două probleme, ale căror date inițiale sînt prezentate în tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

Problema	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
1	−5,08	−4,98	−13,18	0,41	2,82	0,44
2	−3,07	−1,39	−9,83	0,69	2,58	0,88

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 3 instrucțiuni DATA avînd etichetele 2000, 2010 și 2020.

Anexa 4.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului EP-11-02 pentru cele două probleme considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-11-02
20 REM ****************************************************
30 REM *                                                  *
40 REM * CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA      *
50 REM * SPATIALA                                         *
60 REM *                                                  *
70 REM ****************************************************
80 REM *                                                  *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA TENSIUNILE NORMALE          *
100 REM * PRINCIPALE, TENSIUNEA ECHIVALENTA, COSINUSII    *
110 REM * DIRECTORI SI UNGHIURILE CORESPUNZATOARE ACESTORA *
120 REM *                                                  *
130 REM ****************************************************
140 REM *                                                  *
150 REM * UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI   *
160 REM * SI RADIANI PENTRU UNGHIURI                      *
170 REM *                                                  *
180 REM ****************************************************
190 REM *                                                  *
200 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT     *
210 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
220 REM *                                                  *
230 REM ****************************************************
240 PRINT "CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA"
250 PRINT:TAB(18);"SPATIALA"
255 PRINT
260 PRINT:"UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI"
265 PRINT:"SI RADIANI PENTRU UNGHIURI"
270 PRINT
275 PRINT
280 DIM G(3,3),T(3,3)
290 READ S
300 PRINT:TAB(4);"NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S =";S
310 LET I=1
320 PRINT
330 PRINT
340 PRINT:TAB(14);"PROBLEMA ";I
350 PRINT
360 READ S1,S2,S3,T(1,2),T(2,3),T(3,1)
370 PRINT:TAB(20);"DATE"
380 PRINT:TAB(5);"S1 =";S1;TAB(24);"T(1,2) =";T(1,2)
390 PRINT:TAB(5);"S2 =";S2;TAB(24);"T(2,3) =";T(2,3)
400 PRINT:TAB(5);"S3 =";S3;TAB(24);"T(3,1) =";T(3,1)
410 LET I1=S1+S2+S3
420 LET I2=S1*S2+S2*S3+S3*S1-T(1,2)^2-T(2,3)^2-T(3,1)^2
430 LET Q3=S1*T(2,3)^2+S2*T(3,1)^2+S3*T(1,2)^2
440 LET I3=S1*S2*S3+2*T(1,2)*T(2,3)*T(3,1)-Q3
450 LET P1=I1^2/3-I2
460 LET P2=SQR(P1/3)
470 LET Q1=I1*I2/3-2*I1^3/27-I3
480 LET Q2=Q1/2
490 LET F1=ATN(SQR(P2^6/(Q2^2)-1))
500 LET Z1=I1/3-2*P2*COS(F1/3)
510 LET Z2=I1/3+2*P2*COS((PI-F1)/3)
520 LET Z3=I1/3+2*P2*COS((PI+F1)/3)
530 IF Z1>=Z2 THEN 1220
540 IF Z2>=Z3 THEN 1310
550 LET S4=Z3
560 IF Z1<Z2 THEN 600
570 LET S5=Z1
580 LET S6=Z2
590 IF Z1>=Z2 THEN 620
```

```
 600 LET S5=Z2
 610 LET S6=Z1
 620 LET A1=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S4-S2)
 630 LET A2=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S5-S2)
 640 LET A3=T(1,2)*T(2,3)+T(3,1)*(S6-S2)
 650 LET B1=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S4-S1)
 660 LET B2=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S5-S1)
 670 LET B3=T(1,2)*T(3,1)+T(2,3)*(S6-S1)
 680 LET C1=(S4-S1)*(S4-S2)-T(1,2)^2
 690 LET C2=(S5-S1)*(S5-S2)-T(1,2)^2
 700 LET C3=(S6-S1)*(S6-S2)-T(1,2)^2
 710 LET R1=SQR((100*A1)^2+(100*B1)^2+(100*C1)^2)/100
 720 LET R2=SQR((100*A2)^2+(100*B2)^2+(100*C2)^2)/100
 730 LET R3=SQR((100*A3)^2+(100*B3)^2+(100*C3)^2)/100
 740 LET L1=A1/R1
 750 LET L2=A2/R2
 760 LET L3=A3/R3
 770 LET M1=B1/R1
 780 LET M2=B2/R2
 790 LET M3=B3/R3
 800 LET N1=C1/R1
 810 LET N2=C2/R2
 820 LET N3=C3/R3
 830 LET U1=SQR((100/L1)^2-10000)/100
 840 LET U2=SQR((100/L2)^2-10000)/100
 850 LET U3=SQR((100/L3)^2-10000)/100
 860 LET V1=SQR((100/M1)^2-10000)/100
 870 LET V2=SQR((100/M2)^2-10000)/100
 880 LET V3=SQR((100/M3)^2-10000)/100
 890 LET W1=SQR((100/N1)^2-10000)/100
 900 LET W2=SQR((100/N2)^2-10000)/100
 910 LET W3=SQR((100/N3)^2-10000)/100
 920 LET G(1,1)=ATN(U1)
 930 LET G(2,1)=ATN(V1)
 940 LET G(3,1)=ATN(W1)
 950 LET G(1,2)=ATN(U2)
 960 LET G(2,2)=ATN(V2)
 970 LET G(3,2)=ATN(W2)
 980 LET G(1,3)=ATN(U3)
 990 LET G(2,3)=ATN(V3)
1000 LET G(3,3)=ATN(W3)
1010 LET S0=3*P2
1020 PRINT
1030 PRINT;TAB(18);"TENSIUNI"
1040 PRINT;TAB(5);"S4 =";S4;TAB(24);"S5 =";S5
1050 PRINT;TAB(5);"S6 =";S6;TAB(24);"S0 =";S0
1060 PRINT
1070 PRINT;TAB(2);"COSINUSI DIRECTORI";TAB(28);"UNGHIURI"
1080 PRINT
1090 PRINT;TAB(5);"L1 =";L1;TAB(24);"G(1,1) =";G(1,1)
1100 PRINT;TAB(5);"M1 =";M1;TAB(24);"G(2,1) =";G(2,1)
1110 PRINT;TAB(5);"N1 =";N1;TAB(24);"G(3,1) ="G(3,1)
1120 PRINT
1130 PRINT;TAB(5);"L2 =";L2;TAB(24);"G(1,2) =";G(1,2)
1140 PRINT;TAB(5);"M2 =";M2;TAB(24);"G(2,2) =";G(2,2)
1150 PRINT;TAB(5);"N2 =";N2;TAB(24);"G(3,2) =";G(3,2)
1160 PRINT
1170 PRINT;TAB(5);"L3 =";L3;TAB(24);"G(1,3) =";G(1,3)
1180 PRINT;TAB(5);"M3 =";M3;TAB(24);"G(2,3) =";G(2,3)
1190 PRINT;TAB(5);"N3 =";N3;TAB(24);"G(3,3) =";G(3,3)
1200 IF I<S THEN 1390
```

```
1210 GOTO 3000
1220 IF Z1<Z3 THEN 550
1230 LET S4=Z1
1240 IF Z2<Z3 THEN 1280
1250 LET S5=Z2
1260 LET S6=Z3
1270 IF Z2>=Z3 THEN 620
1280 LET S5=Z3
1290 LET S6=Z2
1300 GOTO 620
1310 LET S4=Z2
1320 IF Z1<Z3 THEN 1360
1330 LET S5=Z1
1340 LET S6=Z3
1350 IF Z1>=Z3 THEN 620
1360 LET S5=Z3
1370 LET S6=Z1
1380 GOTO 620
1390 LET I=I+1
1400 GOTO 320
2000 DATA 2
2010 DATA -5.08,-4.98,-13.18,0.41,2.82,0.44
2020 DATA -3.07,-1.39,-9.83,0.69,2.58,0.88
3000 END
```

```
CALCULUL TENSIUNILOR PRINCIPALE IN PROBLEMA
                 SPATIALA

UNITATI DE MASURA: DAN/(CM^2) PENTRU TENSIUNI
SI RADIANI PENTRU UNGHIURI

       NUMARUL PROBLEMELOR ESTE S = 2.00000


                 PROBLEMA  1.00000

                      DATE
        S1 =-5.08000        T(1,2) = .410000
        S2 =-4.98000        T(2,3) = 2.82000
        S3 =-13.1800        T(3,1) = .440000

                    TENSIUNI
        S4 =-3.87567        S5 =-5.29805
        S6 =-14.0662        S0 = 9.55899

    COSINUSI DIRECTORI          UNGHIURI

        L1 = .400174        G(1,1) = 1.15909
        M1 = .871602        G(2,1) = .512333
        N1 = .283144        G(3,1) = 1.28373

        L2 = .915838        G(1,2) = .413218
        M2 =-.391566        G(2,2) = 1.16847
        N2 =-.889911E-01    G(3,2) = 1.48169

        L3 =-.333044E-01    G(1,3) = 1.53749
        M3 =-.294877        G(2,3) = 1.27147
        N3 = .954953        G(3,3) = .301296

                 PROBLEMA  2.00000

                      DATE
        S1 =-3.07000        T(1,2) = .690000
        S2 =-1.39000        T(2,3) = 2.58000
        S3 =-9.83000        T(3,1) = .880000

                    TENSIUNI
        S4 =-.358530        S5 =-3.31685
        S6 =-10.6146        S0 = 9.14316

    COSINUSI DIRECTORI          UNGHIURI

        L1 = .320321        G(1,1) = 1.24473
        M1 = .906038        G(2,1) = .436982
        N1 = .276562        G(3,1) = 1.29059

        L2 = .943588        G(1,2) = .337477
        M2 =-.331076        G(2,2) = 1.23335
        N2 =-.509897E-02    G(3,2) = 1.56570

        L3 =-.881107E-01    G(1,3) = 1.48258
        M3 =-.262185        G(2,3) = 1.30551
        N3 = .960985        G(3,3) = .280261
```

Partea a treia. BARA DREAPTĂ

5. CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECȚIUNILOR

5.1. DEFINIȚII ȘI EXPRESII

Caracteristicile geometrice ale secțiunilor intervin, împreună cu proprietățile fizico-mecanice ale materialelor și cu eforturile secționale datorite încărcărilor exterioare, la definirea răspunsului elementelor de construcție de tip bară. Aceste caracteristici, împreună cu expresiile la care dau naștere (excepție făcînd caracteristicile sectoriale), sînt definite în cele ce urmează.

Aria este o măsură a mărimii unei secțiuni. Ea se notează cu A, are ecuația dimensională $[L^2]$ și se exprimă în mm^2, cm^2, dm^2, m^2, etc.

Momentele statice în raport cu axele Oy și Oz ale sistemului ortogonal Oyz, notate cu S_y și S_z, sînt date de relațiile

$$S_y = Az_G\ ;\ S_z = Ay_G, \tag{5.1}$$

în care y_G și z_G sînt coordonatele centrului de greutate al secțiunii.

Ecuația dimensională a momentelor statice este $[L^3]$, exprimarea lor făcîndu-se în mm^3, cm^3, dm^3, m^3, etc.

Observație. Momentul static al unei secțiuni în raport cu o axă care trece prin centrul ei de greutate este nul.

Momentele de inerție axiale în raport cu axele Oy și Oz ale sistemului ortogonal Oyz, notate cu I_y și I_z, sînt date de relațiile

$$I_y = \int z^2\,dA\ ;\ I_z = \int y^2\,dA. \tag{5.2}$$

Ele au ecuația dimensională $[L^4]$ și se exprimă în mm^4, cm^4, dm^4, m^4, etc.

Momentele de inerție centrifugale în raport cu axele Oy și Oz ale sistemului ortogonal Oyz, notate cu I_{yz} și I_{zy} sînt egale între ele și au expresia

$$I_{yz} = I_{zy} = \int yz\,dA. \tag{5.3}$$

Ecuația lor dimensională și modul de exprimare sînt indentice cu cele ale momentelor de inerție axiale.

Observații. 1. Dacă una dintre axele de coordonate este axă de simetrie, momentul de inerție centrifugal este nul.

2. În practică interesează momentele de inerție axiale și momentele de inerție centrifugale raportate la un sistem ortogonal de axe de coordonate *Gyz* care are originea în centrul de greutate al secțiunii, denumite *axe centrale*.

Variația momentelor de inerție în raport cu axe paralele. Presupunînd cunoscute momentele de inerție axiale I_y și I_z și momentul de inerție centrifugal I_{yz} în raport cu axele centrale *Gy* și *Gz*, pentru noi axe de coordonate Oy_1 și Oz_1 paralele cu cele centrale, definite prin relațiile

$$y_1 = y + a;\ z_1 = z + b, \tag{5.4}$$

se obțin următoarele expresii ale momentelor de inerție:

$$I_{y1} = I_y + b^2A;\ Iz_1 = I_z + a^2A \tag{5.5}$$

și

$$I_{y1z1} = I_{yz} + abA. \tag{5.6}$$

Aceste relații sînt folosite curent pentru calculul momentelor de inerție ale secțiunilor compuse.

Variația momentelor de inerție la rotirea axelor centrale. Presupunînd cunoscute momentele de inerție I_y, I_z și I_{yz} în raport cu axele centrale *Gy* și *Gz*, pentru noi axe de coordonate Gy_1 și Gz_1 rotite față de primele cu unghiul α (considerat pozitiv cînd este descris în sens orar), se obțin următoarele expresii ale momentelor de inerție:

$$I_{y1} = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2}\cos 2\alpha - I_{yz}\sin 2\alpha;$$

$$I_{z1} = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2}\cos 2\alpha + I_{yz}\sin 2\alpha; \tag{5.7}$$

$$I_{y1z1} = \frac{I_y - I_z}{2}\sin 2\alpha - I_{yz}\cos 2\alpha.$$

Axe principale și momente de inerție principale. Unghiul α prezintă două valori caracteristice α_1 și $\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$, pentru care momentele de inerție axiale au valori extreme (un maxim și un minim), acestea reprezentînd *momentele de inerție principale* ale secțiunii. Aceste momente de inerție, notate cu I_1 și I_2, au următoarele expresii:

$$I_1 = \frac{I_y + I_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2};$$

$$I_2 = \frac{I_y + I_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}. \tag{5.8}$$

Axele definite de unghiurile α_1 și α_2 poartă denumirile de *axe principale de inerție*, iar direcțiile lor sînt *direcțiile principale de inerție*.

Observații. 1. Dacă o secțiune admite o axă de simetrie, aceasta este una dintre axele principale de inerție ale secțiunii.

2. Dacă o secțiune admite două axe de simetrie, acestea sînt axele principale de inerție ale secțiunii.

3. Momentul de inerție centrifugal al unei secțiuni în raport cu axele ei principale de inerție este nul.

Mărimile unghiurilor α_1 și α_2 se determină prin intermediul relațiilor

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{I_2 - I_z}{I_{yz}} = \frac{I_y - I_1}{I_{yz}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{I_1 - I_z}{I_{yz}} = \frac{I_y - I_2}{I_{yz}}. \tag{5.9}$$

Momentul de inerție centrifugal în raport cu axele Gy și Gz poate fi determinat în funcție de momentele de inerție axiale, cu relația

$$I_{yz} = \sqrt{I_y I_z - I_1 I_2}. \tag{5.10}$$

Modulii de rezistență sînt egali cu rapoartele dintre momentele de inerție principale și distanțele care separă punctele cele mai depărtate ale secțiunii de axele de inerție principale respective. Expresiile lor sînt

$$W_{ys} = \frac{I_y}{z_s}; \quad W_{yi} = \frac{I_y}{z_i} \tag{5.11}$$

față de axa principală de inerție Gy și

$$W_{z,\,st} = \frac{I_z}{y_{st}}; \quad W_{z,\,dr} = \frac{I_z}{y_{dr}} \tag{5.12}$$

față de axa principală de inerție Gz, în care z_s și z_i sînt distanțele dintre axa Gy și punctele cele mai depărtate ale secțiunii situate deasupra și sub această axă, iar y_{st} și y_{dr} sînt distanțele dintre axa Gz și punctele cele mai depărtate ale secțiunii situate la stînga și la dreapta acestei axe.

Observații. 1. Modulii de rezistență sînt caracteristici secționale cu valori pozitive. Ca urmare, distanțele z_s și y_{st} se introduc în calculul acestor moduli cu valorile lor absolute.
2. Dacă secțiunea prezintă o axă de simetrie, cei doi moduli de rezistență în raport cu această axă sînt egali între ei.

Modulii de rezistență au ecuația dimensională $[L^3]$, ei exprimîndu-se în mm^3, cm^3, dm^3, m^3, etc. Aceste caracteristici intervin în calculul elastic al secțiunilor solicitate de momente încovoietoare.

Razele de inerție ale unei secțiuni sînt definite în raport cu axele de inerție principale astfel:

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_1}{A}}; \quad i_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}}. \tag{5.13}$$

Observație. În cazul cînd axele Gy și Gz sînt axe principale de inerție, în locul notațiilor i_1 și i_2 se păstrează notațiile i_y și i_z.

Razele de inerție au ecuația dimensională $[L]$ și se exprimă în mm, cm, dm, m, etc.

Modulul de rezistență plastic este definit prin relația

$$W_{pl} = S_c + S_t, \tag{5.14}$$

în care S_c și S_t sînt momentele statice ale zonei comprimate de arie A_c și zonei întinse de arie A_t ale unei secțiuni, determinate în raport cu axa neutră corespunzătoare plastificării complete a secțiunii la încovoiere pură.

Axei neutre paralele cu axa principală de inerție Gy îi corespunde modulul de rezistență plastic $W_{y,pl}$, iar axei neutre paralele cu axa principală de inerție Gz îi corespunde modulul de rezistență plastic $W_{z,pl}$.

Observație. Calculul în domeniul plastic nu se aplică secțiunilor la care :

— nu există cel puțin o axă de simetrie ;

— axa neutră nu taie materialul ;

— lățimea secțiunii în punctul cel mai depărtat al zonei comprimate, paralelă cu axa neutră, este mai mică decît oricare dintre celelalte lățimi ale secțiunii paralele cu această axă.

Coeficientul de adaptare plastică al unei secțiuni, denumit și *coeficient de formă*, este egal cu raportul dintre modulul de rezistență plastic și modulul de rezistență elastic corespunzător. Expresiile acestui coeficient sînt :

$$f_y = \frac{W_{y,pl}}{W_y}; \; f_z = \frac{W_{z,pl}}{W_z}, \tag{5.15}$$

prima corespunzînd unei axe neutre paralele cu axa de inerție *Gy*, iar a doua unei axe neutre paralele cu axa de inerție *Gz*.

Coeficienții de profil apar în calculul de dimensionare la flambaj al barelor comprimate prin metoda coeficienților de profil. Corespunzător celor două axe principale de inerție *Gy* și *Gz* ale unei secțiuni, acești coeficienți au expresiile

$$k_y = \frac{A^2}{I_y}; \; k_z = \frac{A^2}{I_z}. \tag{5.16}$$

5.2. TIPURI DE SECȚIUNI

Determinarea pe cale automată a caracteristicilor geometrice s-a studiat în această lucrare pentru 18 secțiuni specifice elementelor de construcție din oțel, beton armat sau beton precomprimat, frecvent întîlnite la stîlpi, bare comprimate sau întinse la grinzile cu zăbrele și la structuri reticulate planare, grinzi cu inimă plină, elemente casetate, nervuri la planșee, etc.

În continuare se prezintă *datele inițiale* și *relațiile de calcul* pentru determinarea caracteristicilor geometrice corespunzătoare fiecăreia dintre cele 18 secțiuni selectate, notațiile folosite fiind sistematizate, codificate și definite în tabelul 5.1.

Secțiunea 1, alcătuită din 4 corniere cu aripi egale, cu aripile la exterior (fig. 5.1).

— *date inițiale* : A_1, b_1, d_1, e_{y1}, I_{y1} ;

— *relații de calcul* :

$$A = 4A_1 ;$$

$$W_y = W_z = \frac{I_y}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \tag{5.17}$$

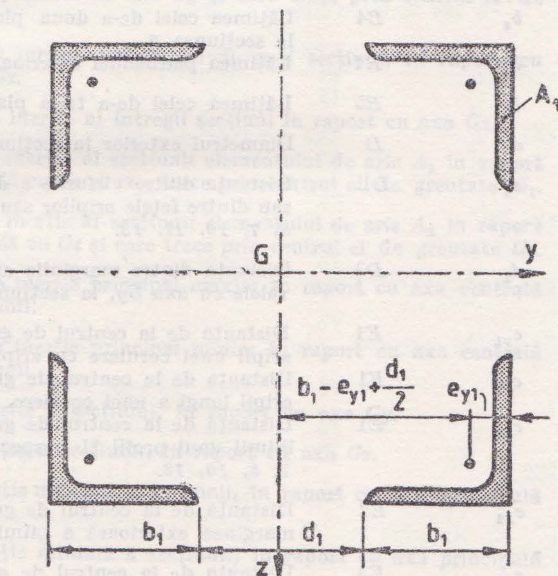


Fig. 5.1

Tabelul 5.1

Notaţii	Codificări	Definiţii
A	A∅	Aria unei secţiuni simple sau aria unei secţiuni compuse.
A_1	A1	Aria secţiunii transversale a unui element component la secţiunile compuse din profile laminate identice la secţiunile *1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 13.*
A_1	A1	Aria secţiunii transversale a primului element component la secţiunile compuse din profile laminate diferite, la secţiunile *7, 8, 12.*
A_2	A2	Aria secţiunii transversale a celui de-al doilea element component la secţiunile compuse din profile laminate diferite la secţiunile *7, 8,* 12.
b_1	B1	Lăţimea aripii la o cornieră cu aripi egale, la secţiunile *1, 2, 3,*
b_1	B1	Lăţimea aripii scurte la o cornieră cu aripi neegale, la secţiunea *4.*
b_1	B1	Lăţimea aripii la profilul U1 care intră în alcătuirea unei secţiuni compuse care cuprinde profile de două tipuri la secţiunile *5, 7, 8, 10, 12* sau la profilul *I,* secţiunea *13.*
b_1	B1	Lăţimea secţiunii tubulare dreptunghiulare.
b_1	B1	Lăţimea golului la secţiunile cu două inimi, (distanţa dintre feţele interioare ale inimilor la secţiunea *15).*
b_1	B1	Lăţimea bazei mici a secţiunii trapezoidale, la secţiunea *16.*
b_2	B2	Lăţimea tălpii celui de-al doilea profil care intră în alcătuirea unei secţiuni compuse care cuprinde profile pe două tipuri, la secţiunile *7* şi *12.*
b_2	B2	Lăţimea tălpii superioare la secţiunile *15* şi *17.*
b_2	B2	Lăţimea bazei mari (vecină cu placa) la secţiunea trapezoidală, secţiunea *16.*
b_3	B3	Lăţimea platbandei, respectiv a primei platbande (interioare) la secţiuni compuse, la secţiunile *6, 9, 10, 13.*
b_3	B3	Lăţimea tălpii inferioare la secţiunile *15* şi *17.*
b_3	B3	Lăţimea plăcii la secţiunea *16.*
b_4	B4	Lăţimea celei de-a doua platbande (intermediare) a unei tălpi, la secţiunea *9.*
b_4	B4	Lăţimea platbandei exterioare, la secţiunea *10.*
b_5	B5	Lăţimea celei de-a treia platbande (exterioare), la secţiunea *9,*
d	D	Diametrul exterior la secţiunea inelară *18.*
d_1	D1	Distanţa dintre vîrfurile a două corniere, profile U sau I vecine sau dintre feţele aripilor sau inimilor, la secţiunile *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 13.*
d_2	D2	Distanţa dintre marginile exterioare ale aripilor cornierelor, paralele cu axa *Gy,* la secţiunea *11.*
e_{y1}	E1	Distanţa de la centrul de greutate G_1 pînă la faţa exterioară a aripii unei corniere cu aripi egale, la secţiunile *1, 2, 3, 9.*
e_{y1}	E1	Distanţa de la centrul de greutate G_1 pînă la faţa exterioară a aripii lungi a unei corniere, la secţiunile *4* şi *11.*
e_{y1}	E1	Distanţa de la centrul de greutate G_1 pînă la faţa exterioară a inimii unui profil U (respectiv profilul U1), la secţiunile *5, 6, 7, 8, 10, 12.*
e_{y2}	E2	Distanţa de la centrul de greutate G_2 al unui profil U_2 pînă la marginea exterioară a inimii profilului, la secţiunile *7* şi *12.*
e_{z1}	E3	Distanţa de la centrul de greutate G_1 al unei corniere pînă la marginea exterioară a celeilalte aripi, măsurată paralel cu axa *Gz,* la secţiunile *4, 11.*

Notații	Codificări	Definiții
f_y	F1	Coeficientul de adaptare plastică a secțiunii, în raport cu axa *Gy*.
f_z	F2	Coeficientul de adaptare plastică a secțiunii, în raport cu axa *Gz*.
h_1	H1	Înălțimea secțiunii, egală cu lungimea aripii mari, la secțiunile *4* și *5*.
h_1	H1	Înălțimea inimii profilului U (respectiv U1) sau I, la secțiunile *5*, *6*, *7*, *8*, *10*, *12*, *13*.
h_1	H1	Înălțimea secțiunii tubulare, la secțiunea *14*.
h_1	H1	Înălțimea inimii (inimilor), la secțiunile *15*, *16*, *17*.
h_2	H2	Înălțimea profilelor U2, respectiv distanța dintre profilele U1, la secțiunile *7* și *12*.
h_2	H2	Înălțimea profilului I, respectiv distanța dintre profilele U1, la secțiunea *8*.
h_6	H6	Înălțimea inimii grinzii cu inimă plină, la secțiunea *9*.
i	I	Numărul de ordine al secțiunilor.
I_u	Y3	Momentul de inerție principal maxim al unei corniere, la secțiunea *11*.
I_v	Z3	Momentul de inerție principal minim al unei corniere, la secțiunea *11*.
I_y	I1	Momentul de inerție al întregii secțiuni în raport cu axa *Gy*.
I_{y1}	Y1	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie A_1 în raport cu axa paralelă cu axa *Gy* și care trece prin centrul ei de greutate G_1.
I_{y2}	Y2	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie A_2 în raport cu axa paralelă cu axa *Gy* și care trece prin centrul ei de greutate G_2.
I_{yz}	XØ	Momentul de inerție centrifugal al unei secțiuni, în raport cu axele *Gy* și *Gz*.
I_z	I2	Momentul de inerție al întregii secțiuni în raport cu axa *Gz*.
I_{z1}	Z1	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie A_1 în raport cu axa paralelă cu *Gz* și care trece prin centrul ei de greutate G_1.
I_{z2}	Z2	Momentul de inerție al secțiunii elementului de arie A_2 în raport cu axa paralelă cu *Gz* și care trece prin centrul ei de greutate G_2.
I_1	J1	Momentul de inerție principal maxim în raport cu axa centrală *1—1* a secțiunii.
I_2	J2	Momentul de inerție principal minim în raport cu axa centrală *2—2* a secțiunii.
i_y	I3	Raza de inerție a secțiunii, în raport cu axa *Gy*.
i_z	I4	Raza de inerție a secțiunii, în raport cu axa *Gz*.
i_1	J3	Raza de inerție maximă a secțiunii, în raport cu axa principală *1—1*.
i_2	J4	Raza de inerție minimă a secțiunii, în raport cu axa principală *2—2*.
j	J	Numărul de identificare a tipului secțiunilor $j = 1$ pentru secțiuni de tipul *1*

Notații	Codificări	Definiții
		$j = 2$ pentru secțiuni de tipul *2* $j = 3$ pentru secțiuni de tipul *3* $j = 4$ pentru secțiuni de tipul *4* $j = 5$ pentru secțiuni de tipul *5* $j = 6$ pentru secțiuni de tipul *6* $j = 7$ pentru secțiuni de tipul 7 $j = 8$ pentru secțiuni de tipul 8 $j = 9$ pentru secțiuni de tipul 9 $j = 10$ pentru secțiuni de tipul *10* $j = 11$ pentru secțiuni de tipul *11* $j = 12$ pentru secțiuni de tipul *12* $j = 13$ pentru secțiuni de tipul *13* $j = 14$ pentru secțiuni de tipul *14* $j = 15$ pentru secțiuni de tipul *15* $j = 16$ pentru secțiuni de tipul *16* $j = 17$ pentru secțiuni de tipul *17* $j = 18$ pentru secțiuni de tipul *18*
k_y	*K*1	Coeficientul de profil al secțiunii, în raport cu axa *Gy*.
k_z	*K*2	Coeficientul de profil al secțiunii, în raport cu axa *Gz*.
$Q_1 \ldots Q_8$	*Q*1 . . .*Q*8	Expresii intermediare.
s	*S*	Numărul total de secțiuni.
S_{y1}	*S*1	Momentul static al jumătății secțiunii unui profil 1, în raport cu axa de simetrie care taie inima acestuia, la secțiunile *5*, *6*, *7*, *8*, *13*.
S_{z2}	*S*2	Momentul static al jumătății secțiunii unui profil 2, în raport cu axa de simetrie care taie inima acestuia, la secțiunea *8*.
t	*T*1	Grosimea peretelui la secțiunea inelară *18*.
t_1	*T*1	Grosimea peretelui la secțiunea tubulară dreptunghiulară *14*.
t_1	*T*1	Grosimea inimii la secțiunea *17*.
t_1	*T*1	Grosimea unei inimi la secțiunea casetată *15*.
t_2	*T*2	Grosimea tălpii superioare la secțiunea casetată *15*.
t_2	*T*2	Grosimea tălpii superioare la secțiunea *17*.
t_3	*T*3	Grosimea unei platbande la secțiunile *6* și *13*, respectiv a primei platbande (interioare) la secțiunile *9* și *10*.
t_3	*T*3	Grosimea tălpii inferioare, la secțiunile *15* și *17*.
t_3	*T*3	Grosimea plăcii, la secțiunea *16*.
t_4	*T*4	Grosimea celei de-a doua platbande (intermediare) a unei tălpi sau lățimea platbandei exterioare, la secțiunile *9* și *10*.
t_5	*T*5	Grosimea celei de-a treia platbande (exterioare), la secțiunea *9*.
t_6	*T*6	Grosimea inimii la grinda cu inimă plină, secțiunea *9*.
W_y	*W*1	Modulul de rezistență elastic al secțiunii în raport cu axa de simetrie *Gy*.
W_{yi}	*W*6	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni, corespunzător fibrei extreme inferioare ($z_i > 0$).
W_{ys}	*W*5	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni, corespunzător fibrei extreme superioare ($z_s < 0$).
$W_{y,\,pl}$	*W*3	Modulul de rezistență plastic al secțiunii, în raport cu axa *Gy*. la secțiunile *5*, *6*, *7*, *8*, *9*, *13*, *14*, *15*, *17*, *18*.

Tabelul 5.1. (continuare)

Notații	Codificări	Definiții
W_z	W2	Modulul de rezistență elastic al unei secțiuni în raport cu axa de simetrie Gz.
$W_{z,pl}$	W4	Modulul de rezistență plastic al secțiunii, în raport cu axa Gz, la secțiunile *11* și *18*.
W_{A1} W_{B1} W_{C1} W_{O1}	V1 V2 V3 V4	Modulii de rezistență elastici ai secțiunii nesimetrice *12*, în raport cu axele principale *1—1* și *2—2*, relativi la punctele *A, B, C, O*.
y_G	G1	Abscisa centrului de greutate al unei secțiuni în raport cu axa inițială $\overline{O_z}$, la secțiunea *12*.
z_G	G2	Ordonata centrului de greutate al unei secțiuni, în raport cu axa inițială $\overline{Oy}$, la secțiunea *12* sau cu axa de simetrie Gz, la secțiunile *10, 15, 16, 17*.
y_A	M1	Distanța de la vîrful *A* la axa principală *2—2*.
z_A	N1	Distanța de la vîrful *A* la axa principală *1—1*.
y_B	M2	Distanța de la vîrful *B* la axa principală *2—2*.
z_B	N2	Distanța de la vîrful *B* la axa principală *1—1*.
y_C	M3	Distanța de la vîrful *C* la axa principală *2—2*.
z_C	N3	Distanța de la vîrful *C* la axa principală *1—1*.
y_O	M4	Distanța de la vîrful *O* la axa principală *2—2*.
z_O	N4	Distanța de la vîrful *O* la axa principală *1—1*.
y_{C1} y_{O1}	Y5 Y6	Abscisele punctelor *C* și *O* în raport cu sistemul de axe principale G12, la secțiunea *12*.
z_{A1} z_{B1}	Z5 Z6	Ordonatele punctelor *A* și *B* în raport cu sistemul de axe principale G12, la seciunea *12*.
α_1	U1	Unghiul format de axa principală de inerție *1—1* cu axa Gy.
α_2	U2	Unghiul format de axa principală de inerție *2—2* cu axa Gy.

$$I_y = I_z = 4I_{y1} + A\left(b_1 - e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2; \tag{5.18}$$

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_{y1}}{A}}; \; k_y = k_z = \frac{A^2}{I_y}. \tag{5.19}$$

Caracteristicile $W_{y.pl}$, $W_{z.pl}$, f_y și f_z nu se determină deoarece axele Gy și Gz nu taie secțiunea.

Secțiunea 2, alcătuită din 4 corniere cu aripi egale, dispuse în cruce (fig. 5.2).

— *date inițiale*: aceleași ca pentru secțiunea 1;

— *relații de calcul*:

$$I_y = I_z = 4I_{y1} + A\left(e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2. \tag{5.20}$$

Caracteristicile A, W_y, W_z, i_y, i_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.17) și (5.19).

Caracteristicile $W_{y.pl}$, $W_{z.pl}$, f_y și f_z nu se determină deoarece axele Gy și Gz nu taie secțiunea.

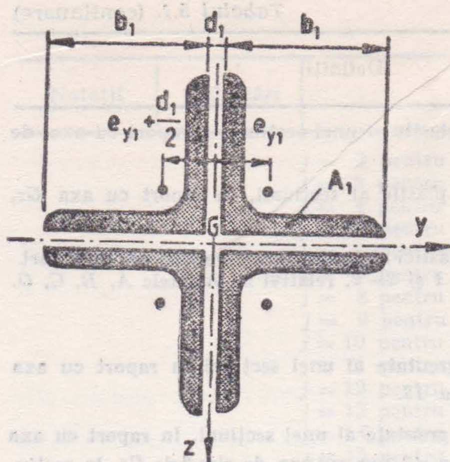


Fig. 5.2

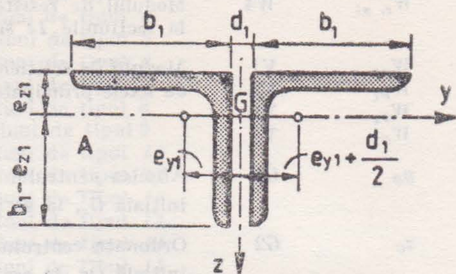


Fig. 5.3

Secțiunea 3, alcătuită din două corniere cu aripi egale dispuse în *T* (fig. 5.3).

— *date inițiale* : A_1, h_1, b_1, d_1, e_{y1}, e_{z1}, I_{y1}, I_{z1} ;

— *relații de calcul* :

$$A = 2A_1 \; ; \; W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \; ; \tag{5.21}$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{e_{z1}} ; \; W_{yi} = \frac{I_y}{h_1 - e_{z1}} ; \tag{5.22}$$

$$I_y = 2I_{y1} ; \; I_z = 2I_{z1} + A\left(e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2 ; \tag{5.23}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} ; \; i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} ; \tag{5.24}$$

$$k_y = \frac{A^2}{I_y} ; \; k_z = \frac{A^2}{I_z} . \tag{5.25}$$

Caracteristicile $W_{y,pl}$, $W_{z,pl}$, f_y și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 4, alcătuită din două corniere cu aripi neegale, dispuse în *T* (fig. 5.4).

— *date inițiale* : la fel ca la secțiunea 3 ;

— *relații de calcul* :

$$W_{yi} = \frac{I_y}{h_1 - e_{z1}} ; \tag{5.26}$$

Caracteristicile A, W_z, W_{ys}, I_y, I_z, i_y, i_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.21)...(5.25).

Caracteristicile $W_{y,pl}$, $W_{z,pl}$, f_y și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

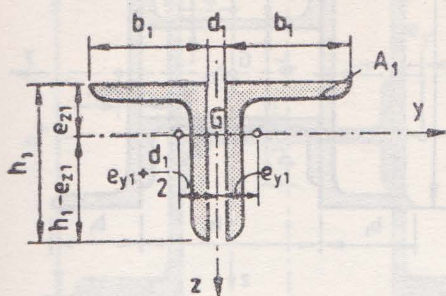


Fig. 5.4

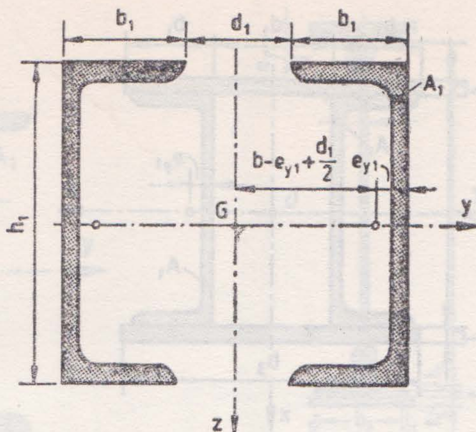


Fig. 5.5

Secțiunea 5, alcătuită din două profile *U*, cu inimile la exterior (fig. 5.5).

— *date inițiale*: A_1, h_1, b_1, d_1, e_{y1}, S_{y1}, I_{y1}, I_{z1} ;

— *relații de calcul*:

$$I_z = 2I_{z1} + A\left(b_1 - e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2 ; \tag{5.27}$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1}; \; W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}}; \tag{5.28}$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1}; \; f_y = \frac{W_{y,pl}}{W_y}. \tag{5.29}$$

Caracteristicile A, I_y, i_y, i_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.21), (5.23), (5.24) și (5.25).

Caracteristicile $W_{z,pl}$ și f_z nu se determină deoarece axa Gz nu taie materialul secțiunii.

Secțiunea 6, alcătuită din două profile *U* cu inimile alăturate și din două platbande (fig. 5.6).

— *date inițiale*: A_1, h_1, b_1, d_1, b_3, t_3, e_{y1}, S_{y1}, I_{y1}, I_{z1} ;

— *relații de calcul*:

$$A = 2A_1 + 2b_3t_3 ; \; W_y = \frac{I_y}{\frac{h_1}{2} + t_3}; \tag{5.30}$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \text{ pentru } b_3 \geqslant d_1 + 2b_1, \tag{5.31}$$

$$W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } b_3 < d_1 + 2b_1 ; \tag{5.32}$$

$$I_y = 2I_{y1} + \frac{b_3}{12}[(h_1 + 2t_3)^3 - h_1^3] ; \tag{5.33}$$

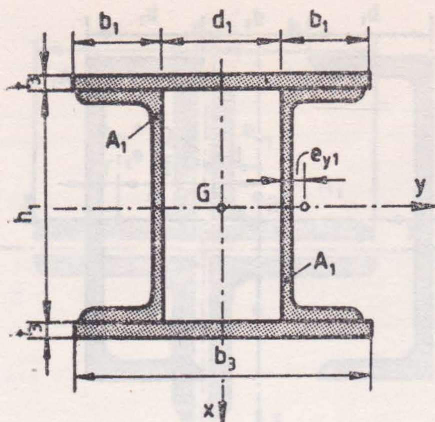


Fig. 5.6

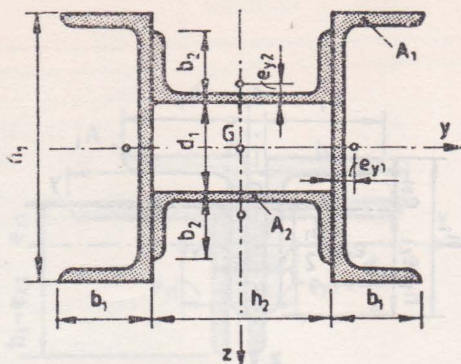


Fig. 5.7

$$I_z = 2I_{z1} + 2A_1\left(e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2 + \frac{t_3 b_3^2}{6}; \qquad (5.34)$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1} + b_3 t_3 (h_1 + t_3). \qquad (5.35)$$

Caracteristicile i_y, i_z, k_y, k_z și f_y se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile $W_{z,pl}$ și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 7, alcătuită din două profile *U* notate cu 1 și din două profile *U* notate cu 2, dispuse ca în figura 5.7.

— *date inițiale* : A_1, A_2, h_1, b_1, h_2, b_2, d_1, S_{y1}, e_{y1}, e_{y2}, I_{y1}, I_{y2}, I_{z1}, I_{z2} ;

— *relații de calcul* :

$$A = 2(A_1 + A_2)\,;\; W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{h_2}{2}}; \qquad (5.36)$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1} \text{ pentru } h_1 \geqslant d_1 + 2b_2; \qquad (5.37)$$

$$W_y = \frac{I_y}{b_2 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } h_1 < d_1 + 2b_2; \qquad (5.38)$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1} + 2A_2\left(e_{y2} + \frac{d_1}{2}\right); \qquad (5.39)$$

$$I_y = 2I_{y1} + 2I_{z2} + 2A_2\left(e_{y2} + \frac{d_1}{2}\right)^2; \qquad (5.40)$$

$$I_z = 2I_{z1} + 2I_{y2} + 2A_1\left(e_{y1} + \frac{h_2}{2}\right)^2; \qquad (5.41)$$

$$f_y = \frac{W_{y,pl}}{W_y} \text{ pentru } h_1 \geqslant d_1 + 2b_2. \qquad (5.42)$$

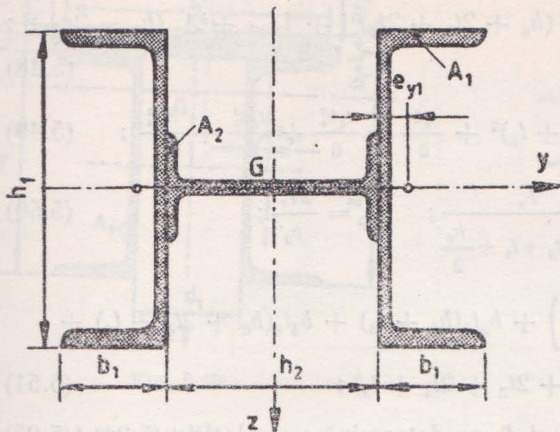


Fig. 5.8

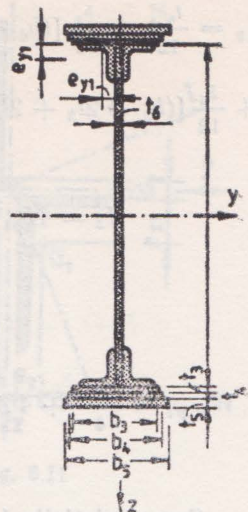


Fig. 5.9

Caracteristicile i_y, i_z, k_y, și k_z se determină cu relațiile (5.24) și (5.25).

Caracteristicile $W_{z.pl}$ și f_z nu se folosesc în practică, iar caracteristicile $W_{y.pl}$ și f_y nu se determină pentru $h_1 < d_1 + 2b_2$ din același motiv.

Secțiunea 8, alcătuită din două profile *U* notate cu 1, legate printr-un profil *I* notat cu 2 (fig. 5.8).

— *date inițiale*: A_1, A_2, h_1, b_1, h_2, e_{y1}, S_{y1}, S_{z2}, I_{y1}, I_{y2}, I_{z1}, I_{z2};

— *relații de calcul*:

$$A = 2A_1 + A_2\,;\quad I_y = 2I_{y1} + I_{z2}\,; \tag{5.43}$$

$$I_z = I_{y2} + 2I_{z1} + 2A_1\left(e_{y1} + \frac{h_2}{2}\right)^2; \tag{5.44}$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1}\,;\quad W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{h_2}{2}}\,; \tag{5.45}$$

$$W_{y.pl} = 4S_{y1} + 2S_{z2}. \tag{5.46}$$

Caracteristicile i_y, i_z, k_y, k_z și f_y se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile $W_{z.pl}$ și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 9, în formă de dublu *T* cu două axe de simetrie, alcătuită dintr-o inimă, 4 corniere cu aripi egale și din una, două sau trei platbande la fiecare talpă (fig. 5.9).

— *date inițiale*: A_1, b_3, t_3, b_4, t_4, b_5, t_5, h_6, t_6, e_{y1}, I_{y1};

Se admite că $b_3 \geqslant b_4 \geqslant b_5$.

Dacă tălpile sînt alcătuite din cîte două platbande, se ia $b_5 = t_5 = 0$.

Dacă tălpile sînt alcătuite din cîte o singură platbandă, se ia $b_4 = t_4 = 0$ și $b_5 = t_5 = 0$.

— *relații de calcul*:

$$A = 4A_1 + 2(b_3t_3 + b_4t_4 + b_5t_5) + h_6t_6\,; \tag{5.47}$$

$$I_y = \frac{t_6 h_6^3}{12} + \frac{b_3}{12}[(h_6 + 2t_3)^3 - h_6^3)] + \frac{b_4}{12}[(h_6 + 2t_3 + 2t_4)^3 - (h_6 + 2t_3)^3] +$$

$$+ \frac{b_5}{12}[(h_6 + 2t_3 + 2t_4 + 2t_5)^3 - (h_6 + 2t_3 + 2t_4)^3] + 4I_{y1} + A_1(h_6 - 2e_{y1})^2; \quad (5.48)$$

$$I_z = 4I_{y1} + A_1(2e_{y1} + t_6)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{6} + \frac{t_4 b_4^3}{6} + \frac{t_5 b_5^3}{6} + \frac{h_6 t_6^3}{12}; \quad (5.49)$$

$$W_y = \frac{I_y}{t_3 + t_4 + t_5 + \frac{h_6}{2}}; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}; \quad (5.50)$$

$$W_{y.pl} = \frac{t_6 h_6^2}{4} + 4A_1\left(\frac{h_6}{2} - e_{y1}\right) + b_3 t_3(h_6 + t_3) + b_4 t_4(h_6 + 2t_3 + t_4) +$$

$$+ b_5 t_5(h_6 + 2t_3 + 2t_4 + t_5); \quad (5.51)$$

Caracteristicile i_y, i_z, k_y, k_z și f_y se determină cu relațiile (5.24), (5.25) și (5.29).

Caracteristicile $W_{z,pl}$ și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 10, alcătuită din două profile *U* cu una sau două platbande la talpa superioară (fig. 5.10).

— *date inițiale*: A_1, h_1, b_3, t_3, b_4, t_4, d_1, e_{y1}, I_{y1}, I_{z1}.

Dacă secțiunea are o singură platbandă, se ia $b_4 = t_4 = 0$.

Dacă secțiunea nu are platbande, se ia $b_3 = t_3 = 0$ și $b_4 = t_4 = 0$.

— *relații de calcul*:

$$A = 2A_1 + b_3 t_3 + b_4 t_4; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}; \quad (5.52)$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{h_1 + t_3 + t_4 - z_G}; \quad W_{yi} = \frac{I_y}{z_G}; \quad (5.53)$$

$$z_G = \frac{1}{A}\left[A_1 h_1 + b_3 t_3\left(h_1 + \frac{t_3}{2}\right) + b_4 t_4\left(h_1 + t_3 + \frac{t_4}{2}\right)\right]; \quad (5.54)$$

$$I_y = 2I_{y1} + 2A_1\left(z_G - \frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{b_3 t_3^3}{12} + b_3 t_3\left(h_1 + \frac{t_3}{2} - z_G\right)^2 + \frac{b_4 t_4^3}{12} +$$

$$+ b_4 t_4\left(h_1 + t_3 + \frac{t_4}{2} - z_G\right)^2; \quad (5.55)$$

$$I_z = 2I_{z1} + 2A_1\left(e_{y1} + \frac{d_1}{2}\right)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{12} + \frac{t_4 b_4^3}{12}. \quad (5.56)$$

Caractestiticile i_y, i_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.24) și (5.25).

Caracteristicile $W_{y.pl}$, $W_{z.pl}$, f_y și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 11, alcătuită din două corniere cu aripi egale sau neegale, dispuse antisimetric (fig. 5.11).

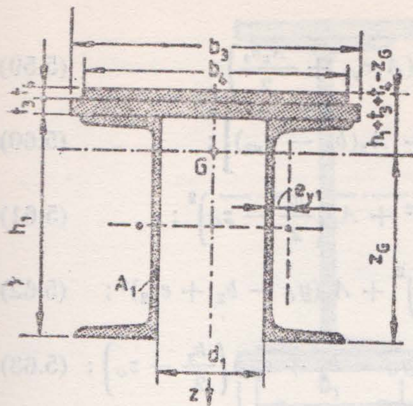


Fig. 5.10

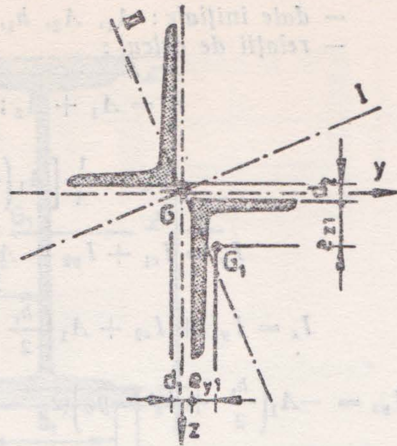


Fig. 5.11

— *date iniţiale* : A_1, d_1, d_2, e_{y1}, e_{z1}, I_{y1}, I_{z1}, I_u, I_v ;
— *relaţii de calcul* :

$$I_y = 2I_{y1} + A\left(e_{z1} + \frac{d_2}{2}\right)^2 ; \qquad (5.57)$$

$$I_{yz} = 2\sqrt{I_{y1}I_{z1} - I_uI_v} + \frac{A_1}{2}(e_{y1} + d_1)(e_{z1} + d_2). \qquad (5.58)$$

Caracteristicile A, I_z, I_1, I_2, tg α_1, tg α_2, i_y şi i_z se determină cu relaţiile (5.21), (5.23), (5.8), (5.9) şi (5.13).

Celelalte caracteristici nu se folosesc în practică.

Secţiunea 12, alcătuită din două profile *U* notate cu 1 şi 2, aşezate nesimetric (fig. 5.12).

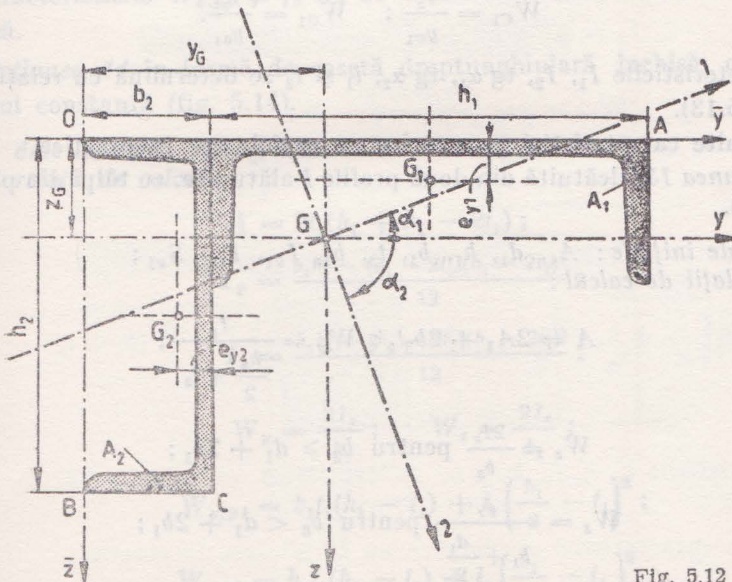


Fig. 5.12

— *date iniţiale* : A_1, A_2, h_1, h_2, b_2, e_{y1}, e_{y2}, I_{y1}, I_{y2}, I_{z1}, I_{z2}.
— *relaţii de calcul* :

$$A = A_1 + A_2 ; \; z_G = \frac{1}{A}\left((A_1 e_{y1} + \frac{A_2 h_2}{2}\right) ; \tag{5.59}$$

$$y_G = \frac{1}{A}\left[A_1\left(\frac{h_1}{2} + b_2\right) + A_2(b_2 - e_{y2})\right] ; \tag{5.60}$$

$$I_y = I_{z1} + I_{y2} + A_1(z_G - e_{y1})^2 + A_2\left(\frac{h_2}{2} - z_G\right)^2 ; \tag{5.61}$$

$$I_z = I_{y1} + I_{z2} + A_1\left(\frac{h_1}{2} + b_2 - y_G\right)^2 + A_2(y_G - b_2 + e_{y2})^2 ; \tag{5.62}$$

$$I_{yz} = -A_1\left(\frac{h_1}{2} + b_2 - y_G\right)(z_G - e_{y1}) - A_2(y_G - b_2 + e_{y2})\left(\frac{h_2}{2} - z_G\right) ; \tag{5.63}$$

$$y_A = h_1 + b_2 - y_G ; \; z_A = -z_G ; \tag{5.64}$$

$$y_B = -y_G ; \; z_B = h_2 - z_G ; \tag{5.65}$$

$$y_C = b_2 - y_G ; \; z_C = h_2 - z_G ; \tag{5.66}$$

$$y_O = -y_G ; \; z_O = -z_G ; \tag{5.67}$$

$$z_{A1} = -z_A \cos\alpha_1 + y_A \sin\alpha_1 ; \tag{5.68}$$

$$z_{B1} = -z_B \cos\alpha_1 + y_B \sin\alpha_1 ; \tag{5.69}$$

$$y_{C1} = z_C \sin\alpha_1 + y_C \cos\alpha_1 ; \tag{5.70}$$

$$y_{O1} = z_O \sin\alpha_1 + y_O \cos\alpha_1 ; \tag{5.71}$$

$$W_{A1} = \frac{I_1}{z_{A1}} ; \; W_{B1} = \frac{I_1}{z_{B1}} \tag{5.72}$$

$$W_{C1} = \frac{I_2}{y_{C1}} ; \; W_{O1} = \frac{I_2}{y_{O1}} . \tag{5.73}$$

Caracteristicile I_1, I_2, $\operatorname{tg}\alpha_1$, $\operatorname{tg}\alpha_2$, i_1 şi i_2 se determină cu relaţiile (5.8), (5.9) şi (5.13).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secţiunea 13, alcătuită din două profile *I* alăturate, cu tălpi din platbande (fig. 5.13).

— *date iniţiale* : A_1, d_1, h_1, b_1, t_3, b_3, I_{y1}, I_{z1}, S_{y1} ;
— *relaţii de calcul* :

$$A = 2A_1 + 2b_3 t_3 ; \; W_y = \frac{I_y}{\frac{h_1}{2} + t_3} ; \tag{5.74}$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \text{ pentru } b_3 \geqslant d_1 + 2b_1 ; \tag{5.75}$$

$$W_z = \frac{I_z}{b_1 + \frac{d_1}{2}} \text{ pentru } b_3 < d_1 + 2b_1 ; \tag{5.76}$$

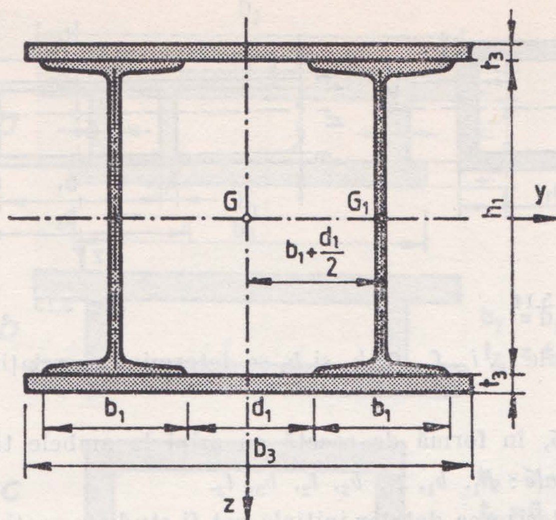


Fig. 5.13

$$I_y = 2I_{y1} + \frac{b_3}{12}[(h_1 + 2t_3)^3 - h_1^3] ; \tag{5.77}$$

$$I_z = 2I_{z1} + \frac{A_1}{2}(b_1 + d_1)^2 + \frac{t_3 b_3^3}{6} ; \tag{5.78}$$

$$W_{y,pl} = 4S_{y1} + b_3 t_3 (h_1 + t_3). \tag{5.79}$$

Caracteristicile i_y, i_z, k_y, k_z și f_y se determină cu relațiile (5.13), (5.16) și (5.15).

Caracteristicile $W_{z,pl}$ și f_z nu se determină deoarece nu se folosesc în practică.

Secțiunea 14 în formă de casetă dreptunghiulară închisă, cu grosimea peretelui constantă (fig. 5.14).

— *date inițiale* : b_1, h_1, t_1 ;
— *relații de calcul* :

$$A = 2t_1(b_1 + h_1 - 2t_1) ; \tag{5.80}$$

$$I_y = \frac{b_1 h_1^3 - (b_1 - 2t_1)(h_1 - 2t_1)^3}{12} ; \tag{5.81}$$

$$I_z = \frac{h_1 b_1^3 - (h_1 - 2t_1)(b_1 - 2t_1)^3}{12} ; \tag{5.82}$$

$$W_y = \frac{2I_y}{h_1} ; \quad W_z = \frac{2I_z}{b_1} ; \tag{5.83}$$

$$W_{y,pl} = b_1 t_1 (h_1 - t_1) + t_1 \left(\frac{h_1}{2} - t_1\right)^2 ; \tag{5.84}$$

$$W_{z,pl} = h_1 t_1 (b_1 - t_1) + t_1 \left(\frac{b_1}{2} - t_1\right)^2 . \tag{5.85}$$

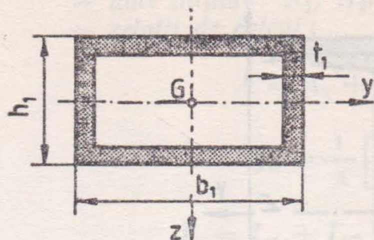


Fig. 5.14

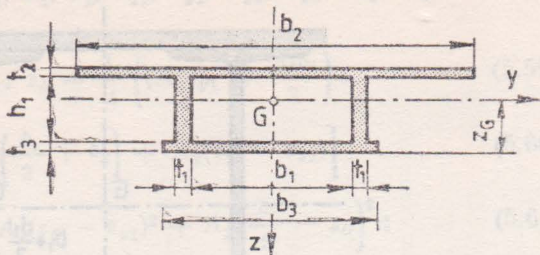


Fig. 5.15

Caracteristicile i_y, i_z, f_y, f_z, k_y şi k_z se determină cu relaţiile (5.13), (5.15) şi (5.16).

Secţiunea 15, în formă de casetă cu aripi la ambele tălpi (fig. 5.15).

— *date iniţiale* : h_1, b_1, t_1, b_2, t_2, b_3, t_3.

Prin particularizarea datelor iniţiale pot fi studiate secţiunile prezentate în figurile 5.16 a...f.

— *relaţii de calcul* :

$$A = 2h_1t_1 + b_2t_2 + b_3t_3\,; \tag{5.86}$$

$$z_G = \frac{1}{A}\left[b_2t_2\left(\frac{t_2}{2} + h_1 + t_3\right) + 2h_1t_1\left(\frac{h_1}{2} + t_3\right) + \frac{b_3t_3^2}{2}\right]; \tag{5.87}$$

$$I_y = \frac{b_2t_2^3}{12} + b_2t_2\left(\frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G\right)^2 + \frac{t_1h_1^3}{6} + 2h_1t_1\left(\frac{h_1}{2} + t_3 - z_G\right)^2 + \frac{b_3t_3^3}{12} + b_3t_3\left(z_G - \frac{t_3}{2}\right)^2; \tag{5.88}$$

$$I_z = \frac{t_2b_2^3 + t_3b_3^3}{12} + \frac{h_1t_1^3}{6} + \frac{h_1t_1}{2}(b_1 + t_1)^2\,; \tag{5.89}$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{t_2 + h_1 + t_3 - z_G}\,; \quad W_{yi} = \frac{I_y}{z_G}; \tag{5.90}$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_2} \quad \text{pentru } b_2 \geqslant b_3\,; \tag{5.91}$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \quad \text{pentru } b_2 < b_3\,; \tag{5.92}$$

$$W_{y.pl} = b_2t_2\left(\frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G\right) + b_3t_3\left(z_G - \frac{t_3}{2}\right) + \frac{t_1}{2}(h_1 + t_3 - z_G)^2 + \frac{t_1}{2}(z_G - t_3)^2. \tag{5.93}$$

Caracteristicile i_y, i_z, f_y, k_y şi k_z se determină cu relaţiile (5.13), (5.15) şi (5.16).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secţiunea 16, alcătuită dintr-o nervură trapezoidală şi o talpă (fig. 5.17).

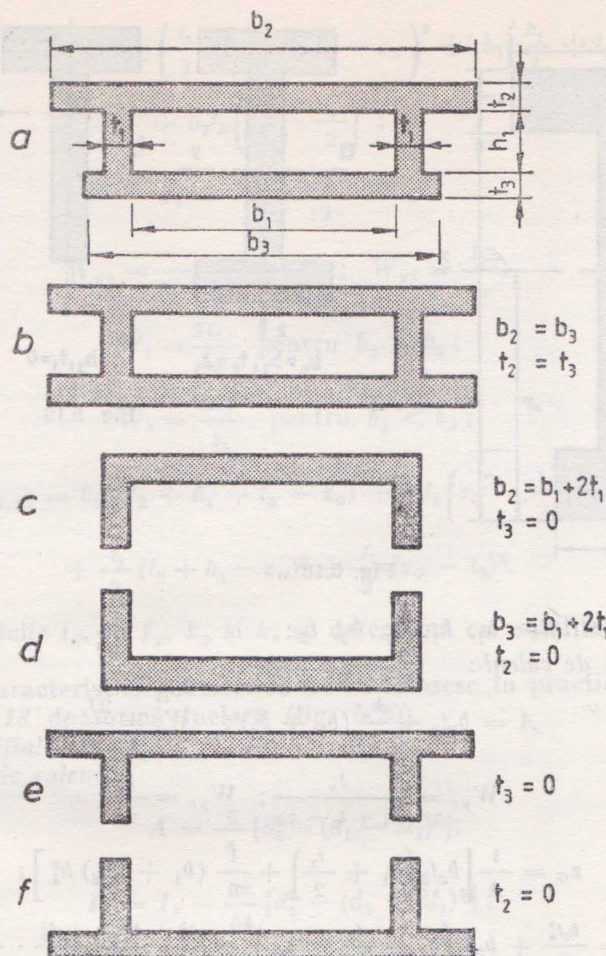


Fig. 5.16

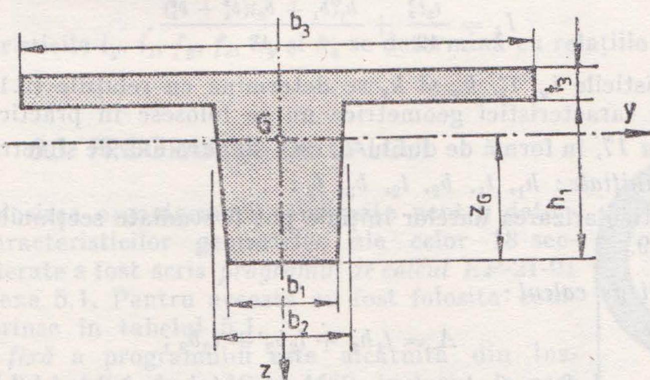


Fig. 5.17

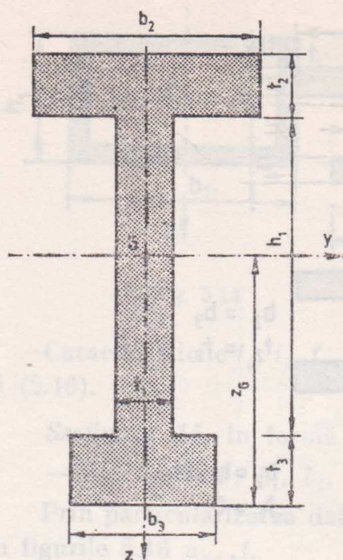


Fig. 5.18

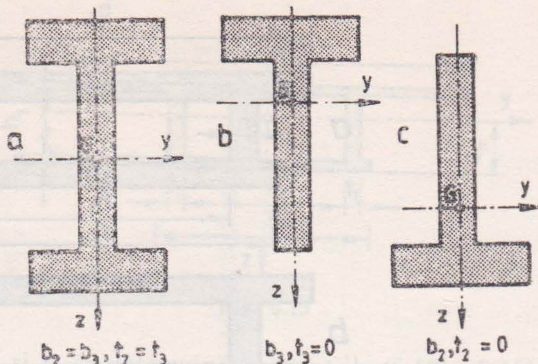


Fig. 5.19

— *date inițiale* : b_1, h_1, b_2, b_3, t_3 ;

— *relații de calcul* :

$$A = b_3t_3 + \frac{h_1}{2}(b_1 + b_2)\,;\quad W_z = \frac{2I_z}{b_3}\,; \tag{5.94}$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{h_1 + t_3 - z_G}\,;\quad W_{yi} = \frac{I_y}{z_G}\,; \tag{5.95}$$

$$z_G = \frac{1}{A}\left[b_3t_3\left(h_1 + \frac{t_3}{2}\right) + \frac{1}{6}(b_1 + 2b_2)\,h_1^2\right]; \tag{5.96}$$

$$I_y = \frac{b_3t_3^3}{12} + b_3t_3\left(h_1 + \frac{t_3}{2} - z_G\right)^2 + \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{b_1 + b_2}\cdot\frac{h_1^3}{36} +$$

$$+\frac{h_1}{2}(b_1 + b_2)\left(\frac{2b_1 + b_2}{b_1 + b_2}\cdot\frac{h_1}{3} - z_G\right)^2; \tag{5.97}$$

$$I_z = \frac{t_3t_3^3}{12} + \frac{h_1(b_1 + b_2)(b_1^2 + b_2^2)}{48}. \tag{5.98}$$

Caracteristicile i_y, i_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.13) și (5.16). Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secțiunea 17, în formă de dublu *T*, cu o singură axă de simetrie (fig. 5.18).

— *date inițiale* : h_1, t_1, b_2, t_2, b_3, t_3 ;

Prin particularizarea datelor inițiale pot fi studiate secțiunile prezentate în figura 5.19.

— *relații de calcul* :

$$A = t_1h_1 + t_2b_2 + t_3b_3\,; \tag{5.99}$$

$$z_G = \frac{1}{A}\left[b_2t_2\left(t_3 + h_1 + \frac{t_2}{2}\right) + h_1t_1\left(t_3 + \frac{h_1}{2}\right) + \frac{b_3t_3^2}{2}\right]; \tag{5.100}$$

$$I_y = \frac{b_2t_2^3 + t_1h_1^3 + b_3t_3^3}{12} + b_2t_2\left(\frac{t_2}{2} + h_1 + t_3 - z_G\right)^2 + t_1h_1\left(\frac{h_1}{2} + t_3 - z_G\right)^2 +$$

$$+ b_3t_3\left(z_G - \frac{t_3}{2}\right)^2; \qquad (5.101)$$

$$I_z = \frac{h_1t_1^3 + t_2b_2^3 + t_3b_3^3}{12}; \qquad (5.102)$$

$$W_{ys} = \frac{I_y}{h_1 + t_2 + t_3 - z_G}; \; W_{yi} = \frac{I_y}{z_G}; \qquad (5.103)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_2} \text{ pentru } b_2 \geqslant b_3; \qquad (5.104)$$

$$W_z = \frac{2I_z}{b_3} \text{ pentru } b_2 < b_3; \qquad (5.105)$$

$$W_{y,pl} = b_2t_2(t_2 + h_1 + t_3 - z_G) + b_3t_3\left(z_G - \frac{t_3}{2}\right) +$$

$$+ \frac{t_1}{2}(t_3 + h_1 - z_G)^2 + \frac{t_1}{2}(z_G - t_3)^2. \qquad (5.106)$$

Caracteristicile i_y, i_z, f_y, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

Celelalte caracteristici geometrice nu se folosesc în practică.

Secțiunea 18 de formă inelară (fig. 5.20).

— *date inițiale*: d_1, t_1;

— *relații de calcul*:

$$A = \frac{\pi}{4}[d_1^2 - (d_1 - 2t_1)^2]; \qquad (5.107)$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi}{64}[d_1^4 - (d_1 - 2t_1)^4]; \qquad (5.108)$$

$$W_y = W_z = \frac{2I_y}{d_1}; \qquad (5.109)$$

$$W_{y,pl} = W_{z,pl} = \frac{1}{6}[d_1^3 - (d_1 - 2t_1)^3]. \qquad (5.110)$$

Caracteristicile i_y, i_z, f_y, f_z, k_y și k_z se determină cu relațiile (5.13), (5.15) și (5.16).

5.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin folosirea organigramei construite pentru determinarea caracteristicilor geometrice ale celor 18 secțiuni considerate a fost scris *programul de calcul* *EP*-21-01 listat în anexa 5.1. Pentru aceasta au fost folosite codificările cuprinse în tabelul 5.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 4460 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 6000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 4461 și 5999.

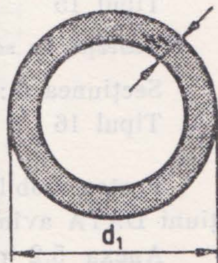


Fig. 5.20

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de secțiuni cărora urmează să li se determine caracteristicile geometrice. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni sau perechi de instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele inițiale necesare pentru determinarea caracteristicilor geometrice ale unei singure secțiuni, scrise în ordinea prezentată în paragraful 5.2 pentru fiecare dintre cele 18 secțiuni studiate, precedate de numărul care indică tipul secțiunii respective.

Pentru fiecare secțiune programul furnizează aria, coordonatele centrului de greutate, momentele de inerție, modulii de rezistență elastici și plastici, razele de inerție și coeficienții de calcul.

Unitățile de măsură folosite sînt cm pentru lungimi, cm^2 pentru arii, cm^3 pentru moduli de rezistență, cm^4 pentru momente de inerție și radiani pentru unghiuri.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 6 secțiuni; Valorile numerice ale caracteristicilor inițiale corespunzătoare acestor secțiuni au fost luate după cum urmează.

Secțiunea 1 : $A_1 = 42{,}3$ cm²; $b_1 = 8{,}5$ cm; $b_3 = 30$ cm; $d_1 = 12$ cm;
Tipul 6 $h_1 = 24$ cm; $e_{y1} = 2{,}23$ cm; $t_3 = 1{,}5$ cm; $I_{y1} = 3\,600$ cm⁴; $I_{z1} = 248$ cm⁴; $S_{y1} = 179$ cm³.

Secțiunea 2 : $A_1 = 12{,}3$ cm²; $b_3 = 22$ cm; $t_3 = 1{,}2$ cm; $b_4 = 20$ cm;
Tipul 9 $t_4 = 1{,}0$ cm; $b_5 = 18$ cm; $t_5 = 1{,}0$ cm; $h_6 = 76$ cm; $t_6 = 1{,}0$ cm; $e_{y1} = 2{,}26$ cm; $I_{y1} = 72{,}2$ cm⁴.

Secțiunea 3 : $A_1 = 42{,}3$ cm²; $b_3 = 32$ cm²; $t_3 = 1{,}5$ cm; $b_4 = 0$; $t_4 =$
Tipul 10 $= 0$; $h_1 = 24$ cm; $d_1 = 12{,}0$ cm; $e_{y1} = 2{,}23$ cm; $I_{y1} = 3\,600$ cm⁴; $I_{z1} = 248$ cm⁴.

Secțiunea 4 : $A_1 = 58{,}8$ cm²; $A_2 = 42{,}3$ cm²; $h_1 = 30$ cm; $h_2 = 24$ cm;
Tipul 12 $b_2 = 8{,}50$ cm; $e_{y1} = 2{,}7$ cm; $e_{y2} = 2{,}23$ cm; $I_{y1} = 8\,030$ cm⁴; $I_{y2} = 3\,600$ cm⁴; $I_{z1} = 495$ cm⁴; $I_{z2} = 248$ cm⁴.

Secțiunea 5 : $b_1 = 6{,}10$ m; $t_1 = 0{,}5$ m; $b_2 = 10{,}0$ m; $t_2 = 0{,}3$ m; $b_3 =$
Tipul 15 $= 7{,}1$ m; $t_3 = 0{,}2$ m; $h_1 = 2{,}5$ m.

Observație. La această secțiune rezultatele obținute sînt exprimate în m, m², m³, și m⁴.

Secțiunea 6 : $b_1 = 10$ cm; $h_1 = 15$ cm; $b_2 = 12$ cm; $b_3 = 48$ cm; $t_3 =$
Tipul 16 $= 3$ cm.

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA avînd etichetele cuprinse între 5 000 și 5 060.

Anexa 5.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului *EP*-21-01 pentru cele 6 secțiuni considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-21-01

20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR    *
50 REM *                                              *
60 REM ************************************************
70 REM *                                              *
80 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA ARIILE, COORDONATELE    *
90 REM * CENTRELOR DE GREUTATE, MOMENTELE DE INERTIE, *
100 REM * MODULII DE REZISTENTA ELASTICI SI PLASTICI, *
110 REM * RAZELE DE INERTIE SI COEFICIENTII DE CALCUL *
120 REM * AI SECTIUNILOR FOLOSITE CURENT IN CONSTRUCTII *
130 REM *                                             *
140 REM ***********************************************
150 REM *                                             *
160 REM * UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CM^2  *
170 REM * PENTRU ARII, CM^3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA, *
180 REM * CM^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI PENTRU *
190 REM * UNGHIURI                                    *
200 REM *                                             *
210 REM ***********************************************
220 REM *                                             *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT  *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118   *
250 REM *                                             *
260 REM ***********************************************

265 PRINT;TAB(5);"CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR"
270 PRINT
275 PRINT;TAB(5);"UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CM^2"
280 PRINT;TAB(5);"PENTRU ARII,CM^3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA"
285 PRINT;TAB(5);"CM^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI"
290 PRINT;TAB(5);"PENTRU UNGHIURI"
295 PRINT
300 PRINT
305 READ S
310 PRINT;TAB(7);"NUMARUL SECTIUNILOR ESTE    S =";S
320 LET I=1
330 PRINT
340 PRINT
350 READ J
360 PRINT;TAB(9);"SECTIUNEA";I;TAB(29);"TIPUL";J
370 PRINT
380 PRINT;TAB(24);"DATE"
390 IF J<3 THEN 1330
400 IF J<5 THEN 1380
410 IF J<6 THEN 1440
420 IF J<7 THEN 1500
430 IF J<8 THEN 1570
440 IF J<9 THEN 1660
450 IF J<10 THEN 1740
460 IF J<11 THEN 1820
470 IF J<12 THEN 1890
480 IF J<13 THEN 1960
490 IF J<14 THEN 2040
500 IF J<15 THEN 2110
510 IF J<16 THEN 2150
520 IF J<17 THEN 2210
530 IF J<18 THEN 2260
540 READ D1,T1
550 PRINT;TAB(8);"D1 =";D1;TAB(31);"T1 =";T1
560 PRINT
570 PRINT;TAB(21);"REZULTATE"
```

```
580 IF J<2 THEN 2310
590 IF J<3 THEN 2340
600 IF J<5 THEN 2400
610 IF J<6 THEN 2470
620 IF J<7 THEN 2540
630 IF J<8 THEN 2630
640 IF J<9 THEN 2720
650 IF J<10 THEN 2790
660 IF J<11 THEN 2940
670 IF J<12 THEN 3060
680 IF J<13 THEN 3190
690 IF J<14 THEN 3530
700 IF J<15 THEN 3620
710 IF J<16 THEN 3700
720 IF J<17 THEN 3880
730 IF J<18 THEN 4000
740 LET A0=PI*(D1^2-(D1-2*T1)^2)/4
750 LET I1=PI*(D1^4-(D1-2*T1)^4)/64
760 LET I2=I1
770 LET W1=2*I1/D1
780 LET W2=W1
790 LET W3=(D1^3-(D1-2*T1)^3)/6
800 LET W4=W3
810 IF J<11 THEN 830
820 IF J<13 THEN 4200
830 LET I3=SQR(I1/A0)
840 LET I4=SQR(I2/A0)
850 LET K1=A0^2/I1
860 LET K2=A0^2/I2
870 IF J<5 THEN 990
880 IF J<7 THEN 4430
890 IF J<8 THEN 4150
900 IF J<10 THEN 4430
910 IF J<13 THEN 1020
920 IF J<14 THEN 4430
930 IF J<15 THEN 970
940 IF J<16 THEN 4410
950 IF J<17 THEN 1050
960 IF J<18 THEN 4410
970 LET F1=W3/W1
980 LET F2=W4/W2
990 IF J<3 THEN 1060
1000 IF J<5 THEN 4180
1010 IF J<10 THEN 1060
1020 IF J<11 THEN 4220
1030 IF J<13 THEN 4200
1040 IF J<15 THEN 1060
1050 IF J<18 THEN 4220
1060 PRINT;TAB(8);"A0 =";A0
1070 PRINT;TAB(8);"I1 =";I1;TAB(31);"I2 =";I2
1080 IF J<3 THEN 1150
1090 IF J<5 THEN 4320
1100 IF J<10 THEN 1150
1110 IF J<11 THEN 4320
1120 IF J<13 THEN 4240
1130 IF J<15 THEN 1150
1140 IF J<18 THEN 4320
1150 PRINT;TAB(8);"W1 =";W1;TAB(31);"W2 =";W2
1160 IF J<5 THEN 1290
1170 IF J<7 THEN 4370
1180 IF J<8 THEN 4360
1190 IF J<10 THEN 4370
1200 IF J<11 THEN 1290
1210 IF J<13 THEN 1310
1220 IF J<14 THEN 4370
```

```
1230 IF J<15 THEN 1270
1240 IF J<16 THEN 4370
1250 IF J<17 THEN 1290
1260 IF J<18 THEN 4370
1270 PRINT;TAB(8);"W3 =";W3;TAB(31);"F1 =";F1
1280 PRINT;TAB(8);"W4 =";W4;TAB(31);"F2 =";F2
1290 PRINT;TAB(8);"I3 =";I3;TAB(31);"I4 =";I4
1300 PRINT;TAB(8);"K1 =";K1;TAB(31);"K2 =";K2
1310 IF I<S THEN 4390
1320 GOTO 6000
1330 READ A1,B1,D1,E1,Y1
1340 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1
1350 PRINT;TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"D1 =";D1
1360 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"Y1 =";Y1
1370 GOTO 560
1380 READ A1,H1,B1,D1,E1,E3,Y1,Z1
1390 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"H1 =";H1
1400 PRINT;TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"D1 =";D1
1410 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"E3 =";E3
1420 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
1430 GOTO 560
1440 READ A1,H1,B1,D1,E1,S1,Y1,Z1
1450 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"H1 =";H1
1460 PRINT;TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"D1 =";D1
1470 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"S1 =";S1
1480 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
1490 GOTO 560
1500 READ A1,H1,B1,D1,B3,T3,E1,S1,Y1,Z1
1510 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"H1 =";H1
1520 PRINT;TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"D1 =";D1
1530 PRINT;TAB(8);"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
1540 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"S1 =";S1
1550 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
1560 GOTO 560
1570 READ A1,A2,H1,B1,H2,B2,D1,S1,E1,E2,Y1,Y2,Z1,Z2
1580 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"A2 =";A2
1590 PRINT;TAB(8);"H1 =";H1;TAB(31);"B1 =";B1
1600 PRINT;TAB(8);"H2 =";H2;TAB(31);"B2 =";B2
1610 PRINT;TAB(8);"D1 =";D1;TAB(31);"S1 =";S1
1620 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"E2 =";E2
1630 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Y2 =";Y2
1640 PRINT;TAB(8);"Z1 =";Z1;TAB(31);"Z2 =";Z2
1650 GOTO 560
1660 READ A1,A2,H1,B1,H2,E1,S1,S2,Y1,Y2,Z1,Z2
1670 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"A2 =";A2
1680 PRINT;TAB(8);"H1 =";H1;TAB(31);"B1 =";B1
1690 PRINT;TAB(8);"H2 =";H2;TAB(31);"E1 =";E1
1700 PRINT;TAB(8);"S1 =";S1;TAB(31);"S2 =";S2
1710 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Y2 =";Y2
1720 PRINT;TAB(8);"Z1 =";Z1;TAB(31);"Z2 =";Z2
1730 GOTO 560
1740 READ A1,B3,T3,B4,T4,B5,T5,H6,T6,E1,Y1
1750 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1
1760 PRINT;TAB(8);"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
1770 PRINT;TAB(8);"B4 =";B4;TAB(31);"T4 =";T4
1780 PRINT;TAB(8);"B5 =";B5;TAB(31);"T5 =";T5
1790 PRINT;TAB(8);"H6 =";H6;TAB(31);"T6 =";T6
1800 PRINT;TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"Y1 =";Y1
1810 GOTO 560
1820 READ A1,H1,B3,T3,B4,T4,D1,E1,Y1,Z1
1830 PRINT;TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"H1 =";H1
1840 PRINT;TAB(8);"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
1850 PRINT;TAB(8);"B4 =";B4;TAB(31);"T4 =";T4
1860 PRINT;TAB(8);"D1 =";D1;TAB(31);"E1 =";E1
1870 PRINT;TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
```

```
1880 GOTO 560
1890 READ A1,D1,D2,E1,E3,Y1,Z1,Y3,Z3
1900 PRINT:TAB(8);"A1 =";A1
1910 PRINT;TAB(8);"D1 =";D1;TAB(31);"D2 =";D2
1920 PRINT:TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"E3 =";E3
1930 PRINT:TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
1940 PRINT:TAB(8);"Y3 =";Y3;TAB(31);"Z3 =";Z3
1950 GOTO 560
1960 READ A1,A2,H1,H2,B2,E1,E2,Y1,Y2,Z1,Z2
1970 PRINT:TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"A2 =";A2
1980 PRINT:TAB(8);"H1 =";H1;TAB(31);"H2 =";H2
1990 PRINT:TAB(8);"B2 =";B2
2000 PRINT:TAB(8);"E1 =";E1;TAB(31);"E2 =";E2
2010 PRINT:TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Y2 =";Y2
2020 PRINT:TAB(8);"Z1.=";Z1;TAB(31);"Z2 =";Z2
2030 GOTO 560
2040 READ A1,D1.H1,B1,T3,B3,Y1,Z1,S1
2050 PRINT:TAB(8);"A1 =";A1;TAB(31);"D1 =";D1
2060 PRINT:TAB(8);"H1 =";H1;TAB(31);"B1 =";B1
2070 PRINT:TAB(8);"T3 =";T3;TAB(31);"B3 =";B3
2080 PRINT:TAB(8);"Y1 =";Y1;TAB(31);"Z1 =";Z1
2090 PRINT:TAB(8);"S1 =";S1
2100 GOTO 560
2110 READ B1,H1,T1
2120 PRINT:TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"H1 =";H1
2130 PRINT;TAB(8);"T1 =";T1
2140 GOTO 560
2150 READ H1,B1,T1,B2,T2,B3,T3
2160 PRINT:TAB(9);"H1 =";H1
2170 PRINT:TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"T1 =";T1
2180 PRINT:TAB(8);"B2 =";B2;TAB(31);"T2 =";T2
2190 PRINT:TAB(8):"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
2200 GOTO 560
2210 READ B1,H1.B2,B3,T3
2220 PRINT;TAB(8);"B1 =";B1;TAB(31);"H1 =";H1
2230 PRINT;TAB(8);"B2 =";B2
2240 PRINT:TAB(8);"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
2250 GOTO 560
2260 READ H1,T1,B2,T2,B3,T3
2270 PRINT:TAB(8);"H1 =";H1;TAB(31);"T1 =";T1
2280 PRINT:TAB(8);"B2 =";B2;TAB(31);"T2 =";T2
2290 PRINT:TAB(8);"B3 =";B3;TAB(31);"T3 =";T3
2300 GOTO 560
2310 LET A0=4*A1
2320 LET I1=4*Y1+A0*(D1/2+B1-E1)^2
2330 GOTO 2360
2340 LET A0=4*A1
2350 LET I1=4*Y1+A0*(D1/2+E1)^2
2360 LET I2=I1
2370 LET W1=I1/(D1/2+B1)
2380 LET W2=W1
2390 GOTO 830
2400 LET A0=2*A1
2410 LET I1=2*Y1
2420 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+E1)^2
2430 LET W5=I1/E3
2440 LET W6=I1/(H1-E3)
2450 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2460 GOTO 830
2470 LET A0=2*A1
2480 LET I1=2*Y1
2490 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+B1-E1)^2
2500 LET W1=2*I1/H1
2510 LET W3=4*S1
2520 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2530 GOTO 830
2540 LET A0=2*A1+2*B3*T3
2550 LET I1=2*Y1+B3*((2*T3+H1)^3-H1^3)/12
```

```
2560 LET I2=2*Z1+2*A1*(D1/2+E1)^2+T3*B3^3/6
2570 LET W1=I1/(H1/2+T3)
2580 LET W3=4*S1+B3*T3*(H1+T3)
2590 LET W2=2*I2/B3
2600 IF B3>=2*B1+D1 THEN 830
2610 LET W2=I2/(D1/2+B1)
2620 GOTO 830
2630 LET A0=2*(A1+A2)
2640 LET I1=2*Y1+2*Z2+2*A2*(D1/2+E2)^2
2650 LET I2=2*Z1+2*Y2+2*A1*(H2/2+E1)^2
2660 LET W2=I2/(H2/2+B1)
2670 LET W1=I1/(D1/2+B2)
2680 IF H1<2*B2+D1 THEN 830
2690 LET W1=2*I1/H1
2700 LET W3=4*S1+2*A2*(D1/2+E2)
2710 GOTO 830
2720 LET A0=2*A1+A2
2730 LET I1=2*Y1+Z2
2740 LET I2=Y2+2*Z1+2*A1*(H2/2+E1)^2
2750 LET W1=2*I1/H1
2760 LET W3=4*S1+2*S2
2770 LET W2=I2/(H2/2+B1)
2780 GOTO 830
2790 LET A0=4*A1+2*(B3*T3+B4*T4+B5*T5)+H6*T6
2800 LET Q1=(2*T3+H6)^3
2810 LET Q2=(2*(T3+T4)+H6)^3
2820 LET Q3=(2*(T3+T4+T5)+H6)^3
2830 LET Q4=(T6*H6^3+B3*(Q1-H6^3)+B4*(Q2-Q1))/12
2840 LET Q5=Q4+B5*(Q3-Q2)/12
2850 LET I1=Q5+4*Y1+A1*(H6-2*E1)^2
2860 LET Q6=(T3*B3^3+T4*B4^3+T5*B5^3+H6*T6^3/2)/6
2870 LET I2=Q6+4*Y1+A1*(2*E1+T6)^2
2880 LET W2=2*I2/B3
2890 LET W1=I1/(T3+T4+T5+H6/2)
2900 LET Q7=B3*T3*(H6+T3)+B4*T4*(2*T3+T4+H6)
2910 LET Q8=B5*T5*(2*(T3+T4)+T5+H6)
2920 LET W3=T6*H6^2/4+4*A1*(H6/2-E1)+Q7+Q8
2930 GOTO 830
2940 LET A0=2*A1+B3*T3+B4*T4
2950 LET Q1=A1*H1+B4*T4*(T4/2+T3+H1)
2960 LET G2=(B3*T3*(T3/2+H1)+Q1)/A0
2970 LET Q2=B4*T4*(T4^2/12+(T4/2+T3+H1-G2)^2)
2980 LET Q3=B3*T3*(T3^2/12+(T3/2+H1-G2)^2)
2990 LET I1=2*(A1*(G2-H1/2)^2+Y1)+Q2+Q3
3000 LET Q4=(T3*B3^3+T4*B4^3)/12
3010 LET I2=2*(A1*(D1/2+E1)^2+Z1)+Q4
3020 LET W5=I1/(H1+T3+T4-G2)
3030 LET W6=I1/G2
3040 LET W2=2*I2/B3
3050 GOTO 830
3060 LET A0=2*A1
3070 LET I1=2*Y1+A0*(D2/2+E3)^2
3080 LET I2=2*Z1+A0*(D1/2+E1)^2
3090 LET Q1=A1*(E1+D1)*(E3+D2)/2
3100 LET A0=2*SQR(Y1*Z1-Y3*Z3)+Q1
3110 LET Q2=SQR(((I1-I2)/2)^2+X0^2)
3120 LET J1=(I1+I2)/2+Q2
3130 LET J2=(I1+I2)/2-Q2
3140 LET U1=ATN((I1-J1)/X0)
3150 LET U2=ATN((I1-J2)/X0)
3160 LET J3=SQR(J1/A0)
3170 LET J4=SQR(J2/A0)
3180 GOTO 1020
3190 LET A0=A1+A2
3200 LET G1=(A1*(H1/2+B2)+A2*(B2-E2))/A0
3210 LET G2=(A1*E1+A2*H2/2)/A0
3220 LET Q1=G2-E1
3230 LET Q2=H2/2-G2
3240 LET Q3=H1/2+B2-G1
```

```
3250 LET Q4=G1+E2-B2
3260 LET I1=Y2+Z1+A1*Q1^2+A2*Q2^2
3270 LET I2=Y1+Z2+A1*Q3^2+A2*Q4^2
3280 LET X0=-A1*Q1*Q3-A2*Q2*Q4
3290 LET Q5=SQR(((I1-I2)/2)^2+X0^2)
3300 LET J1=(I1+I2)/2+Q5
3310 LET J2=(I1+I2)/2-Q5
3320 LET U1=ATN((J2-I2)/X0)
3330 LET U2=ATN((J1-I2)/X0)
3340 LET J3=SQR(J1/A0)
3350 LET J4=SQR(J2/A0)
3360 LET M1=H1+B2-G1
3370 LET M2=-G1
3380 LET M3=B2-G1
3390 LET M4=M2
3400 LET N1=-G2
3410 LET N2=H2-G2
3420 LET N3=N2
3430 LET N4=N1
3440 LET Z5=-N1*COS(U1)+M1*SIN(U1)
3450 LET Z6=-N2*COS(U1)+M2*SIN(U1)
3460 LET Y5=N3*SIN(U1)+M3*COS(U1)
3470 LET Y6=N4*SIN(U1)+M4*COS(U1)
3480 LET V1=J1/Z5
3490 LET V2=ABS(J1/Z6)
3500 LET V3=J2/Y5
3510 LET V4=ABS(J2/Y6)
3520 GOTO 1020
3530 LET A0=2*(A1+B3*T3)
3540 LET I1=2*Y1+B3*((2*T3+H1)^3-H1^3)/12
3550 LET I2=2*Z1+A1*(B1+D1)^2/2+T3*B3^3/6
3560 LET W1=I1/(H1/2+T3)
3570 LET W3=4*S1+B3*T3*(H1+T3)
3580 LET W2=I2/(D1/2+B1)
3590 IF B3<2*B1+D1 THEN 830
3600 LET W2=2*I2/B3
3610 GOTO 830
3620 LET A0=2*T1*(B1+H1-2*T1)
3630 LET I1=(B1*H1^3-(B1-2*T1)*(H1-2*T1)^3)/12
3640 LET I2=(H1*B1^3-(H1-2*T1)*(B1-2*T1)^3)/12
3650 LET W1=2*I1/H1
3660 LET W2=2*I2/B1
3670 LET W3=T1*(B1*(H1-T1)+(H1/2-T1)^2)
3680 LET W4=T1*(H1*(B1-T1)+(B1/2-T1)^2)
3690 GOTO 830
3700 LET A0=2*H1*T1+B2*T2+B3*T3
3710 LET Q1=2*H1*T1*(H1/2+T3)+B3*T3^2/2
3720 LET G2=(B2*T2*(T2/2+T3+H1)+Q1)/A0
3730 LET Q2=B2*T2*(T2^2/12+(T2/2+T3+H1-G2)^2)
3740 LET Q3=T1*H1*(H1^2/6+2*(H1/2+T3-G2)^2)
3750 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(G2-T3/2)^2)
3760 LET I1=Q2+Q3+Q4
3770 LET Q5=H1*T1*(T1^2+3*(B1+T1)^2)/6
3780 LET I2=(T2*B2^3+T3*B3^3)/12+Q5
3790 LET W5=I1/(H1+T2+T3-G2)
3800 LET W6=I1/G2
3810 LET Q6=T1*((H1+T3-G2)^2+(G2-T3)^2)/2
3820 LET Q7=B2*T2*(T2/2+T3+H1-G2)
3830 LET W3=B3*T3*(G2-T3/2)+Q6+Q7
3840 LET W2=2*I2/B3
3850 IF B2<B3 THEN 830
3860 LET W2=2*I2/B2
3870 GOTO 830
3880 LET A0=B3*T3+H1*(B1+B2)/2
3890 LET Q1=(2*B2+B1)*H1^2/6
```

```
3900 LET G2=(B3*T3*(T3/2+H1)+Q1)/A0
3910 LET Q2=(B1^2+4*B1*B2+B2^2)*H1^3/(36*(B1+B2))
3920 LET Q3=H1*(B1+B2)*(H1*(B1+2*B2)/(3*(B1+B2))-G2)^2/2
3930 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(T3/2+H1-G2)^2)
3940 LET I1=Q2+Q3+Q4
3950 LET I2=(4*T3*B3^3+H1*(B1+B2)*(B1^2+B2^2))/48
3960 LET W5=I1/(H1+T3-G2)
3970 LET W6=I1/G2
3980 LET W2=2*I2/B3
3990 GOTO 830
4000 LET A0=T1*H1+T2*B2+T3*B3
4010 LET Q1=B2*T2*(T2/2+T3+H1)+B3*T3^2/2
4020 LET G2=(H1*T1*(H1/2+T3)+Q1)/A0
4030 LET Q2=T1*H1*(H1^2/12+(H1/2+T3-G2)^2)
4040 LET Q3=B2*T2*(T2^2/12+(T2/2+T3+H1-G2)^2)
4050 LET Q4=B3*T3*(T3^2/12+(G2-T3/2)^2)
4060 LET I1=Q2+Q3+Q4
4070 LET I2=(H1*T1^3+T2*B2^3+T3*B3^3)/12
4080 LET W5=I1/(H1+T2+T3-G2)
4090 LET W6=I1/G2
4100 LET W2=2*I2/B2
4105 IF B2>=B3 THEN 4115
4110 LET W2=2*I2/B3
4115 LET Q5=T1*((G2-T3)^2+(T3+H1-G2)^2)/2
4120 LET Q6=B2*T2*(H1+T2+T3-G2)+B3*T3*(G2-T3/2)
4130 LET W3=Q5+Q6
4140 GOTO 830
4150 IF H1<2*B2+D1 THEN 1060
4160 GOTO 4430
4180 PRINT;TAB(8);"A0 =";A0;TAB(31);"W2 =";W2
4190 GOTO 1070
4200 PRINT;TAB(8);"A0 =";A0;TAB(31);"X0 =";X0
4210 GOTO 1070
4220 PRINT;TAB(8);"A0 =";A0;TAB(31);"G2 =";G2
4230 GOTO 1070
4240 PRINT;TAB(8);"J1 =";J1;TAB(31);"J2 =";J2
4250 PRINT;TAB(8);"J3 =";J3;TAB(31);"J4 =";J4
4260 PRINT;TAB(8);"U1 =";U1;TAB(31);"U2 =";U2
4270 IF J<12 THEN 1310
4280 PRINT;TAB(8);"V1 =";V1;TAB(31);"V2 =";V2
4290 PRINT;TAB(8);"V3 =";V3;TAB(31);"V4 =";V4
4300 PRINT;TAB(8);"G1 =";G1;TAB(31);"G2 =";G2
4310 GOTO 1310
4320 PRINT;TAB(8);"W5 =";W5;TAB(31);"W6 =";W6
4330 IF J<5 THEN 1290
4340 PRINT;TAB(8);"W2 =";W2
4350 GOTO 1200
4360 IF H1<2*B2+D1 THEN 1290
4370 PRINT;TAB(8);"W3 =";W3;TAB(31);"F1 =";F1
4380 GOTO 1290
4390 LET I=I+1
4400 GOTO 330
4410 IF W5<=W6 THEN 4450
4420 LET W1=W6
4430 LET F1=W3/W1
4440 GOTO 990
4450 LET W1=W5
4460 GOTO 4430
5000 DATA 6
5010 DATA 6,42.3,24,8.5,12,30,1.5,2.23,179,3600,248
5020 DATA 9,12.3,22,1.2,20,1,18,1,76,1.2,26,72.2
5030 DATA 10,42.3,24,32,1.5,0,0,12,2.23,3600,248
5040 DATA 12,58.8,42.3,30,24,8.5,2.7,2.23
5050 DATA 8030,3600,495,248
5060 DATA 15,2.5,6.1,0.5,10,0.3,7.1,0.2
5070 DATA 16,10,15,12,48,3
6000 END
```

```
CARACTERISTICI GEOMETRICE ALE SECTIUNILOR

UNITATI DE MASURA: CM PENTRU LUNGIMI, CM^2
PENTRU ARII,CM^3 PENTRU MODULI DE REZISTENT
CM^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE SI RADIANI
PENTRU UNGHIURI


NUMARUL SECTIUNILOR ESTE    S = 6.00000


SECTIUNEA 1.00000   TIPUL 6.00000

                    DATE
A1 = 42.3000              H1 = 24.0000
B1 = 8.50000              D1 = 12.0000
B3 = 30.0000              T3 = 1.50000
E1 = 2.23000              S1 = 179.000
Y1 = 3600.00              Z1 = 248.000

                  REZULTATE
A0 = 174.600
I1 = 21847.5              I2 = 12976.2
W1 = 1618.33              W2 = 865.080
W3 = 1863.50              F1 = 1.15150
I3 = 11.1861              I4 = 8.62090
K1 = 1.39536              K2 = 2.34932


SECTIUNEA 2.00000   TIPUL 9.00000

                    DATE
A1 = 12.3000
B3 = 22.0000              T3 = 1.20000
B4 = 20.0000              T4 = 1.00000
B5 = 18.0000              T5 = 1.00000
H6 = 76.0000              T6 = 1.00000
E1 = 2.26000              Y1 = 72.2000

                  REZULTATE
A0 = 254.000
I1 = 301075               I2 = 5104.86
W1 = 7307.65              W2 = 464.077
W3 = 8293.69              F1 = 1.13493
I3 = 34.4286              I4 = 4.48307
K1 = .214285              K2 = 12.6382


SECTIUNEA 3.00000   TIPUL 10.0000

                    DATE
A1 = 42.3000              H1 = 24.0000
B3 = 32.0000              T3 = 1.50000
B4 = .000000              T4 = .000000
D1 = 12.0000              E1 = 2.23000
Y1 = 3600.00              Z1 = 248.000

                  REZULTATE
A0 = 132.600              G2 = 16.6154
I1 = 12187.4              I2 = 10322.2
W5 = 1371.74              W6 = 733.500
W2 = 645.138
I3 = 9.58700              I4 = 8.82295
K1 = 1.44270              K2 = 1.70340
```

```
SECTIUNEA 4.00000   TIPUL 12.0000

                DATE
A1 = 58.8000            A2 = 42.3000
H1 = 30.0000            H2 = 24.0000
B2 = 8.50000
E1 = 2.70000            E2 = 2.23000
Y1 = 8030.00            Y2 = 3600.00
Z1 = 495.000            Z2 = 248.000

              REZULTATE
A0 = 101.100            X0 =-3942.16
I1 = 6222.81            I2 = 15581.6
J1 = 17020.8            J2 = 4783.60
J3 = 12.9752            J4 = 6.87865
U1 = 1.22075            U2 =-.350045
V1 = 736.111            V2 = 800.098
V3 = 349.645            V4 = 406.137
G1 = 16.2910            G2 = 6.59110


SECTIUNEA 5.00000   TIPUL 15.0000

                DATE
H1 = 2.50000
B1 = 6.10000            T1 = .500000
B2 = 10.0000            T2 = .300000
B3 = 7.10000            T3 = .200000

              REZULTATE
A0 = 6.92000            G2 = 1.77991
I1 = 9.04407            I2 = 58.2424
W5 = 7.41263            W6 = 5.08120
W2 = 11.6485
W3 = 6.43142            F1 = 1.26573
I3 = 1.14322            I4 = 2.90113
K1 = 5.29478            K2 = .822191


SECTIUNEA 6.00000   TIPUL 16.0000

                DATE
B1 = 10.0000            H1 = 15.0000
B2 = 12.0000
B3 = 48.0000            T3 = 3.00000

              REZULTATE
A0 = 309.000            G2 = 11.8155
I1 = 9110.95            I2 = 29325.4
W5 = 1473.19            W6 = 771.102
W2 = 1221.89
I3 = 5.43005            I4 = 9.74190
K1 = 10.4793            K2 = 3.25591
```

6. CALCULUL RADIERULUI UNUI DOC USCAT

6.1. ASPECTE TEORETICE

Enunțul problemei. Un doc uscat are secțiunea transversală alcătuită ca în figura 6.1, în care notațiile care apar sînt definite în tabelul 6.1. Se cere să se determine eforturile și deplasările pe lungimea radierului, ținînd seama de legătura elastică cu bajoaierele.

Observație. Docul fiind considerat de lungime foarte mare, calculul se face pentru unitatea de lungime de doc, fie $b = 1$.

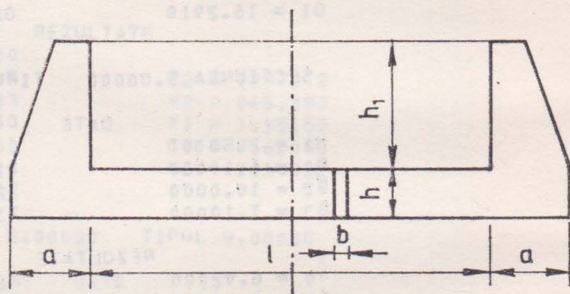


Fig. 6.1

Rezolvarea problemei. Greutatea proprie a unui bajoaier G și împingerea apei H_a sînt (fig. 6.2):

$$G = \gamma_b \left[a\,(h + h_1) - \frac{1}{2}\, a_2 h_1 \right] b \quad (6.1)$$

și

$$H_a = \frac{1}{2}\, \gamma h_1^2 b. \quad (6.2)$$

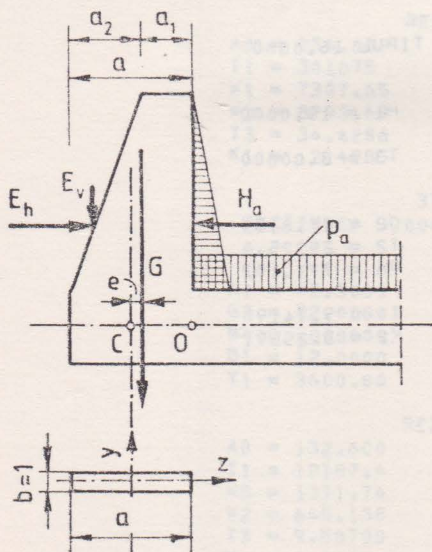


Fig. 6.2

Pe unitatea de lungime a radierului greutatea proprie a acestuia este:

$$g = \gamma_b h b, \quad (6.3)$$

iar greutatea coloanei de apă are mărimea

$$p_a = \gamma h_1 b. \quad (6.4)$$

În consecință, intensitatea încărcăturii totale, distribuite uniform pe lungimea radierului este:

$$p = g + p_a. \quad (6.5)$$

Tabelul 6.1

Notaţii	Codificări	Definiţii
A		Aria secţiunii de rezemare a bajoaierului pe teren.
a	AØ	Lăţimea bajoaierului la bază.
a_1	A1	Lăţimea bajoaierului la partea superioară.
a_2	A2	$a_2 = a - a_1$.
B	ZØ	
B_1	Z1	Notaţii conform relaţiilor (6.32).
B_2	Z2	
B_3	Z3	
E	EØ	Modulul de elasticitate al betonului.
e	CØ	Abscisa centrului de greutate al secţiunii bajoaierului.
E_h	E1	Mărimea componentei orizontale a împingerii pămîntului.
E_v	E2	Mărimea componentei verticale a împingerii pămîntului.
f_1	F1	
f_2	F2	Funcţii de argument βx conform relaţiilor (6.28).
f_3	F3	
f_4	F4	
G	GØ	Greutatea proprie a unui bajoaier.
g	G1	Greutatea proprie a radierului pe unitatea de suprafaţă.
H_a	H2	Împingerea apei pe bajoaier.
h	HØ	Grosimea radierului.
h_1	H1	Înălţimea coloanei de apă.
H	H3	$H = E_h - H_a$.
i	I	Numărul de ordine al variantelor.
I	IØ	Momentul de inerţie al secţiunii de rezemare pe teren a bajoaierului.
I'	I1	Momentul de inerţie al secţiunii radierului.
k_0	KØ	Coeficientul de pat al terenului.
l	LØ	Lungimea radierului.
M	M	Momentul încovoietor într-o secţiune curentă a radierului.
M_0	MØ	Momentul încovoietor la capătul din stînga al radierului.
$\overline{M}$	M1	Momentul rezultant în centrul C al bajoaierului.
p_a	P2	Greutatea coloanei de apă.
P	P3	Forţa verticală.
p	P1	Încărcarea totală pe unitatea de suprafaţă.
p'	Q	$p' = k_0 w$, presiunea exercitată de teren asupra radierului.
T	T	Forţa tăietoare într-o secţiune curentă a radierului.
T_0	TØ	Forţa tăietoare la capătul din stînga al radierului.

Notații	Codificări	Definiții
w	W	Săgeata într-o secțiune curentă a radierului.
W	$W\varnothing$	Modulul de rezistență al secțiunii de rezemare pe teren a bajoierului.
w_{b0}	$W1$	Deplasare conform relației (6.14).
w_{bM}	$W3$	Deplasare conform relației (6.22).
w_{bT}	$W2$	Deplasare conform relației (6.18).
w_{r0}	$W4$	Deplasare conform relației (6.24).
w_{rM}	$W6$	Deplasare conform relației (6.36).
w_{rT}	$W5$	Deplasare conform relației (6.33).
w_0	$W7$	Săgeata la capătul din stînga al radierului.
x	X	Abscisa unei secțiuni curente a radierului, măsurată față de capătul din stînga
β	B	Coeficient de amortizare, conform relației (6.26).
y	Y	$y = \beta l$ 2 sau $y = \beta x$.
γ	$G2$	Greutatea specifică a apei.
γ_b	$G3$	Greutatea specifică a betonului.
δ_{11}	$D1$	
δ_{12}	$D\varnothing$	
δ_{21}	$-D\varnothing$	Coeficienți de influență, conform relațiilor (6.40).
δ_{22}	$D2$	
δ_{10}	$D3$	
δ_{20}	$D4$	
φ_{b0}	$V1$	Rotire conform relației (6.14).
φ_{bM}	$V3$	Rotire conform relației (6.22).
φ_{bT}	$V2$	Rotire conform relației (6.18).
φ_{r0}	$V4$	Rotire conform relației (6.24).
φ_{rM}	$V6$	Rotire conform relației (6.36).
φ_{rT}	$V5$	Rotire conform relației (6.33).
φ_0	$V7$	Rotire conform relației (6.42).
s	S	Numărul variantelor de calcul.

Distanța e dintre centrul de greutate al secțiunii bajoaierului (pe fața de contact cu terenul — v. fig. 6.2) și linia de acțiune a greutății G este dată de relația :

$$e = \frac{a_2 h_1 (3a - 2a_2)}{6[2a(h + h_1) - a_2 h_1]} . \qquad (6.6)$$

Prin reducerea tuturor forţelor care acţionează asupra bajoaierului în raport cu centrul C, definit prin axa radierului şi prin verticala centrului de greutate al secţiunii bajoaierului (fig. 6.2), se obţine :

— o forţă verticală de mărime

$$P = G + E_v, \tag{6.7}$$

— o forţă orizontală de mărime

$$H = E_h - H_a, \tag{6.8}$$

— un moment de mărime

$$\bar{M} = H\left(\frac{h_1}{3} + \frac{h}{2}\right) + Ge - E_v\left(\frac{a}{2} - \frac{a_2}{3}\right). \tag{6.9}$$

Caracteristicile geometrice ale secţiunii de rezemare pe teren a bajoaierului sînt :

$$A = ab\,; \; W = \frac{a^2b}{6}\,; \quad I = \frac{a^3b}{12}. \tag{6.10}$$

Bajoaierele se consideră blocuri perfect rigide. Datorită legăturii elastice cu radierul, în secţiunea de contact apar forţa tăietoare T_0 şi momentul M_0, care sînt necunoscute static nedeterminate.

Mărimile lor se obţin prin aplicarea metodei eforturilor (fig. 6.3). Pentru aceasta se neglijază tensiunile normale produse în radier de forţa orizontală H.

Expresiile deplasărilor terenului sub bajoaier, la marginea I a acestuia, se obţin după cum urmează :

— deplasările w_{b0} şi φ_{b0}, produse de forţa P şi de momentul $\bar{M}$:

$$\sigma_I = -\frac{P}{A} - \frac{\bar{M}}{W}\,; \quad \sigma_{II} = -\frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W}\,; \tag{6.11}$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = \left(\frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W}\right)\frac{b}{k}\,; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = \left(\frac{P}{A} - \frac{\bar{M}}{W}\right)\frac{b}{k}\,; \tag{6.12}$$

$$\varphi = \frac{w_I - w_{II}}{a} = \frac{2\bar{M}b}{kaW} = \frac{\bar{M}b}{kI} = \frac{12\bar{M}}{ka^3}. \tag{6.13}$$

$$w_{b0} = w_I = \left(\frac{P}{A} + \frac{\bar{M}}{W}\right)\frac{b}{k}\,; \; \varphi_{b0} = \varphi = \frac{12\bar{M}}{ka^3}\,; \tag{6.14}$$

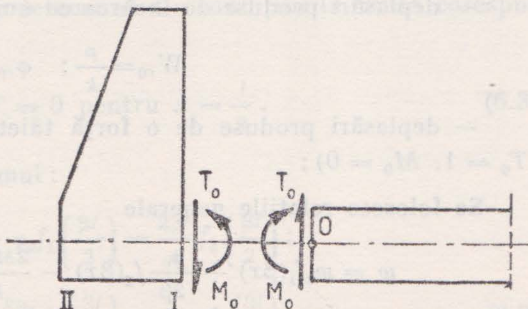


Fig. 6.3

— deplasările w_{bT} și φ_{bT} produse de forța tăietoare $T_0 = 1$:

$$\sigma_I = -\frac{1}{ab} - \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a^2b}{6}} = -\frac{4}{ab}; \quad \sigma_{II} = -\frac{1}{ab} + \frac{3}{ab} = \frac{2}{ab} \qquad (6.15)$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = \frac{4}{ka}; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = -\frac{2}{ka}; \qquad (6.16)$$

$$\varphi = \frac{w_I - w_{II}}{a} = \frac{6}{ka^2}; \qquad (6.17)$$

$$w_{bT} = w_I = \frac{4}{ka}; \quad \varphi_{bT} = \varphi = \frac{6}{ka^2}; \qquad (6.18)$$

— deplasările w_{bM} și φ_{bM} produse de momentul $M_0 = 1$:

$$\sigma_I = \frac{1}{W} = \frac{6}{a^2b}; \quad \sigma_{II} = -\frac{1}{W} = -\frac{6}{a^2b}; \qquad (6.19)$$

$$w_I = -\frac{\sigma_I b}{k} = -\frac{6}{ka^2}; \quad w_{II} = -\frac{\sigma_{II} b}{k} = \frac{6}{ka^2}; \qquad (6.20)$$

$$\varphi = -\frac{12}{ka^3}; \qquad (6.21)$$

$$w_{bM} = w_I = -\frac{6}{ka^2}; \quad \varphi_{bM} = \varphi = -\frac{12}{ka^3}. \qquad (6.22)$$

În secțiunea de contact cu radierul, deformațiile totale ale bajoaierului sînt:

$$w_b = w_{bT}T_0 + w_{bM}M_0 + w_{b0}; \qquad (6.23)$$

$$\varphi_b = \varphi_{bT}T_0 + \varphi_{bM}M_0 + \varphi_{b0}.$$

Observație. Conform teoremei reciprocității deplasărilor unitare, între deplasările φ_{bT} și w_{bM} există relația $\varphi_{bT} = -w_{bM}$; semnul minus provine din faptul că momentul este pozitiv cînd rotește în sens antiorar, în timp ce rotirea este pozitivă cînd se produce în sens orar.

Pentru deplasările radierului se obțin următoarele rezultate:

— deplasări produse de încărcarea uniform distribuită p:

$$W_{r0} = \frac{p}{k}; \quad \varphi_{r0} = 0; \qquad (6.24)$$

— deplasări produse de o forță tăietoare unitate, aplicată în origine ($T_0 = 1$, $M_0 = 0$);

Se folosesc relațiile generale

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2M_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) + \frac{T_0\beta}{k} f_4(\beta x);$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2M_0\beta^3}{k} f_2(\beta x) - \frac{2T_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) ;$$

$$M = \frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + M_0 f_1(\beta x) + \frac{T_0}{2\beta} f_2(\beta x) ; \tag{6.25}$$

$$T_0 = \frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta M_0 f_4(\beta x) + T_0 f_1(\beta x),$$

corespunzătoare metodei parametrilor inițiali [4], în care w_0, φ_0, M_0 și T_0 sînt deplasările și eforturile în origine ($x = 0$) ;

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI'}} ; \tag{6.26}$$

$$I' = \frac{bh^3}{12} ; \quad k = k_0 b \tag{6.27}$$

și

$$f_1(\beta x) = \text{ch } \beta x \cdot \cos \beta x,$$

$$f_2(\beta x) = \text{sh } \beta x \cdot \cos \beta x + \text{ch } \beta x \cdot \sin \beta x, \tag{6.28}$$

$$f_3(\beta x) = \text{sh } \beta x \cdot \sin \beta x,$$

$$f_4(\beta x) = \text{sh } \beta x \cdot \cos \beta x - \text{ch } \beta x \cdot \sin \beta x.$$

Pentru $T_0 = 1$ și $M_0 = 0$, relațiile (6.25) devin :

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{\beta}{k} f_4(\beta x) ;$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2\beta^2}{k} f_3(\beta x) ; \tag{6.29}$$

$$M = \frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + \frac{1}{2\beta} f_2(\beta x) ;$$

$$T = \frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + f_1(\beta x).$$

Parametrii inițiali w_0 și φ_0 se determină din condițiile la limită corespunzătoare axei de simetrie

$$\varphi = 0 \quad \text{și } T = 0 \text{ pentru } x = \frac{l}{2}. \tag{6.30}$$

În acest fel se obține sistemul :

$$\beta w_0 f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \varphi_0 f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) = \frac{2\beta^2}{k} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) ;$$

$$\frac{kw_0}{2\beta} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) = - f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right). \tag{6.31}$$

Se fac notațiile

$$B = f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right)\cdot f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) - f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right)\cdot f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right);$$

$$B_1 = f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right)\cdot f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right)\cdot f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right); \qquad (6.32)$$

$$B_2 = f_1^2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_3^2\left(\frac{\beta l}{2}\right);$$

$$B_3 = f_2^2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + f_4^2\left(\frac{\beta l}{2}\right),$$

și schimbările de necunoscute $w_0 \to w_{rT}$ și $\varphi_0 \to \varphi_{rT}$.

Rădăcinile sistemului (6.31) sînt în acest caz

$$w_{rT} = -\frac{2\beta}{k}\cdot\frac{B_2}{B}; \quad \varphi_{rT} = \frac{2\beta^2}{k}\cdot\frac{B_1}{B}; \qquad (6.33)$$

— deplasări produse de un moment unitate aplicat în origine ($M_0 = 1$, $T_0 = 0$).

Relațiile (6.25) devin

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2\beta^2}{k} f_3(\beta x);$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2\beta^3}{k} f_2(\beta x); \qquad (6.34)$$

$$M = \frac{k w_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + f_1(\beta x);$$

$$T = \frac{k w_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta f_4(\beta x).$$

Parametrii inițiali w_0 și φ_0 se obțin tot din condițiile la limită (6.30), rezultînd sistemul

$$\beta w_0 f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \varphi_0 f_1\left(\frac{\beta l}{2}\right) = \frac{2\beta^3}{k} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right);$$

$$\frac{k w_0}{2\beta} f_2\left(\frac{\beta l}{2}\right) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3\left(\frac{\beta l}{2}\right) = -\beta f_4\left(\frac{\beta l}{2}\right). \qquad (6.35)$$

Folosind notațiile (6.32) și schimbările de notații pentru variabile $w_0 \to w_{rM}$ și $\varphi_0 \to \varphi_{rM}$, prin rezolvarea sistemului (6.35) se obține

$$w_{rM} = -\frac{2\beta^2}{k}\cdot\frac{B_1}{B}; \quad \varphi_{rM} = \frac{2\beta^3}{k}\cdot\frac{B_3}{B}. \qquad (6.36)$$

Observație. Relația $\varphi_{rT} = -w_{rM}$ este consecința reciprocității deplasărilor unitare.

Deformațiile totale ale radierului în origine (în secțiunea de contact cu bajoaierul) sînt:

$$w_r = w_{rT}T_0 + w_{rM}M_0 + w_{r0};$$

$$\varphi_r = \varphi_{rT}T_0 + \varphi_{rM}M_0 + \varphi_{r0}. \qquad (6.37)$$

Din condițiile de compatibilitate a deplasărilor

$$w_b = w_r \text{ și } \varphi_b = \varphi_r \tag{6.38}$$

rezultă sistemul de ecuații

$$\begin{aligned} \delta_{11} T_0 + \delta_{12} M_0 + \delta_{10} = 0 ; \\ \delta_{21} T_0 + \delta_{22} M_0 + \delta_{20} = 0, \end{aligned} \tag{6.39}$$

în care :

$$\begin{aligned} \delta_{11} = w_{bT} - w_{rT} ; \ \delta_{12} = w_{bM} - w_{rM} ; \\ \delta_{21} = \varphi_{bT} - \varphi_{rT} = -\delta_{12} ; \ \delta_{22} = \varphi_{bM} - \varphi_{rM} ; \\ \delta_{10} = w_{b0} - w_{r0} ; \ \delta_{20} = \varphi_{b0} - \varphi r_0 . \end{aligned} \tag{6.40}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (6.39) se obține :

$$\begin{aligned} T_0 = -\frac{\delta_{10}\delta_{22} - \delta_{20}\delta_{12}}{\delta_{11}\delta_{22} + \delta_{12}^2} , \\ M_0 = -\frac{\delta_{10}\delta_{12} + \delta_{20}\delta_{11}}{\delta_{11}\delta_{22} + \delta_{12}^2} . \end{aligned} \tag{6.41}$$

În această situație, valorile finale ale necunoscutelor w_0 și φ_0 **sînt date de** relațiile :

$$\begin{aligned} w_0 = w_{rT} T_0 + w_{rM} M_0 ; \\ \varphi_0 = \varphi_{rT} T_0 + \varphi_{rM} M_0 . \end{aligned} \tag{6.42}$$

În concluzie, expresiile (6.41) și (6.42) dau valorile parametrilor inițiali T_0, M_0, w_0 și φ_0 care apar în relațiile generale (6.25), ceea ce rezolvă problema din punct de vedere teoretic.

Observație. Deoarece calculul se face pe o lungime de doc egală cu unitatea ($b = 1$), în toate relațiile de calcul se poate înlocui k prin k_0.

6.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama construită pentru determinarea eforturilor și deplasărilor la un doc uscat este prezentată în anexa 6.1. Ea a servit la scrierea programului de calcul *EP*-21-02, listat în anexa 6.2. Codificările folosite cu acest prilej sînt prezentate în tabelul 6.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 160 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu etichetă 3 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1 161 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de variante care urmează a fi rezolvate. Fiecare pereche din celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unei singure variante, scrise în ordinea :

— a, a_1, E, l, E_h, E_v la prima instrucțiune,
— h, h_1, k_0, γ, γ_b la a doua instrucțiune.

Pentru fiecare variantă, programul furnizează momentele încovoietoare, forțele tăietoare, presiunile și săgețile pe jumătate din lungimea radierului.

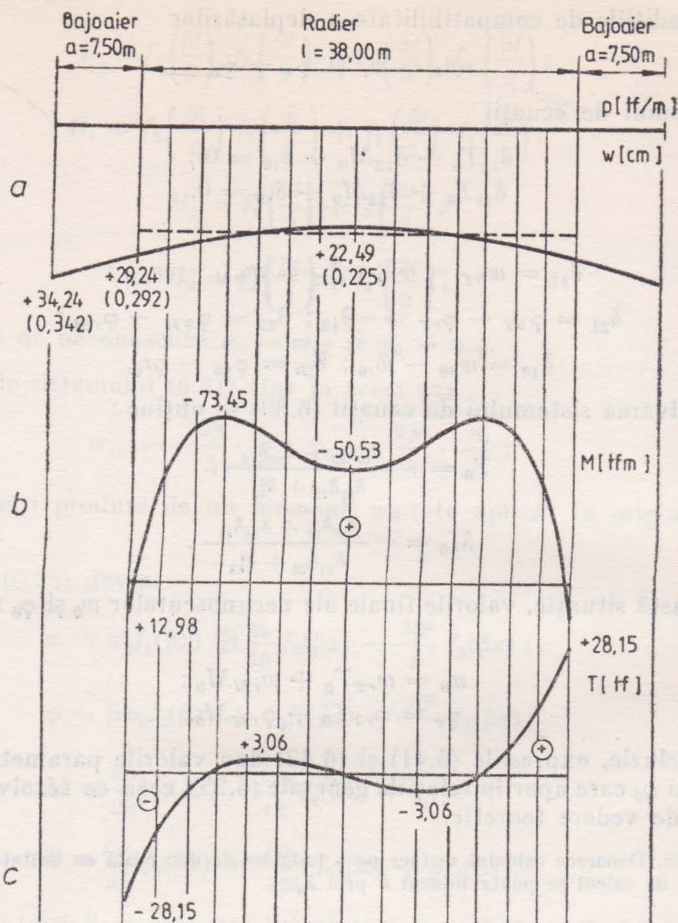


Fig. 6.4

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi și săgeți, m² pentru arii, m³ pentru moduli de rezistență, m⁴ pentru momente de inerție, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m² pentru forțe pe unitatea de suprafață, kN/m³ pentru greutăți specifice și kNm pentru momente.

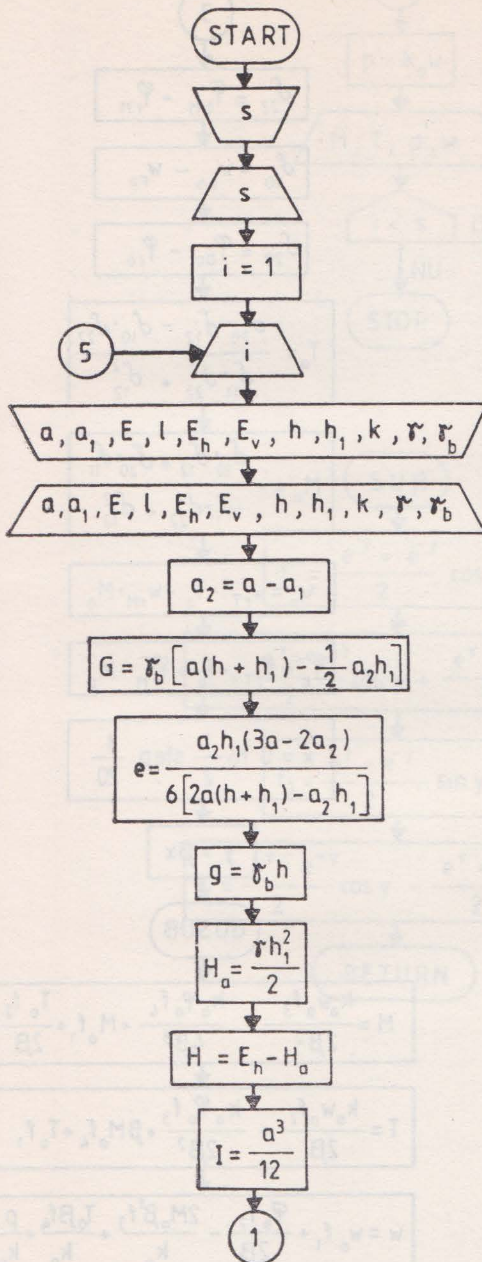
Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui doc uscat avînd următoarele caracteristici :

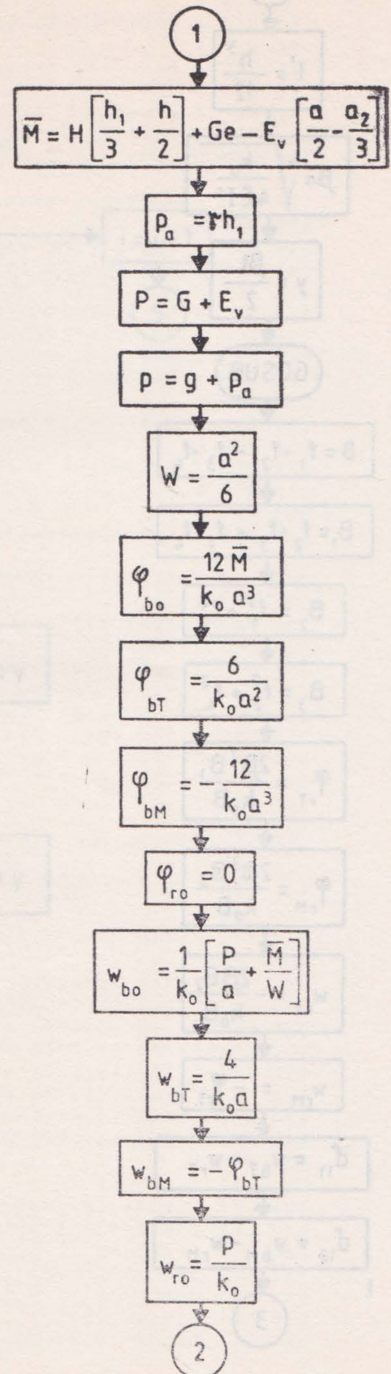
$a = 7{,}5$ m ; $a_1 = 3{,}2$ m ; $E = 21\,000\,000$ kN/m² ;
$l = 38$ m ; $E_h = 780$ kN ; $E_v = 260$ kN ;
$h = 4{,}5$ m ; $h_1 = 12{,}4$ m ; $k_0 = 100\,000$ kN/m³ ;
$\gamma = 10$ kN/m³ ; $\gamma_b = 24$ kN/m³.

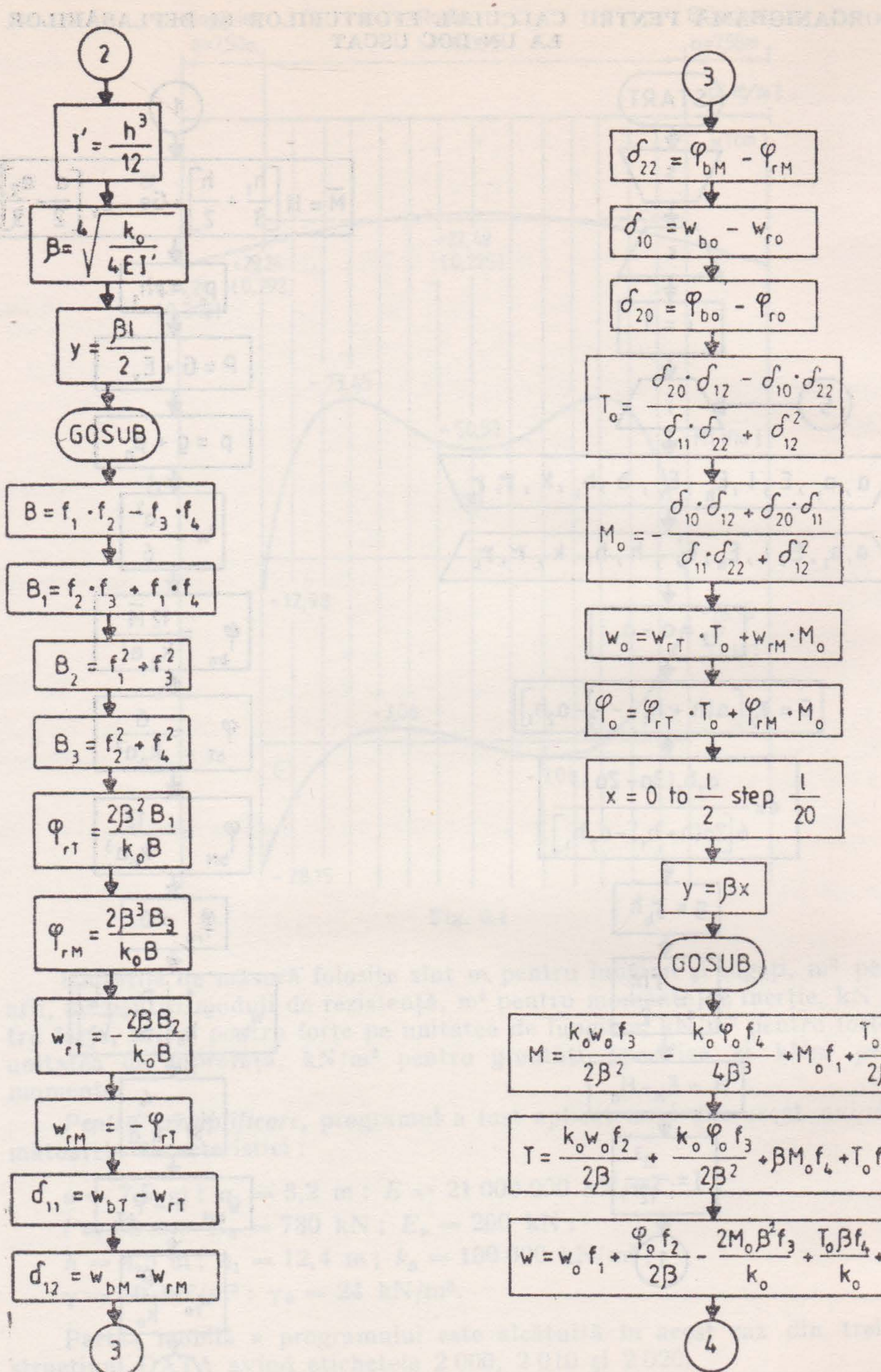
Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din trei instrucțiuni DATA avînd etichetele 2 000, 2 010 și 2 020.

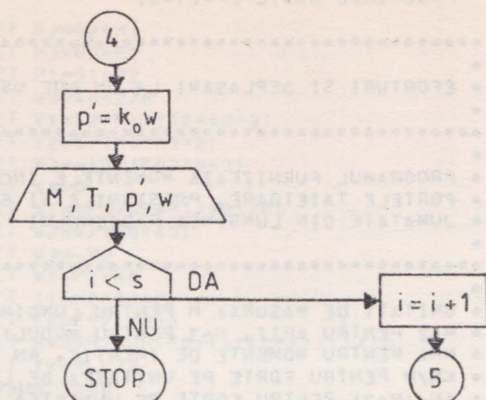
Anexa 6.3 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului *EP*-21-02 pentru docul uscat considerat.

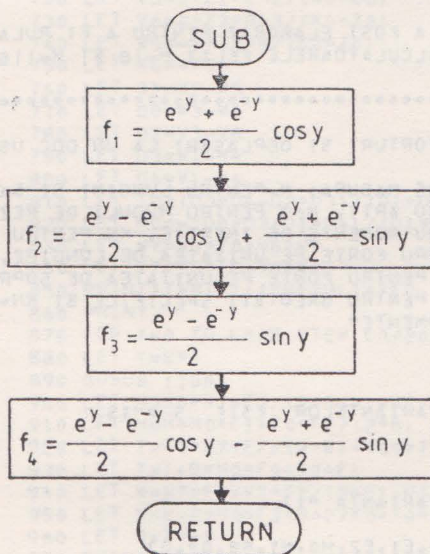
ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL EFORTURILOR ŞI DEPLASĂRILOR LA UN DOC USCAT






2
I' = h^3/12
β = ⁴√(k_o/4EI')
y = βl/2
GOSUB
B = f_1·f_2 − f_3·f_4
B_1 = f_2·f_3 + f_1·f_4
B_2 = f_1^2 + f_3^2
B_3 = f_2^2 + f_4^2
φ_rT = 2β^2 B_1 / k_o B
φ_rM = 2β^3 B_3 / k_o B
w_rT = − 2βB_2 / k_o B
w_rM = − φ_rT
δ_11 = w_bT − w_rT
δ_12 = w_bM − w_rM
3
3
δ_22 = φ_bM − φ_rM
δ_10 = w_bo − w_ro
δ_20 = φ_bo − φ_ro
T_o = (δ_20·δ_12 − δ_10·δ_22) / (δ_11·δ_22 + δ_12^2)
M_o = − (δ_10·δ_12 + δ_20·δ_11) / (δ_11·δ_22 + δ_12^2)
w_o = w_rT·T_o + w_rM·M_o
φ_o = φ_rT·T_o + φ_rM·M_o
x = 0 to l/2 step l/20
y = βx
GOSUB
M = k_o w_o f_3 / 2β^2 − k_o φ_o f_4 / 4β^3 + M_o f_1 + T_o f_2 / 2β
T = k_o w_o f_2 / 2β + k_o φ_o f_3 / 2β^2 + βM_o f_4 + T_o f_1
w = w_o f_1 + φ_o f_2 / 2β − 2M_o β^2 f_3 / k_o + T_o β f_4 / k_o + p / k_o
4


4
p' = k₀w
M, T, p, w
i < s
DA
i = i + 1
NU
STOP
5


SUB
$f_1 = \frac{e^y + e^{-y}}{2} \cos y$
$f_2 = \frac{e^y - e^{-y}}{2} \cos y + \frac{e^y + e^{-y}}{2} \sin y$
$f_3 = \frac{e^y - e^{-y}}{2} \sin y$
$f_4 = \frac{e^y - e^{-y}}{2} \cos y - \frac{e^y + e^{-y}}{2} \sin y$
RETURN

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-21-02

20 REM ***************************************************
30 REM *                                                 *
40 REM * EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT           *
50 REM *                                                 *
60 REM ***************************************************
70 REM *                                                 *
80 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE,   *
90 REM * FORTELE TAIETOARE, PRESIUNILE SI SAGETILE PE    *
100 REM * JUMATATE DIN LUNGIMEA RADIERULUI               *
110 REM *                                                *
120 REM **************************************************
130 REM *                                                *
140 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI, *
150 REM * M^2 PENTRU ARII, M^3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA.*
160 REM * M^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE. *
170 REM * KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,      *
180 REM * KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, *
190 REM * KN/(M^3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN*M     *
195 REM * PENTRU MOMENTE                                 *
200 REM *                                                *
210 REM **************************************************
220 REM *                                                *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT    *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
250 REM *                                                *
260 REM **************************************************

270 PRINT:TAB(6);"EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT"
275 PRINT
280 PRINT;"UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI,"
290 PRINT;"M^2 PENTRU ARII, M^3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA,"
295 PRINT;"M^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE,"
300 PRINT;"KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,"
305 PRINT;"KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA,"
310 PRINT;"KN/(M^3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN*M"
315 PRINT;"PENTRU MOMENTE"
320 PRINT
325 PRINT
330 READ S
335 PRINT;"NUMARUL VARIANTELOR  ESTE  S =";S
340 LET I=1
345 PRINT
350 PRINT
355 PRINT;TAB(17);"VARIANTA ";I
360 PRINT
370 READ A0,A1,E0,L0,E1,E2,H0,H1,K0,G2,G3
380 PRINT;TAB(23);"DATE"
390 PRINT;TAB(10);"A0 =";A0;TAB(29);"A1 =";A1
400 PRINT;TAB(10);"E0 =";E0;TAB(29);"L0 =";L0
410 PRINT;TAB(10);"E1 =";E1;TAB(29);"E2 =";E2
420 PRINT;TAB(10);"H0 =";H0;TAB(29);"H1 =";H1
430 PRINT;TAB(10);"K0 =";K0
440 PRINT;TAB(10);"G2 =";G2;TAB(29);"G3 =";G3
450 PRINT
460 LET A2=A0-A1
465 LET G0=G3*(A0*(H0+H1)-A2*H1/2)
470 LET C0=A2*H1*(3*A0-2*A2)/(6*(2*A0*(H0+H1)-A2*H1))
480 LET G1=G3*H0
490 LET H2=G2*H1^2/2
500 LET H3=E1-H2
510 LET I0=A0^3/12
520 LET M1=H3*(H1/3+H0/2)+G0*C0-E2*(A0/2-A2/3)
```

```
530 LET P2=G2*H1
540 LET P3=G0+E2
550 LET P1=G1+P2
560 LET W0=A0^2/6
570 LET V1=12*M1/(K0*A0^3)
580 LET V2=6/(K0*A0^2)
590 LET V3=-12/(K0*A0^3)
600 LET V4=0
610 LET W1=(P3/A0+M1/W0)/K0
620 LET W2=4/(K0*A0)
630 LET W3=-V2
635 LET W4=P1/K0
640 LET I1=H0^3/12
645 LET E0=E0/10000
650 LET B=SQR(SQR(K0/(4*E0*I1)))/10
660 LET Y=B*L0/2
670 GOSUB 1100
680 LET Z0=F1*F2-F3*F4
690 LET Z1=F2*F3+F1*F4
700 LET Z2=F1^2+F3^2
710 LET Z3=F2^2+F4^2
720 LET V5=2*Z1*B^2/(K0*Z0)
730 LET V6=2*Z3*B^3/(K0*Z0)
740 LET W5=-2*Z2*B/(K0*Z0)
750 LET W6=-V5
760 LET D1=W2-W5
770 LET D0=W3-W6
780 LET D2=V3-V6
790 LET D3=W1-W4
800 LET D4=V1-V4
810 LET T0=(D0*D4-D2*D3)/(D1*D2+D0^2)
820 LET M0=-(D0*D3+D1*D4)/(D1*D2+D0^2)
830 LET W7=W5*T0+W6*M0
840 LET V7=V5*T0+V6*M0
850 PRINT;TAB(21);"REZULTATE"
860 PRINT
870 FOR X=0 TO L0/2 STEP L0/20
880 LET Y=B*X
890 GOSUB 1100
900 LET M=K0*W7*F3/(2*B^2)-K0*V7*F4/(4*B^3)
910 LET M=M+M0*F1+T0*F2/(2*B)
920 LET T=K0*W7*F2/(2*B)+K0*V7*F3/(2*B^2)
930 LET T=T+B*M0*F4+T0*F1
940 LET W=W7*F1+V7*F2/(2*B)+P1/K0
950 LET W=W-2*M0*F3*B^2/K0+T0*B*F4/K0
960 LET Q=K0*W
970 PRINT;TAB(10);"X  =";X;TAB(29);"M  =";M
980 PRINT;TAB(29);"T  =";T
990 PRINT;TAB(29);"Q  =";Q
1000 PRINT;TAB(29);"W  =";W
1010 PRINT
1020 NEXT X
1030 IF I<S THEN 1050
1040 GOTO 3000
1050 LET I=I+1
1060 GOTO 345
1100 LET F1=(EXP(Y)+1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1110 LET F2=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1120 LET F2=F2+(EXP(Y)+1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1130 LET F3=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1140 LET F4=(EXP(Y)-1/EXP(Y))*COS(Y)/2
1150 LET F4=F4-(EXP(Y)+1/EXP(Y))*SIN(Y)/2
1160 RETURN
2000 DATA 1
2010 DATA 7.5,3.2,21000000,38,780,260
2020 DATA 4.5,12,4,100000,10,24
3000 END
```

```
EFORTURI SI DEPLASARI LA UN DOC USCAT

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI SI SAGETI,
M^2 PENTRU ARII, M^3 PENTRU MODULI DE REZISTENTA,
M^4 PENTRU MOMENTE DE INERTIE, KN PENTRU FORTE,
KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,
KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA,
KN/(M^3) PENTRU GREUTATI SPECIFICE SI KN*M
PENTRU MOMENTE

NUMARUL VARIANTELOR  ESTE  S = 1.00000


                    VARIANTA  1.00000

                         DATE
           A0 = 7.50000         A1 = 3.20000
           E0 = 210000.E+02     L0 = 38.0000
           E1 = 780.000         E2 = 260.000
           H0 = 4.50000         H1 = 12.4000
           K0 = 100000
           G2 = 10.0000         G3 = 24.0000
                       REZULTATE

      X  = .000000            M  = 129.946
                              T  =-281.524
                              Q  = 292.437
                              W  = .292437E-02

      X  = 1.90000            M  =-303.492
                              T  =-178.726
                              Q  = 279.815
                              W  = .279815E-02

      X  = 3.80000            M  =-564.110
                              T  =-99.4070
                              Q  = 267.845
                              W  = .267845E-02

      X  = 5.70000            M  =-694.940
                              T  =-41.7100
                              Q  = 257.131
                              W  = .257131E-02

      X  = 7.60000            M  =-734.620
                              T  =-2.92400
                              Q  = 247.971
                              W  = .247971E-02

      X  = 9.50000            M  =-716.080
                              T  = 20.0280
                              Q  = 240.463
                              W  = .240463E-02
```

```
X  = 11.4000     M  =-666.540
                 T  = 30.2600
                 Q  = 234.570
                 W  = .234570E-02

X  = 13.3000     M  =-607.240
                 T  = 30.7472
                 Q  = 230.186
                 W  = .230186E-02

X  = 15.2000     M  =-554.110
                 T  = 24.2360
                 Q  = 227.177
                 W  = .227177E-02

X  = 17.1000     M  =-518.050
                 T  = 13.2150
                 Q  = 225.425
                 W  = .225425E-02

X  = 19.0000     M  =-505.280
                 T  =-.400000E-02
                 Q  = 224.851
                 W  = .224851E-02
```

Diagramele corespunzătoare mărimilor p, w, M şi T, trasate pe baza rezultatelor furnizate de program, sînt prezentate în figura 6.4 *a*, *b*, *c* (valorile săgeţilor w au fost trecute în paranteze în figura 6.4 *a*).

Observaţii. 1. În dreptul bajoaierelor, diagramele presiunilor şi săgeţilor sînt liniare. 2. Diagramele corespunzătoare mărimilor p, w şi M sînt simetrice, iar diagrama corespunzătoare forţei tăietoare T este antisimetrică în raport cu mijlocul deschiderii.

7. LINII DE INFLUENŢĂ ALE MOMENTULUI ÎNCOVOIETOR LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC

7.1. ASPECTE TEORETICE

Enunţul problemei. O grindă de secţiune constantă (moment de inerţie constant) este aşezată pe un mediu elastic ; capetele grinzii, notate cu O şi A sînt libere. Cunoscînd mărimea produsului βl dintre coeficientul de amortizare β[4] şi lungimea l a grinzii, se cere să se traseze liniile de influenţă ale momentelor încovoietoare corespunzătoare unei secţiuni situate la distanţa x_0 de la capătul O (fig. 7.1).

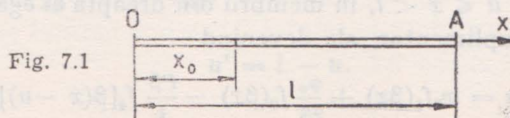


Fig. 7.1

Relații de calcul. Expresiile deplasărilor și eforturilor secționale într-o secțiune curentă a grinzii, situată la distanța x de capătul O, stabilite prin metoda parametrilor inițiali [4] ținînd seama că pe grindă nu acționează încărcări distribuite, sînt :

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{2M_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) + \frac{T_0\beta}{k} f_4(\beta x) ;$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) - \frac{2M_0\beta^3}{k} f_2(\beta x) - \frac{2T_0\beta^2}{k} f_3(\beta x) ;$$

$$M = \frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) + M_0 f_1(\beta x) + \frac{T_0}{2\beta} f_2(\beta x) ; \tag{7.1}$$

$$T = \frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) + \beta M_0 f_4(\beta x) + T_0 f_1(\beta x),$$

în care w și φ sînt săgeata și rotirea, iar M și T sînt momentul încovoietor și forța tăietoare în secțiunea respectivă a grinzii (notațiile folosite sînt sistematizate, codificate și definite în tabelul 7.1).

În expresiile (7.1), w_0, φ_0, M_0 și T_0 reprezintă parametrii inițiali, egali cu valorile mărimilor w, φ, T și M în origine, iar funcțiile care intervin se prezintă astfel :

$$f_1(\beta x) = \text{ch}\, \beta x \cdot \cos \beta x ;$$

$$f_2(\beta x) = \text{sh}\, \beta x \cdot \cos \beta x + \text{ch}\, \beta x \cdot \sin \beta x ; \tag{7.2}$$

$$f_3(\beta x) = \text{sh}\, \beta x \cdot \sin \beta x ;$$

$$f_4(\beta x) = \text{sh}\, \beta x \cdot \cos \beta x - \text{ch}\, \beta x \cdot \sin \beta x .$$

Expresiile (7.1) sînt valabile din origine pînă în dreptul primei forțe concentrate care, în cazul de față, este reprezentată de forța-unitate $P = 1$.

Deoarece grinda are capătul din stînga liber, rezultă

$$M_0 = 0 ; \; T_0 = 0 \tag{7.3}$$

și relațiile (7.1) devin

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) ;$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) ; \tag{7.4}$$

$$M = \frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k_0\varphi}{4\beta^3} f_4(\beta x) ;$$

$$T = \frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x).$$

Considerînd că forța-unitate este aplicată în dreptul secțiunii situate la distanța u de origine, relațiile (7.4) sînt valabile pentru intervalul $0 \leqslant x < u$. Pentru intervalul $u \leqslant x < l$, în membrii din dreapta ai egalităților (7.4) apare cîte un termen suplimentar, ele devenind

$$w = w_0 f_1(\beta x) + \frac{\varphi_0}{2\beta} f_2(\beta x) - \frac{P\beta}{k} f_4[\beta(x - u)] ;$$

$$\varphi = \beta w_0 f_4(\beta x) + \varphi_0 f_1(\beta x) + \frac{2P\beta^2}{k} f_3[\beta(x-u)] ;$$

$$M = \frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta x) - \frac{P}{2\beta} f_2[\beta(x-u)] ; \quad (7.5)$$

$$T = \frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta x) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta x) - Pf_1[\beta(x-u)].$$

Tabelul 7.1

Notaţii	Codificări	Definiţii sau expresii
f_1	F1	
f_2	F2	
f_3	F3	Funcţii definite prin relaţiile (7.2).
f_4	F4	
f_5	F5	Funcţie definită prin relaţia (7.9).
g_1	G1	
g_2	G2	Funcţiile f_1, f_2, f_3 şi f_4 pentru $y = z\xi$.
g_3	G3	
g_4	G4	
h_1	H1	Funcţiile f_1 şi f_2 pentru $y = z(1-\eta)$.
h_2	H2	
i	I	Numărul de ordine al grinzilor.
k_2	K2	Fudcţia f_2 pentru $y = z(\xi - \eta)$.
l	LØ	Lungimea grinzii.
M	MØ	Ordonata liniei de influenţă.
q_1	Q1	
q_2	Q2	Expresii ajutătoare.
q_3	Q3	
q_4	Q4	
s	S	Numărul total de grinzi.
x_0	XØ	Abscisa secţiunii pentru care se determină ordonatele liniei de influenţă a momentului încovoietor.
y	YØ	Argumentul funcţiilor f_1, f_2, f_3 şi f_4.
z	ZØ	$z = \beta l$, unde β este coeficientul de amortizare.
η	UØ	Abscisa secţiunii în dreptul căreia se aplică forţa unitate.

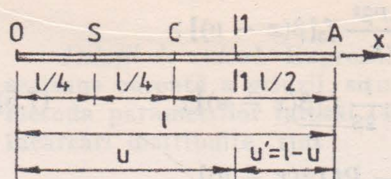
Parametrii iniţiali w_0 şi φ_0 se obţin din condiţiile de moment încovoietor nul şi de forţă tăietoare nulă la capătul A al grinzii, deci pentru $x = l$. Ultimele două expresii din grupul de relaţii (7.5) devin în acest caz:

$$\frac{kw_0}{2\beta^2} f_3(\beta l) - \frac{k\varphi_0}{4\beta^3} f_4(\beta l) - \frac{P}{2\beta} f_2(\beta u') = 0 ;$$

$$\frac{kw_0}{2\beta} f_2(\beta l) + \frac{k\varphi_0}{2\beta^2} f_3(\beta l) - Pf_1(\beta u') = 0, \quad (7.6)$$

în care

$$u' = l - u. \quad (7.7)$$



SECŢIUNEA 1-1

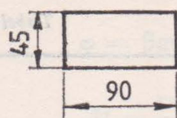


Fig. 7.2

Rădăcinile sistemului de ecuaţii (7.6) pot fi scrise astfel:

$$w_0 = \frac{\beta}{kf_5(\beta l)}[2f_4(\beta l)\cdot F_1 + 2f_3(\beta l)\cdot F_2];$$

$$\varphi_0 = \frac{2\beta^2}{kf_5(\beta l)}[2f_3(\beta l)\cdot F_1 - f_2(\beta l)\cdot F_2], \quad (7.8)$$

în care

$$f_5(\beta l) = 2f_3^2(\beta l) + f_2(\beta l)f_4(\beta l) = \text{sh}^2\,\beta l - \sin^2 \beta l \quad (7.9)$$

şi

$$F_1 = f_1(\beta u')\,;\; F_2 = f_2(\beta u'). \quad (7.10)$$

Funcţiile F_1 şi F_2 variază o dată cu distanţa u' care, la rîndul ei, variază în intervalul de la dreapta secţiunii pentru care se trasează liniile de influenţă.

Pentru secţiunea P definită prin abscisa x_0, ecuaţia liniei de influenţă a momentului încovoietor este

— pentru $u \in (x_0, l)$ şi $u' \in (0, l - x_0)$

$$M_{P1} = \frac{1}{\beta f_5(\beta l)}\Big\{[f_4(\beta l)\cdot f_3(\beta x_0) - f_3(\beta l)\cdot f_4(\beta x_0)]F_1 + \left[f_3(\beta l)\cdot f_3(\beta x_0) + \frac{1}{2}f_2(\beta l)\cdot f_4(\beta x_0)\right]F_2\Big\}; \quad (7.11)$$

— pentru $u \in (0, x_0)$ şi $u' \in (l - x_0, l)$

$$M_{P2} = M_{P1} - \frac{1}{2\beta}f_2[\beta(x_0 - u)]. \quad (7.12)$$

Observaţie. Parametrul k nu apare în ecuaţiile liniilor de influenţă, deoarece se simplifică.

7.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama pentru calculul automat al ordonatelor liniilor de influenţă ale momentelor încovoietoare la grinzile pe mediu elastic a fost elaborată ţinîndu-se seama de următoarele considerații:

— distanța dintre două secțiuni consecutive pentru care se trasează liniile de influenţă ale momentelor încovoietoare este egală cu $l/20$;

— distanța dintre două ordonate consecutive ale unei linii de influenţă este egală cu $l/20$.

Prin transcrierea organigramei sub formă de instrucţiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 7.1, a fost obţinut *programul de calcul EP*-21-03, listat în anexa 7.1.

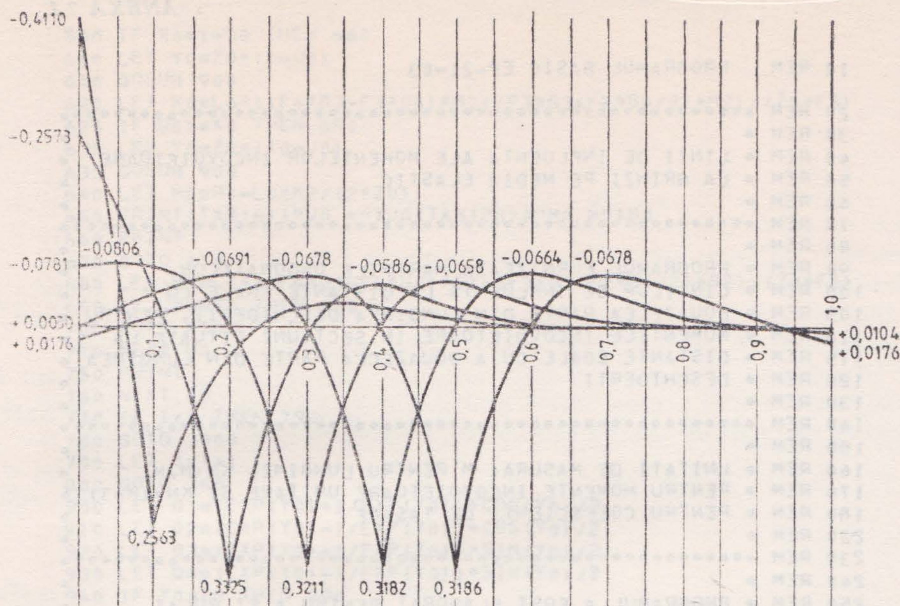


Fig. 7.3

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 1100, la care se adaugă instrucţiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1101 şi 2999.

Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de grinzi cărora urmează să li se calculeze ordonatele liniilor de influenţă ale momentelor încovoietoare. Fiecare dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde datele necesare pentru calculul ordonatelor liniilor de influenţă corespunzătoare unei singure grinzi, scrise în următoarea ordine : l, βl.

Pentru fiecare grindă, programul furnizează mărimile ordonatelor liniilor de influenţă la distanţe egale cu $l/20$, pentru momentele încovoietoare care apar în secţiuni situate la distanţe egale cu $l/20$.

Unităţile de măsură folosite sînt : m pentru lungimi, m^4 pentru momente de inerţie, kN pentru forţe, kNm pentru momente încovoietoare, kN/m^2 pentru moduli de elasticitate şi kN/m^3 pentru coeficienţii de tasare.

Programul a fost aplicat unei grinzi avînd următoarele caracteristici : $l = 10{,}2$ m şi $\beta l = 8$, pentru secţiunile C de la mijlocul deschiderii ($x_0 = 0{,}50\, l$) şi S de la sfertul deschiderii ($x_0 = 0{,}25\, l$).

Cu rezultatele obţinute prin rularea programului *EP*-21-03 pentru grinda considerată au fost trasate liniile de influenţă cuprinse în figura 7.3.

```
 10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-21-03

 20 REM **************************************************
 30 REM *                                                *
 40 REM * LINII DE INFLUENTA ALE MOMENTELOR INCOVOIETOARE *
 50 REM * LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC                     *
 60 REM *                                                *
 70 REM **************************************************
 80 REM *                                                *
 90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MARIMILE ORDONATELOR      *
100 REM * LINIILOR DE INFLUENTA LA DISTANTE EGALE CU A   *
105 REM * DOUAZECEA PARTE DIN LUNGIMEA DESCHIDERII, PENTRU *
110 REM * MOMENTELE INCOVOIETOARE IN SECTIUNI SITUATE LA *
115 REM * DISTANTE EGALE CU A DOUAZECEA PARTE DIN LUNGIMEA *
120 REM * DESCHIDERII                                    *
130 REM *                                                *
140 REM **************************************************
150 REM *                                                *
160 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M    *
170 REM * PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE UNITARE SI KN/(M^3) *
180 REM * PENTRU COEFICIENTI DE TASARE                   *
220 REM *                                                *
230 REM **************************************************
240 REM *                                                *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT    *
260 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
270 REM *                                                *
280 REM **************************************************

290 PRINT "ORDONATELE LINIILOR DE INFLUENTA ALE MOMENTELOR"
300 PRINT:TAB(4):"INCOVOIETOARE LA GRINZI PE MEDIU ELASTIC"
305 PRINT
310 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M"
315 PRINT"PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE UNITARE SI KN/(M^3)"
320 PRINT"PENTRU COEFICIENTI DE TASARE"
325 PRINT
330 PRINT
335 READ S
340 PRINT:TAB(7):"NUMARUL GRINZILOR ESTE  S =":S
350 LET I=1
360 PRINT
370 PRINT
380 PRINT:TAB(16):"GRINDA ":I
390 PRINT
400 READ L0,Z0
410 PRINT:TAB(21):"DATE"
420 PRINT:TAB(6):"L0 =":L0:TAB(28):"Z0 =":Z0
450 PRINT
480 LET Y0=Z0
490 GOSUB 900
500 FOR X0=0.05 TO 0.5 STEP 0.05
510 PRINT:TAB(8):"COORDONATELE LINIEI DE INFLUENTA ALE"
520 PRINT:TAB(8):"MOMENTULUI INCOVOIETOR DIN SECTIUNEA"
530 PRINT:TAB(8):"DE ABSCISA RELATIVA X0 =":X0
540 PRINT
550 LET Y0=Z0*X0
560 GOSUB 900
565 FOR U0=0 TO 1 STEP 0.05
570 IF U0>0 THEN 590
575 LET M0=L0*((F4*G3-F3*G4)*F1+(F3*G3+F2*G4/2)*F2)/(Z0*F5)
580 LET M0=M0-L0*G2/(2*Z0)
585 IF U0=0 THEN 650
```

```
590 IF X0=1-U0 THEN 680
600 LET Y0=Z0*(1-U0)
610 GOSUB 900
620 LET M0=L0*((F4*G3-F3*G4)*H1+(F3*G3+F2*G4/2)*H2)/(Z0*F5)
625 IF U0>=X0 THEN 650
630 LET Y0=Z0*(X0-U0)
635 GOSUB 900
640 LET M0=M0-L0*K2/(2*Z0)
650 PRINT;TAB(6);"U0 =";U0;TAB(28);"M0 =";M0
660 PRINT
670 GOTO 710
680 LET M0=L0*((F4*G3-F3*G4)*G1+(F3*G3+F2*G4/2)*G2)/(Z0*F5)
690 IF U0>=X0 THEN 650
700 GOTO 630
710 NEXT U0
750 PRINT
760 NEXT X0
770 IF I<5 THEN 790
780 GOTO 3000
790 LET I=I+1
800 GOTO 360
900 LET Q1=(EXP(Y0)+1/EXP(Y0))*COS(Y0)/2
910 LET Q2=(EXP(Y0)-1/EXP(Y0))*COS(Y0)/2
920 LET Q3=(EXP(Y0)+1/EXP(Y0))*SIN(Y0)/2
930 LET Q4=(EXP(Y0)-1/EXP(Y0))*SIN(Y0)/2
940 IF Y0=Z0 THEN 990
950 IF Y0=Z0*X0 THEN 1050
960 IF Y0=Z0*(1-U0) THEN 1080
970 LET K2=Q2+Q3
980 RETURN
990 LET F1=Q1
1000 LET F2=Q2+Q3
1010 LET F3=Q4
1020 LET F4=Q2-Q3
1030 LET F5=2*F3^2+F2*F4
1040 RETURN
1050 LET G1=Q1
1055 LET G2=Q2+Q3
1060 LET G3=Q4
1065 LET G4=Q2-Q3
1070 RETURN
1080 LET H1=Q1
1090 LET H2=Q2+Q3
1100 RETURN
2000 DATA 1
2010 DATA 10.2.8
3000 END
```

8. CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI BARE CU SECȚIUNEA VARIIND ÎN DOUĂ TREPTE

8.1. ASPECTE TEORETICE

Enunțul problemei. Un stîlp de lungime l, liber la capătul superior și încastrat perfect la bază, este încărcat la partea superioară cu forța axială P. Secțiunea stîlpului variază în două trepte pe lungimile l_1 și l_2, $(l_1 + l_2 = l)$, măsurate de la vîrf spre bază, acestor lungimi corespunzîndu-le momentele de inerție I_1 și I_2 $(I_1 < I_2)$. Se cere să se determine valoarea forței critice P_{cr} corespunzătoare pierderii stabilității formei de echilibru a stîlpului.

Rezolvarea problemei. Se scriu ecuațiile diferențiale ale fibrei medii deformate a stîlpului pentru fiecare dintre cele două intervale de lungimi l_1 și l_2. Alegînd sistemul de axe de coordonate Oxw ca în figura 8.1, rezultă

$$EI_1 \frac{d^2w_1}{dx^2} = P(\delta - w_1) \tag{8.1}$$

și

$$EI_2 \frac{d^2w_2}{dx^2} = P(\delta - w_2), \tag{8.2}$$

unde δ este săgeata stîlpului la vîrf.

Cu notațiile

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{P}{EI_1}}; \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{P}{EI_2}}, \tag{8.3}$$

soluțiile ecuațiilor diferențiale (8.1) și (8.2) sînt

$$w_1 = \delta + C \cos \beta_1 x + D \sin \beta_1 x \tag{8.4}$$

și

$$w_2 = \delta(1 - \cos \beta_2 x). \tag{8.5}$$

La stabilirea celei de a doua soluții s-a ținut seama de condițiile din încastrare ($w = 0$ și $dw/dx = 0$).

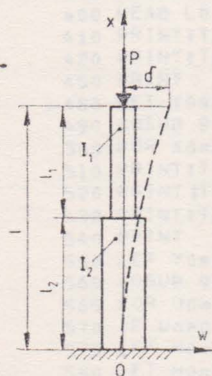


Fig. 8.1

Constantele de integrare C și D se determină din următoarele condiții :

— săgeata la capătul superior al stîlpului este egală cu δ ;

— săgețile celor două tronsoane ale stîlpului, în secțiunea de contact dintre ele, sînt egale.

Aceste condiții conduc la sistemul de ecuații

$$C \cos \beta_1 l + D \sin \beta_1 l = 0,$$
$$C \cos \beta_1 l_2 + D \sin \beta_1 l_2 = -\delta \cos \beta_2 l_2, \tag{8.6}$$

ale cărui rădăcini sînt

$$C = -\delta \frac{\sin \beta_1 l \cdot \cos \beta_2 l_2}{\sin \beta_1 l_1}; \quad D = \delta \frac{\cos \beta l_1 \cdot \cos \beta_2 l_2}{s \text{ in } \beta_1 l_1}. \tag{8.7}$$

Din condiția de continuitate a tangentei la fibra medie deformată a stîlpului, în dreptul secțiunii de separație a celor două tronsoane, se obține, în final, ecuația transcendentă

$$\operatorname{tg} \beta_1 l_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_2 l_2 = \frac{\beta_1}{\beta_2}. \tag{8.8}$$

Cu notațiile

$$l_1 = \lambda l \; ; \; l_2 = (1 - \lambda) l \; ; \; I_2 = \frac{I_1}{\alpha^2} ; \tag{8.9}$$

$$\beta_1 = \beta \; ; \; \beta_2 = \beta\alpha \; ; \; u = \beta l,$$

ecuația caracteristică (8.8) ia forma

$$\operatorname{tg} (\lambda u) \cdot \operatorname{tg} [\alpha(1 - \lambda)u] = \frac{1}{\alpha}, \tag{8.10}$$

avînd ca necunoscută parametrul u.

O dată determinată valoarea minimă a rădăcini ecuației (8.10), valoarea forței critice, notată cu P_E (forța critică euleriană), este dată de una din expresiile

$$P_E = \frac{\pi^2 E I_2}{(\mu l)^2} \; ; \; P_E = \frac{v^2 E I_2}{l^2}, \tag{8.11}$$

în care

$$v = \alpha u \; ; \; \mu = \frac{\pi}{\alpha u} = \frac{\pi}{v} \tag{8.12}$$

Observație. Pentru $\alpha = 0,5$ și $\lambda = 0,5$ (tronsoane de lungime egală), ecuația caracteristică devine

$$\operatorname{tg} \frac{u}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tag{8.13}$$

rădăcina ei convenabilă fiind

$$u = 2,462 \text{ rad.} \tag{8.14}$$

Acestei rădăcini îi corespund parametrii

$$\mu = 2,552 \; ; \; v = 1,231, \tag{8.15}$$

pentru forța critică rezultînd

$$P_E = \frac{\pi^2 E I_2}{(2,552 l)^2} = \frac{1,231^2 E I_2}{l^2}. \tag{8.16}$$

Notațiile folosite în rezolvarea problemei sînt sistematizate, codificate și definite în tabelul 8.1.

8.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată ținîndu-se seama de următoarele observații :

— parametrul u nu poate fi mai mic decît $\operatorname{arctg} \frac{1}{\alpha}$;

— parametrul u nu poate fi mai mare decît 1,57 radiani ;

— parametrul u se determină cu două zecimale exacte, a treia zecimală fiind aproximativă.

Tabelul 8.1

Notații	Codificări	Definiții
I_1		Momentul de inerție al secțiunii transversale a tronsonului superior.
I_2		Momentul de inerție al secțiunii transversale a tronsonului inferior ($I_2 \geqslant I_1$).
l		Lungimea totală a barei.
l_1		Lungimea tronsonului superior.
l_2		Lungimea tronsonului inferior.
P_E		Forța critică euleriană.
P		Forța axială aplicată la capătul liber al stîlpului.
u	UØ	Parametru de stabilitate al tronsonului superior.
v	VØ	$v = \alpha u$. Parametru de stabilitate al tronsonului inferior.
α	AØ	$\alpha = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$
β		$\beta = \sqrt{\frac{P}{EI_1}}$.
μ	QØ	$\mu = \frac{\pi}{\alpha u}$.
λ	LØ	$\lambda = \frac{l_1}{l}$.

Transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 8.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-21-04 listat în anexa 8.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 680 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 681 și 1999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de stîlpi sau de variante ale aceluiași stîlp, pentru care urmează să se determine valoarea critică a forței axiale de pierdere a stabilității echilibrului elastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare rezolvării unui singur caz, scrise în ordinea : α, λ.

Pentru fiecare caz, programul furnizează valorile critice ale parametrilor μ și v.

Programul a fost aplicat pentru valori succesive ale parametrului α egale cu 0,1 ; 0,5 ; 0,9.

Fiecăreia dintre acestea i-au fost asociate valori succesive ale parametrului λ egale cu 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8.

Valorile critice ale parametrilor μ și v, corespunzătoare cazurilor considerate, sînt sintetizate în tabelul 8.2.

Tabelul 8.2

Valorile critice ale parametrilor μ și v

$\lambda =$	$\alpha =$	0,1	0,5	0,9
0,2	μ	4,18321	2,04331	2,00420
	v	0,75100	1,53750	1,56750
0,3	μ	6,14793	2,14338	2,01015
	v	0,51100	1,46572	1,56286
0,4	μ	8,12305	2,31852	2,02466
	v	0,38675	1,35500	1,55166
0,5	μ	10,1016	2,55414	2,04371
	v	0,31100	1,23000	1,53720
0,6	μ	12,0830	2,82177	2,07161
	v	0,26000	1,11334	1,51650
0,7	μ	14,0608	3,10827	2,10280
	v	0,223429	1,01072	1,49400
0,8	μ	16,0490	3,40321	2,13986
	v	0,19575	0,923125	1,46813

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-21-04
20 REM ****************************************************
30 REM *                                                  *
40 REM * CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI CONSOLE VERTICALE    *
50 REM * CU SECTIUNEA TRANSVERSALA VARIIND IN DOUA TREPTE,*
60 REM * SOLICITATA DE O FORTA VERTICALA APLICATA LA      *
70 REM * CAPATUL EI LIBER                                 *
80 REM *                                                  *
90 REM ****************************************************
100 REM *                                                 *
110 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT     *
120 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
130 REM *                                                 *
140 REM ***************************************************
150 PRINT "CALCULUL LA FLAMBAJ AL UNEI CONSOLE VERTICALE"
160 PRINT "CU SECTIUNEA TRANSVERSALA VARIIND IN DOUA TREPTE"
170 PRINT "SOLICITATA DE O FORTA VERTICALA APLICATA LA"
180 PRINT "CAPATUL EI LIBER"
190 PRINT
200 PRINT
210 READ S
220 PRINT:TAB(7):"NUMARUL CONSOLELOR ESTE  S =":S
230 LET I=1
240 PRINT
250 PRINT
260 PRINT:TAB(17):"CONSOLA ":I
270 PRINT
280 READ A0,L0
290 LET T=1
300 LET U1=INT(10*ATN(SQR(1/A0)))/10
310 IF L0<A0*(1-L0) THEN 520
320 LET U2=A0*U1*(1-L0)/L0
330 LET F0=TAN(U1)*TAN(U2)-1/A0
340 IF F0<0 THEN 540
350 IF T>1 THEN 380
360 LET T=T+1
370 IF T<3 THEN 610
380 IF T>2 THEN 410
390 LET T=T+1
400 IF T<4 THEN 630
410 IF L0<A0*(1-L0) THEN 650
420 LET U0=U3/L0
430 LET V0=A0*U0
440 LET Q0=PI/V0
450 PRINT:TAB(23):"DATE"
460 PRINT:TAB(7):"A0 =":A0:TAB(31):"L0 =":L0
470 PRINT
480 PRINT:TAB(16):"PARAMETRI CRITICI"
490 PRINT:TAB(7):"Q0 =":Q0:TAB(31):"V0 =":V0
500 IF I<S THEN 670
510 GOTO 2000
520 LET U2=L0*U1/(A0*(1-L0))
530 GOTO 330
540 LET U3=U1
550 IF T>1 THEN 590
560 IF U1=1.5 THEN 360
570 LET U1=U3+0.1
580 IF T<2 THEN 310
590 IF T>2 THEN 630
```

```
600 IF U1=1.57 THEN 410
610 LET U1=U3+0.01
620 IF T<3 THEN 310
630 LET U1=U3+0.001
640 GOTO 310
650 LET U0=U3/(A0*(1-L0))
660 GOTO 430
670 LET I=I+1
680 GOTO 240
1000 DATA 21
1010 DATA 0.2,0.2
1020 DATA 0.2,0.3
1030 DATA 0.2,0.4
1040 DATA 0.2,0.5
1050 DATA 0.2,0.6
1060 DATA 0.2,0.7
1070 DATA 0.2,0.8
1080 DATA 0.5,0.2
1090 DATA 0.5,0.3
1100 DATA 0.5,0.4
1110 DATA 0.5,0.5
1120 DATA 0.5,0.6
1130 DATA 0.5,0.7
1140 DATA 0.5,0.8
1150 DATA 0.8,0.2
1160 DATA 0.8,0.3
1170 DATA 0.8,0.4
1180 DATA 0.8,0.5
1190 DATA 0.8,0.6
1200 DATA 0.8,0.7
1210 DATA 0.8,0.8
2000 END
```

9. PROBLEMĂ ÎN TEORIA DE ORDINUL II

Enunțul problemei. Se dă o bară dublu articulată încărcată la capătul superior cu o forță axială (de compresiune) P_1 și, în deschidere, cu o forță P_2, paralelă cu axa barei și de același sens cu P_1, dar aplicată cu o excentricitate e (fig. 9.1). Se cere să se studieze săgețile, momentele încovoietoare și forțele tăietoare în teoria de ordinul II, precizînd și condiția critică de flambaj.

9.1. ASPECTE TEORETICE

Pentru rezolvarea problemei se alege originea x-ilor la capătul superior; se disting două intervale: $x \in (0,l_1)$ și $x \in (l_1,l)$.

Se scriu expresiile momentelor încovoietoare (în teoria de ordinul I):

— pentru intervalul I, $x \in (0, l_1)$

$$M_{x1} = P_1 w_1 + \frac{P_2 e}{l} x, \qquad (9.1)$$

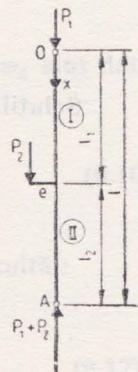


Fig. 9.1

— pentru intervalul II, $x \in (l_1, l)$

$$M_{x2} = (P_1 + P_2)w_2 - P_2 e\left(1 - \frac{x}{l}\right). \tag{9.2}$$

Ecuațiile diferențiale aproximative ale săgeților se deduc imediat

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w_1}{dx^2} &= -\frac{P_1}{EI} w_1 - \frac{P_2 e}{EIl} x, \\ \frac{d^2 w_2}{dx^2} &= -\frac{P_1 + P_2}{EI} w_2 + \frac{P_2 e}{EIl}(l - x). \end{aligned} \tag{9.3}$$

Dacă se introduc notațiile

$$\beta_1^2 = \frac{P_1}{EI}, \ \beta_2^2 = \frac{P_1 + P_2}{EI} \tag{9.4}$$

ecuațiile (9.3) se scriu

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w_1}{dx^2} + \beta_1^2 w_1 &= -\frac{P_2 e}{EIl} x, \\ \frac{d^2 w_2}{dx^2} + \beta_2^2 w_2 &= +\frac{P_2 e}{EIl}(l - x). \end{aligned} \tag{9.5}$$

Ele admit soluțiile generale

$$\begin{aligned} w_1 &= A_1 l \sin \beta_1 x + B_1 l \cos \beta_1 x - \frac{P_2 e}{P_1 l} x, \\ w_2 &= A_2 l \sin \beta_2 x + B_2 l \cos \beta_2 x + \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2)} (l - x). \end{aligned} \tag{9.6}$$

Condițiile la limită pentru determinarea constantelor de integrare A_1, B_1, A_2, B_2 se scriu :

$$\begin{aligned} &\text{— pentru } x = 0 \rightarrow w_1 = 0, \\ &\text{— pentru } x = l_1 \rightarrow w_1 = w_2 \text{ și } w_1' = w_2', \\ &\text{— pentru } x = l \rightarrow w_2 = 0. \end{aligned} \tag{9.7}$$

Din prima condiție rezultă $B_1 = 0$, iar din ultima condiție

$$B_2 = -A_2 \frac{\sin \beta_2 l}{\cos \beta_2 l}.$$

Soluțiile (9.6), împreună cu derivatele de ordinul întîi se scriu atunci

$$\begin{aligned} w_1 &= A_1 l \sin \beta_1 x - \frac{P_2 e}{P_1 l} x, \\ w_2 &= -A_2 l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} + \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l} (l - x), \end{aligned} \tag{9.8}$$

$$\begin{aligned} w_1' &= \beta_1 A_1 l \cos \beta_1 x - \frac{P_2 e}{P_1 l}, \\ w_2' &= + \beta_2 A_2 l \frac{\cos \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} - \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l}. \end{aligned} \tag{9.9}$$

Celelalte două condiții (9.7) iau forma :

$$A_1 l \sin \beta_1 l_1 - \frac{P_2 e}{P_1 l} l_1 = -A_2 l \frac{\sin \beta_2 l_2}{\cos \beta_2 l} + \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l} l_2,$$

$$\beta_1 A_1 l \cos \beta_1 l_1 - \frac{P_2 e}{P_1} = \beta_2 A_2 l \frac{\cos \beta_2 l_2}{\cos \beta_2 l} - \frac{P_2 e}{(P_1 + P_2) l}.$$

sau, dacă se notează

$$\alpha = \frac{l_1}{l}, \ l_2 = (1 - \alpha) l, \tag{9.10}$$

$$\lambda = \frac{P_2}{P_1}, \tag{9.11}$$

$$\gamma = \frac{P_2 e}{P_1 l} \tag{9.12}$$

sistemul precedent devine

$$\begin{aligned} A_1 l \sin \beta_1 l_1 + \frac{A_2 l}{\cos \beta_2 l} \sin \beta_2 l_2 &= \gamma l \frac{1 + \lambda\alpha}{1 + \lambda} \\ \beta_1 A_1 l \cos \beta_1 l_1 - \beta_2 \frac{A_2 l}{2 \cos \beta_2 l} \cos \beta_2 l_2 &= \gamma \frac{\lambda}{1 + \lambda}. \end{aligned} \tag{9.13}$$

Considerînd ca necunoscute pe $A_1 l$ și $A_2\, l/\cos \beta_2 l$, determinantul principal al sistemului are expresia

$$D = \begin{vmatrix} \sin \beta_1 l_1 & \sin \beta_2 l_2 \\ \beta_1 \cos \beta_1 l_1 & -\beta_2 \cos \beta_2 l_2 \end{vmatrix} = -\beta_2 \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 - \\ - \beta_1 \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1.$$

Condiția $D = 0$ conduce la *ecuația de stabilitate*

$$\beta_2 \operatorname{tg} \beta_1 l_1 + \beta_1 \operatorname{tg} \beta_2 l_2 = 0. \tag{9.14}$$

În cazul cînd $D \neq 0$, soluțiile sistemului (9.13) se scriu :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma}{1 + \lambda} \cdot \frac{\beta_2 l (1 + \lambda\alpha) \cos \beta_2 l_2 + \lambda \sin \beta_2 l_2}{\beta_2 l \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 + \beta_1 l \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1}, \\ A_2 &= \frac{\gamma}{1 + \lambda} \cdot \frac{\beta_1 l (1 + \lambda\alpha) \cos \beta_1 l_1 - \lambda \sin \beta_1 l_1}{\beta_2 l \sin \beta_1 l_1 \cos \beta_2 l_2 + \beta_1 l \sin \beta_2 l_2 \cos \beta_1 l_1}. \end{aligned} \tag{9.15}$$

Cunoscînd constantele adimensionale A_1 și A_2, săgețile w_1 și w_2 sînt date de relațiile

$$\begin{aligned} w_1 &= A_1 l \sin \beta_1 x - \gamma x, \\ w_2 &= -A_2 l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} + \frac{\gamma (l - x)}{1 + \lambda}; \end{aligned} \tag{9.16}$$

analog, pentru momentele încovoietoare și forțele tăietoare rezultă :

$$M_{x1} = A_1 P_1 l \sin \beta_1 x;$$

$$M_{x2} = A_2 (P_1 + P_2) l \frac{\sin \beta_2 (l - x)}{\cos \beta_2 l} \tag{9.17}$$

şi

$$T_{x1} = A_1\beta_1 P_1 l \cos \beta_1 x ;$$

$$T_{x2} = -A_2\beta_2(P_1 + P_2)l \frac{\cos \beta_2(l - x)}{\cos \beta_2 l} . \tag{9.18}$$

9.2. STUDIU PARAMETRIC

Se consideră creşterea proporţională a forţelor P_1 şi P_2, deci λ = constant. Folosind notaţia

$$u = \beta_1 l_1 \tag{9.19}$$

se poate scrie

$$\beta_2 l_2 = u \frac{1 - \alpha}{\alpha} \sqrt{1 + \lambda} \tag{9.20}$$

şi ecuaţia de stabilitate (9.14) devine

$$\sqrt{1 + \lambda} \cdot \text{tg}\, u + \text{tg} \left[\frac{1 - \alpha}{\alpha} \sqrt{1 + \lambda} \cdot u \right] = 0. \tag{9.21}$$

Fiind date mărimile constantelor α şi λ, din ecuaţia (9.21) se obţine valoarea parametrului u.

Observaţie. Pentru $\alpha = \frac{1}{q+1}$, $\lambda = n^2 - 1$ sau $\alpha = \frac{q}{q+1}$, $\lambda = n^2 - 1$ (cu q, n întregi), ecu ia (9.21) se scrie sub forma mai simplă

$$n \,\text{tg}\, u + tg\,(qnu) = 0,$$

respectiv

$$n\, tg\, u + tg \left(\frac{n}{q} u \right) = 0$$

şi, pentru valori particulare ale lui q şi n poate fi rezolvată direct. Astfel, de exemplu, luînd $q = 1$ şi $n = 2$ (adică $\alpha = 0{,}50$ şi $\lambda = 3$), prima ecuaţie caracteristică devine

$$2 \,\text{tg}\, u + \text{tg}\, 2u = 0 ;$$

prin exprimarea lui $\text{tg}\, 2u$ în funcţie de $\text{tg}\, u$ se ajunge la ecuaţia

$$2 \,\text{tg}\, u(2 - \text{tg}^2 u) = 0$$

cu rădăcina convenabilă $u = \text{arctg}\, \sqrt{2} \cong 0{,}955317 \cong 0{,}304087\pi$.

La fel, luînd $q = 3$ şi $n = 2$ (adică $\alpha = 0{,}75$ şi $\lambda = 3$), din a doua ecuaţie rezultă

$$2 \,\text{tg}\, u + \text{tg} \frac{2u}{3} = 0.$$

Prin substituţia $u = 3\xi$ şi apoi trecerea la liniile trigonometrice ale arcului ξ, se ajunge la ecuaţia

$$\text{tg}^4 \xi - 7 \,\text{tg}^2 \xi + 4 = 0.$$

Rădăcina convenabilă este

$$u = 3 \,\text{arctg} \sqrt{\frac{7 - \sqrt{33}}{2}} = 2{,}010060 \text{ rad} = 0{,}639822\, \pi.$$

Fie

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}\ ;\ k_1 = \frac{u^2}{\pi^2\alpha^2}, \tag{9.22}$$

unde P_E reprezintă forța critică Euler pentru bara dublu articu ată încărcată axial numai la capete.

Mărimile forțelor critice de pierdere a stabilității echilibrului pentru bara considerată sînt în acest caz următoarele:

$$P_{1,cr} = k_1 P_E\ ;\ P_{2,cr}' = \lambda k_1 P_E. \tag{9.23}$$

Forțele aplicate axial, respectiv paralel cu axa barei, pot fi exprimate în funcție de valorile lor critice prin intermediul unui coeficient de proporționalitate $m \in (0, 1)$, definit astfel

$$m = \frac{P_1}{P_{1,cr}} = \frac{P_2}{P_{2cr}} \tag{9.24}$$

și deci

$$P_1 = mk_1 P_E\ ;\ P_2 = m\lambda k_1 P_E. \tag{9.25}$$

Egalități e (9.25) fac ca notațiile (9.4) să devină

$$\beta_1 = \frac{\pi}{l}\sqrt{mk_1}\ ;\ \beta_2 = \frac{\pi}{l}\sqrt{mk_1(1+\lambda)}, \tag{9.26}$$

pe baza cărora se poate scrie

$$\beta_1 l = \pi\sqrt{mk_1}\ ;\ \beta_2 l = \pi\sqrt{mk_1(1+\lambda)}. \tag{9.27}$$

În această situație, expresiile (9.16), (9.17) și (9.18) ale săgeților, momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare pot fi prezentate sub următoarea formă:

$$\frac{w_1}{l} = A_1 \sin\left(\beta_1 l\cdot\frac{x}{l}\right) - \gamma\frac{x}{l}; \tag{9.28}$$

$$\frac{w_2}{l} = -A_2\frac{\sin\left[\beta_2 l\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]}{\cos\beta_2 l} + \frac{\gamma\left(1-\frac{x}{l}\right)}{1+\lambda},$$

$$\frac{M_{x1}}{P_E l} = A_1\cdot mk_1\cdot\sin\left(\beta_1 l\cdot\frac{x}{l}\right);$$

$$\frac{M_{x2}}{P_E l} = -A_2\cdot mk_1(1+\lambda)\cdot\frac{\sin\left[\beta_2 l\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]}{\cos\beta_2 l}, \tag{9.29}$$

și

$$\frac{T_{x1}}{P_E} = A_1\cdot mk_1\cdot\beta_1 l\cdot\cos\left(\beta_1 l\cdot\frac{x}{l}\right);$$

$$\frac{T_{x2}}{P_E} = A_2\cdot mk_1\cdot\beta_2 l(1+\lambda)\cdot\frac{\cos\left[\beta_2 l\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]}{\cos\beta_2 l} \tag{9.30}$$

Relațiile (9.28), (9.29) și (9.30) permit obținerea valorilor săgeților, momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare în teoria de ordinul II, pentru orice valoare a raportului $\frac{x}{l} \in (0\ ;\ 1)$.

În teoria de ordinul I expresiile momentelor încovoietoare sînt

$$M_{x1} = P_2 e \frac{x}{l}; \quad M_{x2} = P_2 e \left(1 - \frac{x}{l}\right) \tag{9.31}$$

sau

$$\frac{M_{x1}}{P_1 l} = \gamma \frac{x}{l}; \quad \frac{M_{x2}}{P_1 l} = -\gamma \left(1 - \frac{x}{l}\right). \tag{9.32}$$

Pe o cale asemănătoare se obține pentru forța tăietoare

$$T_{x1} = T_{x2} = \frac{P_2 e}{l} \tag{9.33}$$

Observație. Pe primul interval al barei, deci pentru w_1, M_{x1} și T_{x1}, $\frac{x}{l} \in (0, \alpha)$, iar pe al doilea interval al barei, deci pentru w_2, M_{x2} și T_{x2}, $\frac{x}{l} \in (\alpha, 1)$.

Notațiile folosite în prezentarea calculului de ordinul II sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 9.1.

Cazuri limită. Deoarece la rezolvarea numerică a unei ecuații transcendente — cum este ecuația (9.21) — procesul de separare a rădăcinii minime și apoi procesul de aproximații succesive este mai rapid dacă se cunoaște intervalul în care este situată rădăcina, în tabelul 9.2 se prezintă valorile numerice ale lui u pentru diferite valori ale parametrilor α și λ (în tabelul 9.2 rădăcinile sînt date atît cu valoarea numerică efectivă, cît și ca multipli de π).

Tabelul 9.1

Notații	Codificări	Definiții și expresii
a_j	WØ	$a_j = \frac{w_j}{l}$.
b_j	MØ	$b_j = \frac{M_j}{P_g l}$.
c_j	TØ	$c_j = \frac{T_j}{P_g}$.
c	C	$c = \frac{x}{l}$.
D	DØ	Valoarea determinantului principal al sistemului de ecuații de condiție.
E		Modulul de elasticitate al materialului din care este alcătuită bara.
e		Excentricitatea de aplicare a forței P_2 în raport cu axa barei.
f	FØ	Expresie reprezentînd primul membru al ecuației de stabilitate.
I		Momentul de inerție al secțiunii barei.
i	I	Numărul de ordine al barelor sau variantelor.

Notații	Codificări	Definiții și expresii
j		Numărul de ordine al punctelor care împart lungimea barei în 20 de intervale egale, începînd de la capătul superior al acesteia ($j = 1, 2, \ldots, 20$).
k_1	K1	$k_1 = \left(\frac{u_0}{\pi\alpha}\right)^2$
k_2	K2	$k_2 = \lambda k_1$.
l		Lungimea barei.
l_1		Lungimea intervalului I (fig. 9.1).
l_2		Lungimea intervalului II ($l_2 = l - l_1$).
M_j		Momentul încovoietor cu numărul de ordine j.
m	C4	$m = \frac{P_1}{k_1 P_E} = \frac{P_2}{\lambda k_1 P_E}$, $m \in (0\ ;\ 1)$
P_1		Forța axială de compresiune aplicată la capătul superior al barei
P_2		Forța paralelă cu axa și avînd același sens cu forța P_1, aplicată cu excentricitatea e într-o secțiune intermediară a barei.
P_E		Forța critică de flambaj (Euler) pentru bara dublu articulată încărcată axial la capete $\left(P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2}\right)$
s	S	Numărul barelor sau numărul variantelor studiate.
T_j		Forța tăietoare în punctul cu numărul de ordine j.
t	T	Număr care indică gradul de precizie cu care se determină valoarea cea mai mică a parametrului u: $t = 1$ pentru o eroare de 0,1 ; $t = 2$ pentru o eroare de 0,01 ; $t = 3$ pentru o eroare de 0,001.
u	U1	$u = \beta_1 l_1$.
u_0	UØ	Valoarea cea mai mică a parametrului u.
w_j		Săgeata barei în punctul cu numărul de ordine j.
x		Distanța dintre capătul superior al barei și un punct curent al axei acesteia
α	C1	$\alpha = \frac{l_1}{l}$.
β_1		$\beta_1 = \sqrt{\frac{P_1}{EI}}$.
β_2		$\beta_2 = \beta_1\sqrt{1 + \lambda}$.
γ		$\gamma = \frac{P_2 e}{P_1 l}$.

Tabelul 9.1 (continuare)

Notații	Codificări	Definiții și expresii
λ	C2	$\lambda = \frac{P_2}{P_1}$.
ξ	C3	$\xi = \frac{e}{l}$.
A_1	A1	Constantă de integrare.
A_2	A2	Constantă de integrare.
B_1		Constanta de integrare.
B_2		Constantă de integrare.
$u_2 \ldots u_8$	U2 ... U3	Valori aproximative ale parametrului u_0.

Un număr de 4 cazuri limită și un caz particular trebuie să fie studiate separat, deoarece utilizarea directă a ecuației (9.21) poate duce la rezultate eronate.

Discuția rădăcinilor corespunzătoare acestor cazuri limită are la bază următoarele ipoteze :

— forțele P_1 și P_2 au același sens (spre x crescători).

— se neglijează deformațiile axiale ale barei ;

— articulația superioară (din origine) este deplasabilă, ea reprezentînd de fapt un reazem simplu care împiedică deplasările normale pe axă în ambele sensuri.

Se observă de la început că momentul P_2e introdus pe bară de forța P_2 aplicată cu excentricitatea e, conduce la o problemă în teoria de ordinul II, în care ecuațiile diferențiale ale săgeților sînt *neomogene* [4], [31].

Este știut că, dacă forța (forțele) de compresiune atinge o anumită valoare critică, atunci bara flambează, independent de mărimea încărcărilor transversale ; de aceea și în acest caz determinarea parametrilor critici, reprezentată de ecuația caracteristică (9.21), este esențială.

Cu această precizare, se poate trece la examinarea cazurilor limită.

Cazul 1 : consola este situată în infinita vecinătate a articulației superioare (fig. 9.2, *a*) și deci $\alpha = 0$, iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este triunghiulară (fig. 9.2, *b*). Bara este solicitată axial de forța de compresiune $P_1 + P_2 = (1 + \lambda)P_1$, pentru care corespunde valoarea critică P_E, dată de prima relație (9.22). De aici rezultă

$$P_{1,cr} = \frac{P_E}{1+\lambda}, \quad P_{2,cr} = \frac{\lambda P_E}{1+\lambda}. \tag{9.34}$$

Se observă că, în această situație, notația (9.19) este lipsită de sens, iar forțele critice rezultă direct din (9.31).

Cazul 2 : consola este situată în infinita vecinătate a articulației inferioare (fig. 9.3, *a*) și deci $\alpha = 1$, iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este tot triunghiulară (fig. 9.3, *b*). Forța axială în bară este doar P_1

Tabelul 9.2

α \ λ	0	0,25	0,50	0,75	1	3	8	15
0,25	3,141593	0,708780	0,650770	0,604932	0,567548	0,405382	0,271711	0,204159
	π	$0,225612\pi$	$0,207147\pi$	$0,192556\pi$	$0,180656\pi$	$0,129037\pi$	$0,086488\pi$	$0,064986\pi$
0,50	3,141593	1,478690	1,398077	1,327573	1,265672	0,955317	0,659058	0,368631
	π	$0,470682\pi$	$0,445022\pi$	$0,422580\pi$	$0,402876\pi$	$0,304087\pi$	$0,209785\pi$	$0,117339\pi$
0,75	3,141593	2,329034	2,30114	2,272630	2,243636	2,010060	1,570796	1,423879
	π	$0,741355\pi$	$0,732476\pi$	$0,723401\pi$	$0,714172\pi$	$0,639822\pi$	$0,5\pi$	$0,453235\pi$
1,00	3,141593	3,141593	3,141593	3,141593	3,141593	3,141593	3,141593	3,141593
	π	π	π	π	π	π	π	π

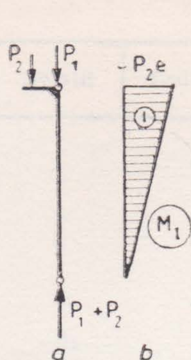


Fig. 9.2

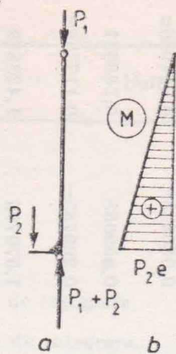


Fig. 9.3

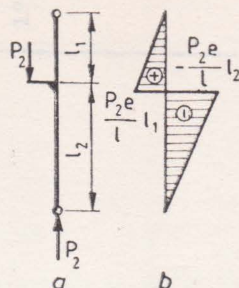


Fig. 9.4

deoarece forța P_2 se transmite direct la reazemul inferior. Rezultă imediat $P_1 = P_E$ independent de P_2, iar din (9.19) se obține $u = \pi$; acest rezultat figurează în ultima linie a tabelului 9.2.

Cazul 3 : $P_2 = 0$ și deci $\lambda = 0$, bara nemaifiind solicitată de încărcări (momente) transversale. Problema, tot în cadrul teoriei de ordinul II, se modifică întrucît ecuația diferențială a săgeților devine *omogenă*. Soluția este $P_1 = P_E$, deci $u = \pi$; acest rezultat figurează în prima coloană a tabelului 9.2.

Este interesant de semnalat că rezultatul nu poate fi dedus, prin particularizare, din ecuația caracteristică (9.21). Într-adevăr, făcînd $\lambda = 0$ în ecuația (9.21), aceasta poate fi scrisă sub forma

$$\operatorname{tg} u + \operatorname{tg}\left(\frac{u}{\alpha} - u\right) = 0.$$

După desfacerea termenului al doilea și reducerea termenilor asemenea, se ajunge la condiția

$$\operatorname{tg}\frac{u}{\alpha}\,(1 + \operatorname{tg}^2 u) = 0,$$

din care ar rezulta $u = \alpha\pi$, ceea ce este eronat.

Cazul 4 : $P_1 = 0$ și deci $\lambda = \infty$. Bara este încărcată ca în figura 9.4, *a*, iar diagrama de momente din teoria de ordinul I este redată în figura 9.4, *b*. Observînd că bara este solicitată axial doar pe lungimea l_2, demonstrația trebuie să fie reluată, pentru a ține seama de acest fapt. În locul ecuației (9.3), trebuie să fie considerată relația diferențială

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} = -\frac{P_2 e}{EIl}x.$$

Mersul calculului este același cu cel expus anterior. Trecînd peste operațiile intermediare, se ajunge la ecuația caracteristică

$$\beta_2 l_1 + \operatorname{tg}\beta_2 l_2 = 0 \tag{9.35}$$

în care s-a notat

$$\beta_2^2 = \frac{P_2}{EI}. \tag{9.36}$$

Cu notațiile (9.16) $\alpha = l_1/l$, $1 - \alpha = l_2/l$, și încă

$$u_0 = \beta_2 l_2 \tag{9.37}$$

ecuația (9.35) se scrie sub forma finală

$$\operatorname{tg} u_0 + \frac{\alpha}{1-\alpha} u_0 = 0. \tag{9.38}$$

Cîteva valori ale parametrului critic u_0 pentru diferite valori ale lui α sînt conținute de tabelul 9.3. Valoarea forței critice se scrie sub una din formele

$$P_{2,cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{v^2 EI}{l^2}. \tag{9.39}$$

Valorile parametrului μ (care definește lungimea de flambaj $l_f = \mu l$) și ale parametrului de stabilitate v sînt, de asemenea, cuprinse în tabelul 9.3.

Tabelul 9.3

α	u_0	μ	v
0	3,141593 π	1	3,141593
0,25	2,455644 0,781656π	0,959013	3,274192
0,50	2,028757 0,645773π	0,774266	4,057514
0,75	1,758164 0,559641π	0,446715	7,032656
1,00	1,570796 0,5π	0	∞

Cazul 5: $\quad \dfrac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda} = 1.$

În acest caz, aplicarea directă a relației (9.21) conduce la condiția $\operatorname{tg} u = 0$, ceea ce este eronat. Rădăcinile corecte pot fi obținute prin considerarea determinantului D. După efectuarea înlocuirilor $\beta_1 l_1 = \beta_2 l_2 = u$, acest determinant poate fi scris astfel:

$$D = \begin{vmatrix} \sin u & \sin u \\ \beta_1 \cos u & -\beta_2 \cos u \end{vmatrix} = -\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \sin 2u = 0.$$

De aici rezultă $u = \pi/2$, valoare trecută și în tabelul 9.2 pentru cazul particular $\alpha = 0,75$; $\lambda = 8$.

9.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru rezolvarea automată a problemei enunțate la începutul acestui capitol este prezentată în anexa 9.1. Construcția ei s-a făcut în următoarele condiții:

— punctul de aplicație a forței P_2 a fost mutat în dreptul celui mai apropiat dintre punctele care împart lungimea axei barei în părți egale cu o zecime din aceasta;

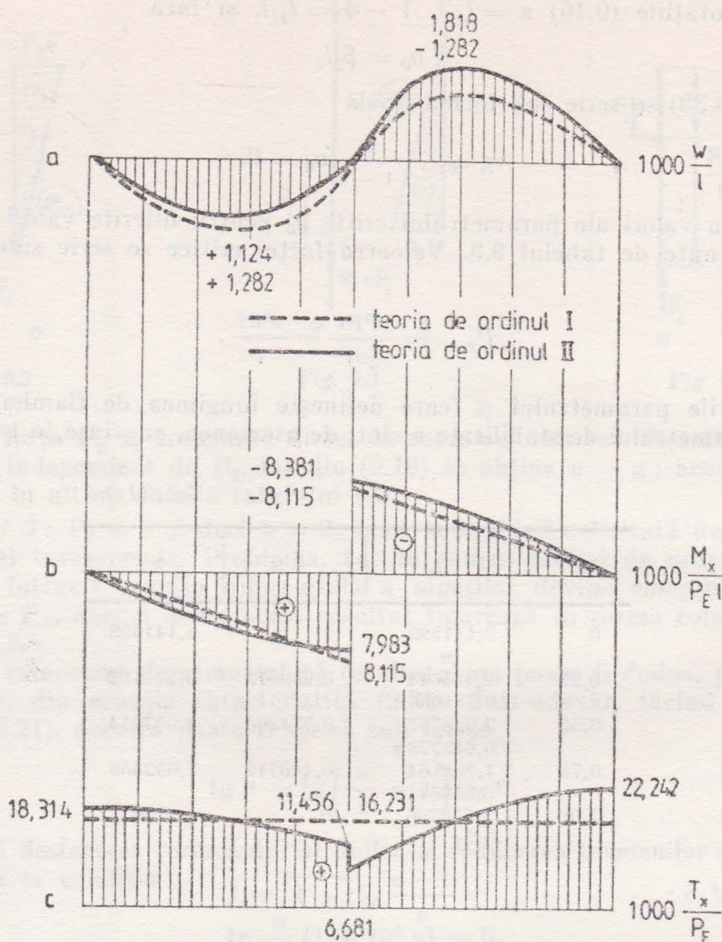


Fig. 9.5

— ecuația de stabilitate este alcătuită din suma a doi termeni egalată cu zero. De aceea, pentru ca această ecuație să poată fi satisfăcută, este necesar ca unul dintre termeni să fie pozitiv, iar celălalt negativ. Primul termen cuprinde pe tg u ca factor, iar cel de-al doilea termen este reprezentat de $\operatorname{tg}\left[\sqrt{1+\lambda}\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)u\right]$. Pentru a îndeplini condiția exprimată mai înainte este deci necesar ca parametrul u să fie mai mare decît $\pi/2$ dacă $\sqrt{1+\lambda}\left(\frac{1}{\alpha}-1\right) < 1$, în care caz primul termen al ecuației are valoare negativă, urmînd ca cel de-al doilea termen să aibă valoare pozitivă, sau produsul $\sqrt{1+\lambda}\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)u$ să fie mai mare decît $\pi/2$ dacă $\sqrt{1+\lambda}\left(\frac{1}{\alpha}-1\right) \geqslant 1$, în care caz al doilea termen al ecuației are valoare negativă, urmînd ca primul termen să aibă valoare pozitivă ;

— determinarea parametrului u se face cu două zecimale exacte, cea de a treia zecimală fiind aproximativă dar apropiată de cea exactă.

9.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea organigramei din anexa 9.1 sub formă de instrucţiuni de calcul, efectuată prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 9.1, a avut ca rezultat obţinerea *programului de calcul EP*-21-05, listat în anexa 9.2.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 1330, la care se adaugă instrucţiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1331 şi 2999.

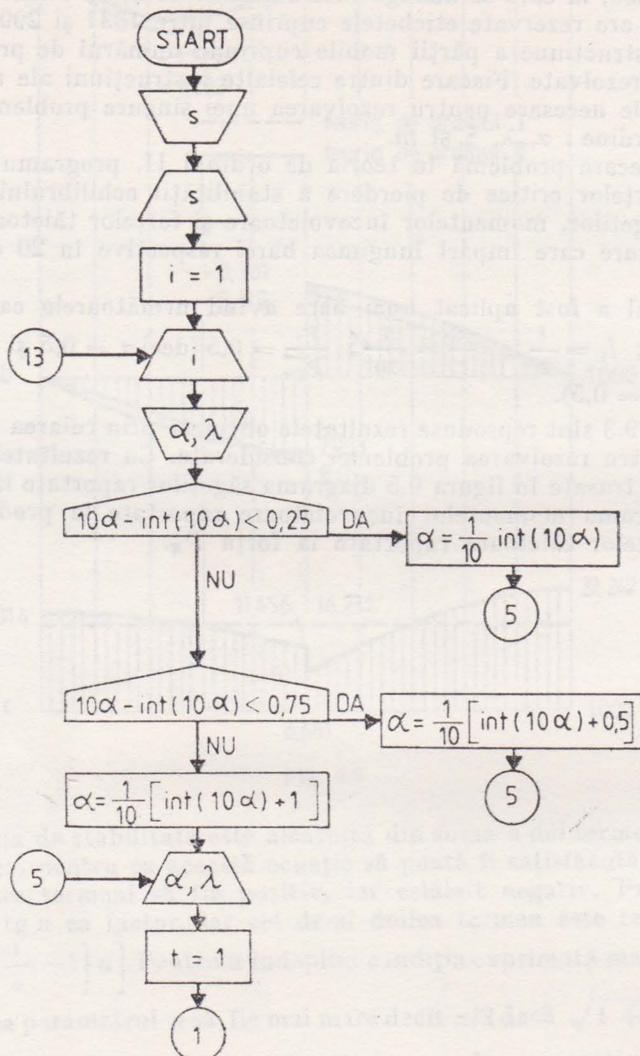
Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de probleme care urmează a fi rezolvate. Fiecare dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde datele necesare pentru rezolvarea unei singure probleme, scrise în următoarea ordine : α, λ, ξ şi m.

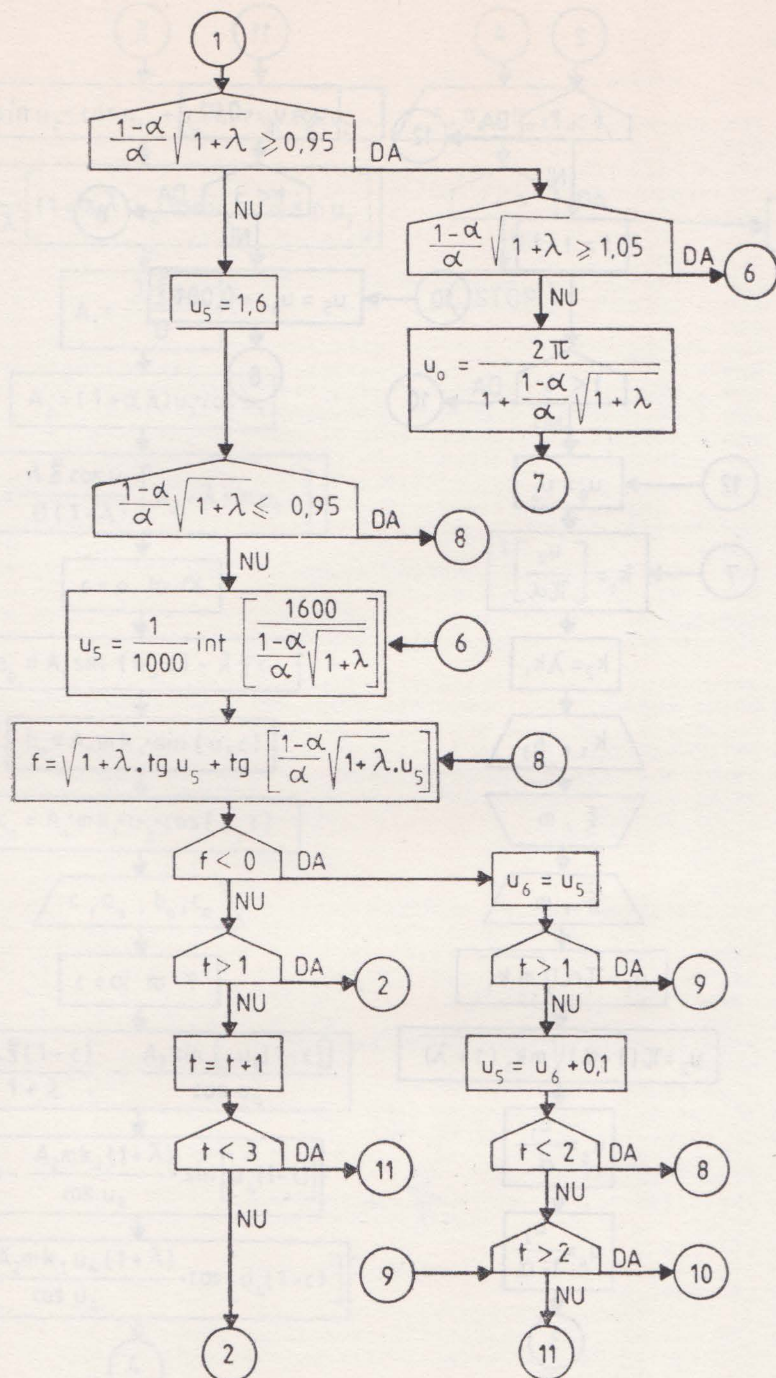
Pentru fiecare problemă în teoria de ordinul II, programul furnizează parametrii forţelor critice de pierdere a stabilităţii echilibrului, precum şi parametrii săgeţilor, momentelor încovoietoare şi forţelor tăietoare în punctele intermediare care împart lungimea barei respective în 20 de intervale egale.

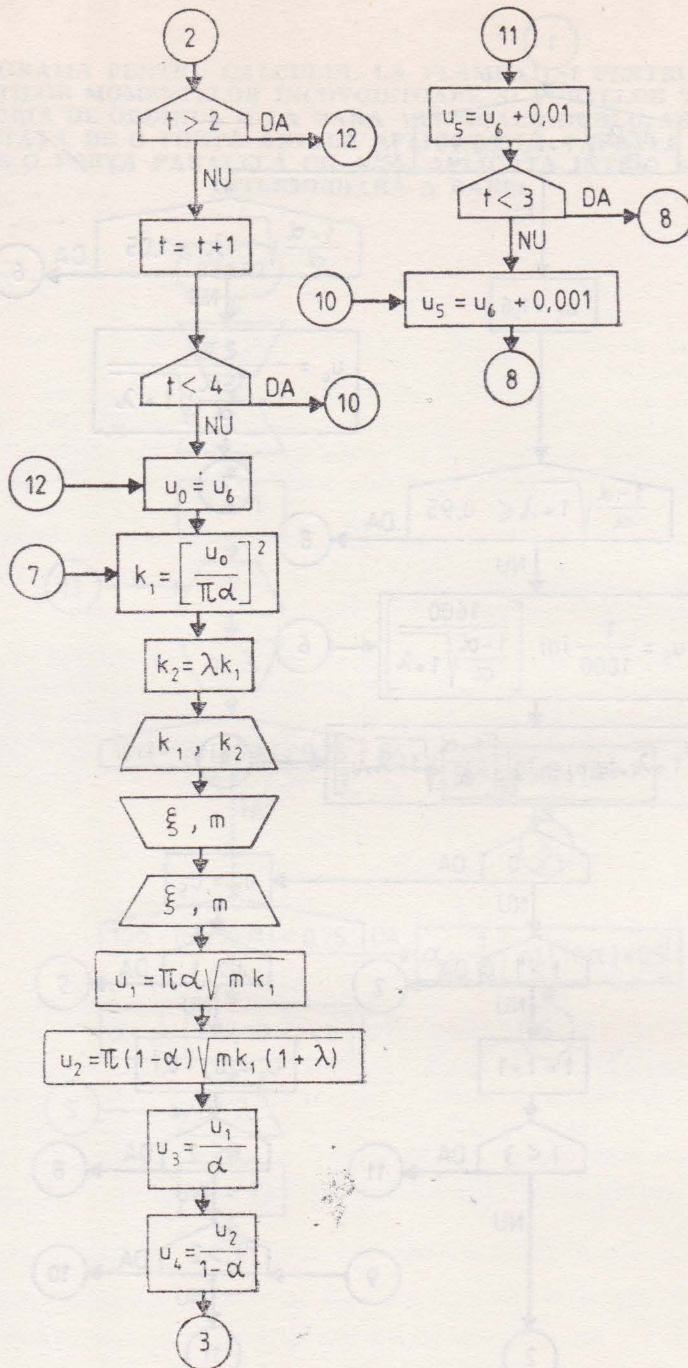
Programul a fost aplicat unei bare avînd următoarele caracteristici : $P_1 = P_2$; $l_1 = \frac{l}{2}$; $\frac{e}{l} = \frac{1}{20}$; $\frac{P_1}{P_{1cr}} = 0{,}5$ (deci $\alpha = 0{,}5$ şi $\lambda = 1$, $\xi = 0{,}05$ şi $m = 0{,}5$).

În anexa 9.3 sînt reproduse rezultatele obţinut prin rularea programului EP-21-05 pentru rezolvarea problemei considerate. Cu rezultatele astfel obţinute au fost trasate în figura 9.5 diagrama săgeţilor raportate la lungimea l a barei, diagrama momentelor încovoietoare raportate la produsul $P_E l$ şi diagrama forţelor tăietoare raportate la forţa P_E.

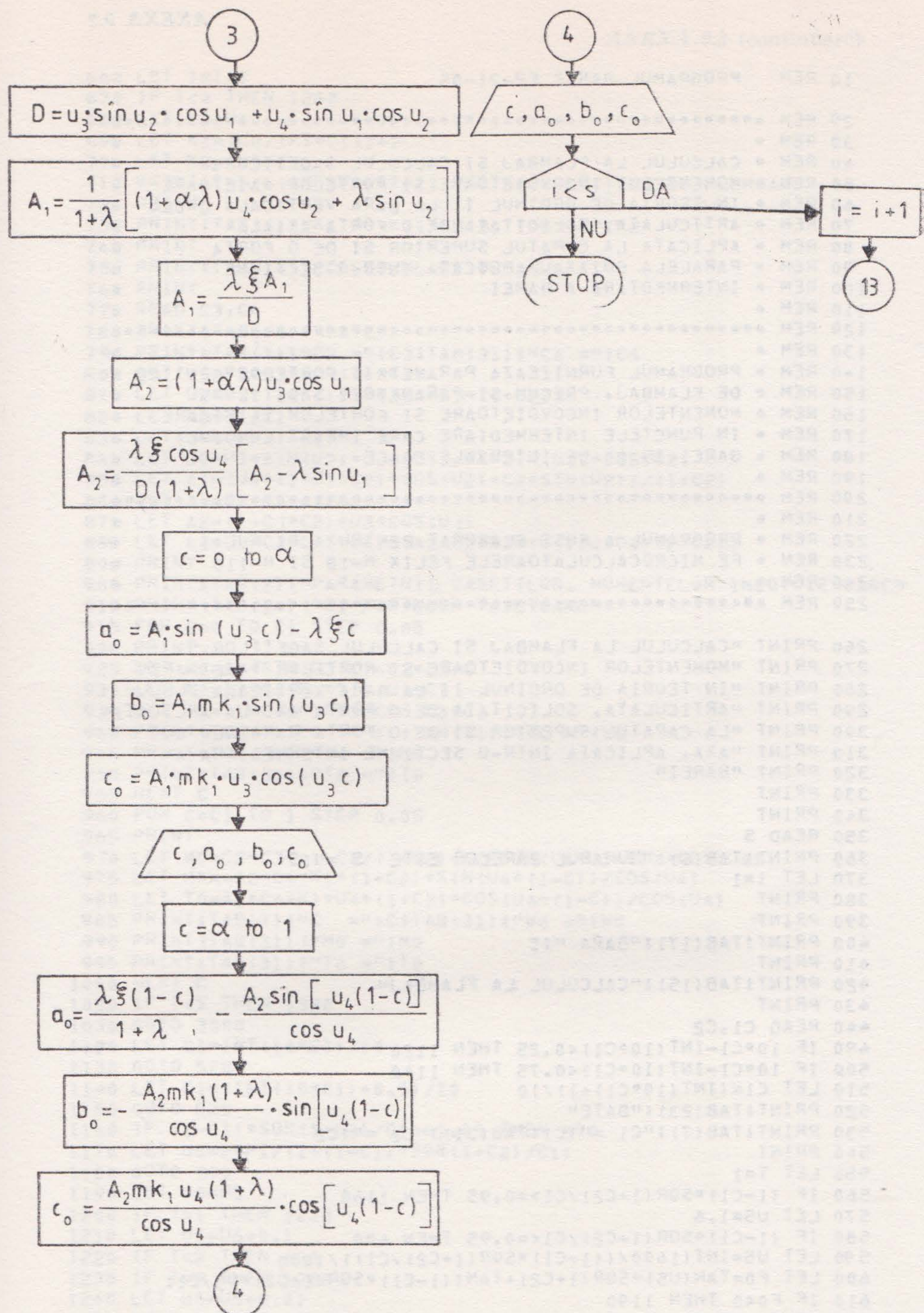
ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL LA FLAMBAJ ȘI PENTRU CALCULUL SĂGEȚILOR MOMENTELOR ÎNCOVOIETOARE ȘI FORȚELOR TĂIETOARE ÎN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALĂ DUBLU ARTICULATĂ, SOLICITATĂ DE O FORȚĂ AXIALĂ APLICATĂ LA CAPĂTUL SUPERIOR ȘI DE O FORȚĂ PARALELĂ CU AXA, APLICATĂ ÎNTR-O SECȚIUNE INTERMEDIARĂ A BAREI




1
$\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda} \geq 0,95$
DA
NU
$\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda} \geq 1,05$
DA
6
NU
$u_o = \frac{2\pi}{1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda}}$
7
$u_5 = 1,6$
$\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda} \leq 0,95$
DA
8
NU
$u_5 = \frac{1}{1000}\,\mathrm{int}\left[\frac{1600}{\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda}}\right]$
6
$f = \sqrt{1+\lambda}.\mathrm{tg}\, u_5 + \mathrm{tg}\left[\frac{1-\alpha}{\alpha}\sqrt{1+\lambda}.u_5\right]$
8
$f < 0$
DA
$u_6 = u_5$
NU
$t > 1$
DA
2
NU
$t = t+1$
$t < 3$
DA
11
NU
2
$t > 1$
DA
9
NU
$u_5 = u_6 + 0,1$
$t < 2$
DA
8
NU
9
$t > 2$
DA
10
NU
11



2
t > 2
DA
12
NU
t = t + 1
t < 4
DA
10
NU
12
$u_0 = u_6$
7
$k_1 = \left[\frac{u_0}{\pi\alpha}\right]^2$
$k_2 = \lambda k_1$
k_1 , k_2
ξ , m
ξ , m
$u_1 = \pi\alpha\sqrt{m k_1}$
$u_2 = \pi(1-\alpha)\sqrt{m k_1 (1+\lambda)}$
$u_3 = \frac{u_1}{\alpha}$
$u_4 = \frac{u_2}{1-\alpha}$
3
11
$u_5 = u_6 + 0,01$
t < 3
DA
8
NU
10
$u_5 = u_6 + 0,001$
8


3
D = u3·sin u2·cos u1 + u4·sin u1·cos u2
A1 = 1/(1+λ) [(1+αλ) u4·cos u2 + λ sin u2]
A1 = λξA1/D
A2 = (1+αλ)u3·cos u1
A2 = λξ cos u4/(D(1+λ)) [A2 − λ sin u1]
c = o to α
a0 = A1·sin (u3 c) − λξc
b0 = A1 mk1·sin (u3 c)
c0 = A1·mk1·u3·cos(u3 c)
c, a0, b0, c0
c = α to 1
a0 = λξ(1−c)/(1+λ) − A2 sin [u4(1−c)]/cos u4
b0 = − A2mk1(1+λ)/cos u4 · sin [u4(1−c)]
c0 = A2mk1 u4 (1+λ)/cos u4 · cos [u4(1−c)]
4
4
c, a0, b0, c0
i < s
DA
NU
STOP
i = i+1
13

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-21-05

20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR,   *
50 REM * MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE *
60 REM * IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU *
70 REM * ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA     *
80 REM * APLICATA LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA   *
90 REM * PARALELA CU AXA, APLICATA INTR-O SECTIUNE    *
100 REM * INTERMEDIARA A BAREI                         *
110 REM *                                              *
120 REM ************************************************
130 REM *                                              *
140 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII FORTELOR CRITICE *
150 REM * DE FLAMBAJ, PRECUM SI PARAMETRII SAGETILOR,  *
160 REM * MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE *
170 REM * IN PUNCTELE INTERMEDIARE CARE IMPART LUNGIMEA *
180 REM * BAREI IN 20 DE INTERVALE EGALE               *
190 REM *                                              *
200 REM ************************************************
210 REM *                                              *
220 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT  *
230 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118   *
240 REM *                                              *
250 REM ************************************************

260 PRINT "CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR,"
270 PRINT "MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE"
280 PRINT "IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU"
290 PRINT "ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA APLICATA"
300 PRINT "LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA PARALELA CU"
310 PRINT "AXA, APLICATA INTR-O SECTIUNE INTERMEDIARA A"
320 PRINT "BAREI"
330 PRINT
340 PRINT
350 READ S
360 PRINT;TAB(6);"NUMARUL BARELOR ESTE  S =";S
370 LET I=1
380 PRINT
390 PRINT
400 PRINT;TAB(17);"BARA ";I
410 PRINT
420 PRINT;TAB(15);"CALCULUL LA FLAMBAJ"
430 PRINT
440 READ C1,C2
490 IF 10*C1-INT(10*C1)<0.25 THEN 1120
500 IF 10*C1-INT(10*C1)<0.75 THEN 1140
510 LET C1=(INT(10*C1)+1)/10
520 PRINT;TAB(23);"DATE"
530 PRINT;TAB(7);"C1 =";C1;TAB(31);"C2 =";C2
540 PRINT
550 LET T=1
560 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1>=0.95 THEN 1160
570 LET U5=1.6
580 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1<=0.95 THEN 600
590 LET U5=INT(1600/((1-C1)*SQR(1+C2)/C1))/1000
600 LET F0=TAN(U5)*SQR(1+C2)+TAN((1-C1)*SQR(1+C2)*U5/C1)
610 IF F0<0 THEN 1190
620 IF T>1 THEN 650
630 LET T=T+1
640 IF T<3 THEN 1240
650 IF T>2 THEN 680
```

```
660 LET T=T+1
670 IF T<4 THEN 1260
680 LET U0=U6
690 LET K1=(U0/(PI*C1))^2
700 LET K2=C2*K1
710 PRINT;TAB(6);"PARAMETRII FORTELOR CRITICE DE FLAMBAJ"
720 PRINT
730 PRINT;TAB(7);"K1 =";K1;TAB(31);"K2 =";K2
740 PRINT
750 PRINT;TAB(14);"CALCULUL DE ORDINUL II"
760 PRINT
770 READ C3,C4
780 PRINT;TAB(23);"DATE"
790 PRINT;TAB(7);"C3 =";C3;TAB(31);"C4 =";C4
800 LET U1=PI*C1*SQR(C4*K1)
810 LET U2=PI*(1-C1)*SQR(C4*K1*(1+C2))
820 LET U3=U1/C1
830 LET U4=U2/(1-C1)
840 LET D0=U3*SIN(U2)*COS(U1)+U4*SIN(U1)*COS(U2)
850 LET A1=(U4*(1+C1*C2)*COS(U2)+C2*SIN(U2))/(1+C2)
860 LET A1=C2*C3*A1/D0
870 LET A2=(1+C1*C2)*U3*COS(U1)
880 LET A2=C2*C3*COS(U4)*(A2-C2*SIN(U1))/(D0*(1+C2))
890 PRINT
900 PRINT;TAB(2);"PARAMETRII SAGETILOR, MOMENTELOR INCOVOIETOARE"
910 PRINT;TAB(14);"SI FORTELOR TAIETOARE"
915 FOR C=0 TO C1 STEP 0.05
920 PRINT
925 LET W0=A1*SIN(U3*C)-C2*C3*C
930 LET M0=A1*C4*K1*SIN(U3*C)
935 LET T0=A1*C4*K1*U3*COS(U3*C)
940 PRINT;TAB(7);"C  =";C;TAB(31);"W0 =";W0
945 PRINT;TAB(31);"M0 =";M0
950 PRINT;TAB(31);"T0 =";T0
955 NEXT C
960 FOR C=C1 TO 1 STEP 0.05
965 PRINT
970 LET W0=C2*C3*(1-C)/(1+C2)-A2*SIN(U4*(1-C))/COS(U4)
975 LET M0=-A2*C4*K1*(1+C2)*SIN(U4*(1-C))/COS(U4)
980 LET T0=A2*C4*K1*U4*(1+C2)*COS(U4*(1-C))/COS(U4)
985 PRINT;TAB(7);"C  =";C;TAB(31);"W0 =";W0
990 PRINT;TAB(31);"M0 =";M0
995 PRINT;TAB(31);"T0 =";T0
1000 NEXT C
1020 IF I<S THEN 1320
1030 GOTO 3000
1120 LET C1=INT(10*C1)/10
1130 GOTO 520
1140 LET C1=(INT(10*C1)+0.5)/10
1150 GOTO 520
1160 IF (1-C1)*SQR(1+C2)/C1)>=1.05 THEN 590
1170 LET U0=2*PI/(1+(1-C1)*SQR(1+C2)/C1)
1180 GOTO 690
1190 LET U6=U5
1200 IF T>1 THEN 1230
1210 LET U5=U6+0.1
1220 IF T<2 THEN 600
1230 IF T>2 THEN 1260
1240 LET U5=U6+0.01
1250 IF T<3 THEN 600
1260 LET U5=U6+0.001
1270 GOTO 600
1320 LET I=I+1
1330 GOTO 380
2000 DATA 1
2010 DATA 0.5,1,0.05,0.5
3000 END
```

```
CALCULUL LA FLAMBAJ SI CALCULUL SAGETILOR,
MOMENTELOR INCOVOIETOARE SI FORTELOR TAIETOARE
IN TEORIA DE ORDINUL II LA BARA VERTICALA DUBLU
ARTICULATA, SOLICITATA DE O FORTA AXIALA APLICATA
LA CAPATUL SUPERIOR SI DE O FORTA PARALELA CU
AXA, APLICATA INTR-O SECTIUNE INTERMEDIARA A
BAREI

NUMARUL BARELOR ESTE  S = 1.00000

                BARA  1.00000

              CALCULUL LA FLAMBAJ

                     DATE
      C1 = .500000          C2 = 1.00000

      PARAMETRII FORTELOR CRITICE DE FLAMBAJ

      K1 = .648544          K2 = .648544

              CALCULUL DE ORDINUL II

                     DATE
      C3 = .500000E-01      C4 = .500000

    PARAMETRII SAGETILOR, MOMENTELOR INCOVOIETOARE
               SI FORTELOR TAIETOARE

      C  = .000000          W0 = .000000
                            M0 = .000000
                            T0 = .182932E-01

      C  = .500000E-01      W0 = .316890E-03
                            M0 = .913444E-03
                            T0 = .182201E-01

      C  = .100000          W0 = .611230E-03
                            M0 = .181958E-02
                            T0 = .180013E-01

      C  = .150000          W0 = .860760E-03
                            M0 = .271118E-02
                            T0 = .176385E-01

      C  = .200000          W0 = .104330E-02
                            M0 = .358107E-02
                            T0 = .171348E-01

      C  = .250000          W0 = .113770E-02
                            M0 = .442234E-02
                            T0 = .164939E-01

      C  = .300000          W0 = .112300E-02
                            M0 = .522827E-02
                            T0 = .157213E-01

      C  = .350000          W0 = .979300E-03
                            M0 = .599237E-02
                            T0 = .148229E-01
```

```
C = .400000              W0 = .688000E-03
                         M0 = .670858E-02
                         T0 = .138061E-01

C = .450000              W0 = .231100E-03
                         M0 = .737112E-02
                         T0 = .126787E-01

C = .500000              W0 =-.407400E-03
                         M0 = .797475E-02
                         T0 = .114500E-01

C = .500000              W0 =-.407500E-03
                         M0 =-.837106E-02
                         T0 = .668621E-02

C = .550000              W0 =-.104030E-02
                         M0 =-.797080E-02
                         T0 = .930477E-02

C = .600000              W0 =-.147660E-02
                         M0 =-.744310E-02
                         T0 = .117746E-01

C = .650000              W0 =-.172950E-02
                         M0 =-.679645E-02
                         T0 = .140562E-01

C = .700000              W0 =-.181504E-02
                         M0 =-.604121E-02
                         T0 = .161133E-01

C = .750000              W0 =-.175164E-02
                         M0 =-.518942E-02
                         T0 = .179128E-01

C = .800000              W0 =-.156038E-02
                         M0 =-.425470E-02
                         T0 = .194262E-01

C = .850000              W0 =-.126431E-02
                         M0 =-.325200E-02
                         T0 = .206291E-01

C = .900000              W0 =-.888050E-03
                         M0 =-.219730E-02
                         T0 = .215021E-01

C = .950000              W0 =-.457680E-03
                         M0 =-.110750E-02
                         T0 = .220318E-01

C = 1.00000              W0 = .000000
                         M0 =-.000000
                         T0 = .222092E-01
```

Partea a patra. SISTEME DE BARE

10. SISTEM DE DOUĂ GRINZI CIRCULARE CONCENTRICE LEGATE PRIN NERVURI RADIALE, REZEMATE ECHIDISTANT

10.1. ASPECTE TEORETICE

Enunțul problemei. Două grinzi inelare concentrice sînt legate între ele prin n nervuri radiale așezate echidistant, simplu rezemate în dreptul grinzii exterioare. Sistemul astfel definit este solicitat de o încărcare distribuită uniform pe lungimea grinzii circulare interioare, cu intensitatea p, aplicarea ei făcîndu-se cu o excentricitate e față de axa grinzii, spre centrul sistemului. Se cer forțele tăietoare T, momentele încovoietoare M și momentele de torsiune M_t în secțiunile caracteristice ale elementelor sistemului.

Rezolvarea problemei. Fie a raza axei grinzii inelare interioare, c distanța dintre axele celor două grinzi inelare, egală cu lungimea teoretică a unei nervuri radiale și 2α unghiul la centru dintre două nervuri consecutive, deci $\alpha = \pi/n$.

Relațiile diferențiale dintre încărcare și eforturile secționale sînt (fig. 10.1):

$$\frac{dT}{d\varphi} = -pa,$$

$$\frac{dM}{d\varphi} = Ta - M_t, \qquad (10.1)$$

$$\frac{dM_t}{d\varphi} = M - pae.$$

Convenția de semne pentru cele trei eforturi secționale este indicată în fig. 10.2.

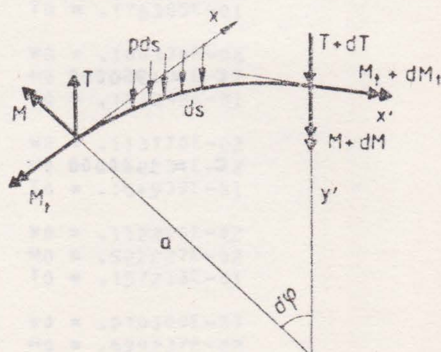


Fig. 10.1

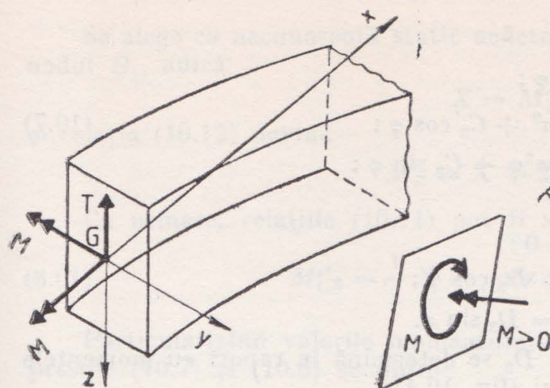


Fig. 10.2

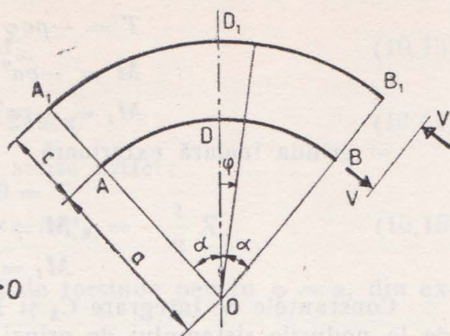


Fig. 10 3

Soluţia generală a sistemului (10.1) este

$$T = -pa\varphi + C_1$$
$$M = -pa^2 + pae + C_2 \sin\varphi + C_3 \cos\varphi, \qquad (10.2)$$
$$M_t = -pa^2\varphi + C_1 a - C_2 \cos\varphi + C_3 \sin\varphi,$$

unde C_1, C_2 şi C_3 sînt constante de integrare.

Grinda inelară interioară se descarcă pe nervurile radiale, care transmit încărcarea, prin încovoiere, la grinda inelară exterioară şi la reazemele acesteia.

Fie A şi B punctele de contact a două nervuri consecutive cu grinda inelară interioară, A_1 şi B_1 punctele de contact ale aceloraşi nervuri cu grinda inelară exterioară şi D şi D_1 mijloacele arcelor AB şi A_1B_1 (fig. 10.3).

Încărcarea pe care grinda inelară interioară o transmite unei nervuri, egală cu reacţiunea fiecărui reazem al grinzii inelare exterioare, este

$$V = 2pa\alpha. \qquad (10.3)$$

Pentru $e = 0$, aplicarea relaţiilor (10.2) celor două grinzi inelare conduce la următoarele rezultate:

— grinda inelară interioară

$$T = -pa\varphi + C_1,$$
$$M = -pa^2 + C_2 \sin\varphi + C_3 \cos\varphi\,; \qquad (10.4)$$
$$M_t = -pa^2\varphi + C_1 a - C_2 \cos\varphi + C_3 \sin\varphi\,;$$

— grinda inelară exterioară

$$T = D_1,$$
$$M = D_2 \sin\varphi + D_3 \cos\varphi, \qquad (10.5)$$
$$M_t = D_1 a - D_2 \cos\varphi + D_3 \sin\varphi,$$

unde D_1, D_2 şi D_3 sînt, de asemenea, constante de integrare.

Deoarece sistemul de grinzi prezintă simetrie geometrică şi de încărcare în raport cu raza care trece prin punctele D şi D_1 ($\varphi = 0$), în aceste puncte trebuie ca eforturile T şi M_t să fie nule. De aici rezultă

$$C_1 = C_2 = 0\,;\; D_1 = D_2 = 0 \qquad (10.6)$$

şi relaţiile (10.4) şi (10.5) devin:

— grinda inelară interioară

$$T = -pa\varphi;$$
$$M = -pa^2 + C_3' \cos\varphi; \qquad (10.7)$$
$$M_t = -pa^2\varphi + C_3 \sin\varphi;$$

— grinda inelară exterioară

$$T = 0;$$
$$M = D_3 \cos\varphi; \qquad (10.8)$$
$$M_t = D_3 \sin\varphi.$$

Constantele de integrare C_3 şi D_3 se determină în raport cu momentele de la nodurile sistemului de grinzi (fig. 10.4).

Din condiţiile de simetrie, momentele de torsiune au un salt în dreptul nodurilor, valorile la stînga şi la dreapta fiecărui nod fiind egale şi de semn contrar.

Ecuaţiile de echilibru corespunzătoare nodurilor B şi B_1, precum şi condiţiile de antisimetrie a momentelor de torsiune în aceste noduri sînt (fig. 10.4):

$$M^{st}_{t,B} - M^{dr}_{t,B} - M^c_B = 0;\ M^{st}_{t,B} = -M^{dr}_{t,B}; \qquad (10.9)$$
$$M^{st}_{t,B_1} - M^{dr}_{t,B_1} + M^c_{B_1} = 0;\ M^{st}_{t,B_1} = -M^{dr}_{t,B_1}. \qquad (10.10)$$

Din relaţiile (10.9) şi (10.10) se obţine

$$M^{st}_{t,B} = \frac{1}{2} M^c_B;\ M^{st}_{t,B_1} = -\frac{1}{2} M^c_{B_1}. \qquad (10.11)$$

Din condiţia de echilibru al nervurii BB_1 (fig. 10.5) se deduce

$$V = 2pa\alpha = \frac{M^c_B - M^c_{B_1}}{c}. \qquad (10.12)$$

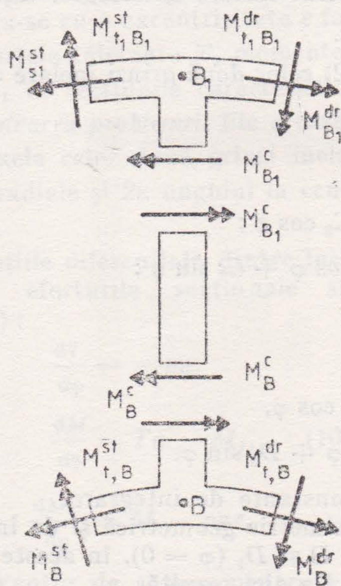


Fig. 10.4

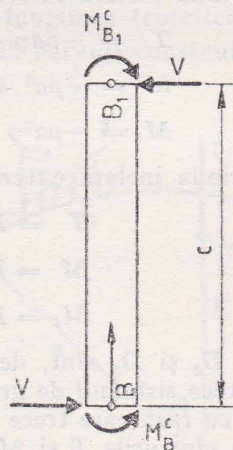


Fig. 10.5

Se alege ca necunoscută static nedeterminată momentul încovoietor din nodul B_1, adică

$$X = M^c_{B_1} \tag{10.13}$$

și relația (10.12) devine

$$M^c_B = X + 2pac\alpha. \tag{10.14}$$

Ca urmare, relațiile (10.11) pot fi scrise astfel:

$$M^{st}_{t,B} = \frac{1}{2} X + pac\alpha\ ; \ M^{st}_{t,B_1} = -\frac{1}{2} X. \tag{10.15}$$

Particularizînd valorile momentului de torsiune pentru $\varphi = \alpha$, din expresiile (10.7) și (10.8) se obține

$$C_3 = \frac{X}{2 \sin \alpha} + pa^2 \left(1 + \frac{c}{a}\right) \frac{\alpha}{\sin \alpha} \tag{10.16}$$

și

$$D_3 = -\frac{X}{2 \sin \alpha}. \tag{10.17}$$

Expresiile eforturilor secționale sînt în acest caz următoarele:
— grinda inelară interioară

$$T = -pa\varphi\ ;$$

$$M = \frac{X \cos\varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2 + pa^2 \left(1 + \frac{c}{a}\right) \frac{\alpha \cos \varphi}{\sin \alpha}\ ; \tag{10.18}$$

$$M_t = \frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha} - pa^2\varphi + pa^2 \left(1 + \frac{c}{a}\right) \frac{\alpha \sin \varphi}{\sin \alpha}\ ;$$

— grinda inelară exterioară

$$T = 0\ ;$$

$$M = -\frac{X \cos \varphi}{2 \sin \alpha}; \tag{10.19}$$

$$M_t = -\frac{X \sin \varphi}{2 \sin \alpha}.$$

Eforturile secționale corespunzătoare unei nervuri au expresiile

$$T = -2pa\alpha\ ;$$

$$M = X + 2pac\alpha - 2pa\alpha r. \tag{10.20}$$

Necunoscuta static nedeterminată X se obține din aplicarea teoremei de minimum al energiei potențiale de deformație. Neglijînd influența forțelor tăietoare, această teoremă conduce la următoarea ecuație:

$$2\int_0^{a\alpha} \frac{M}{EI_i} \frac{\partial M}{\partial X} ds_i + 2\int_0^{(a+c)\alpha} \frac{M}{EI_e} \frac{\partial M}{\partial X} ds_e + 2\int_0^{a\alpha} \frac{M_{ti}}{GI_{ti}} \frac{\partial M_t}{\partial X} ds_i +$$

$$+ 2\int_0^{(a+c)\alpha} \frac{M_t}{GI_{te}} \cdot \frac{\partial M_t}{\partial X} ds_e + \int_0^c \frac{M}{EI_c} \cdot \frac{\partial M}{\partial X} dr = 0. \tag{10.21}$$

Primele două integrale se referă la încovoierea grinzilor inelare interioară şi exterioară, următoarele două integrale se referă la torsiunea grinzilor inelare interioară şi exterioară, iar ultima integrală se referă la încovoierea unei nervuri.

Pentru grinda inelară interioară $ds_i = a d\varphi$, iar pentru grinda inelară exterioară $ds_e = (a + c)\, d\varphi$ şi ecuaţia (10.21) se scrie dezvoltat astfel:

$$\frac{2}{EI_i}\int_0^{\alpha}\left[\frac{X\cos\varphi}{2\sin\alpha} - pa^2 + pa^2\left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{\alpha\cos\varphi}{\sin\alpha}\right]\frac{\cos\varphi}{2\sin\alpha}\,d\varphi +$$

$$+\frac{2(a+c)}{EI_e}\int_0^{\alpha}\left(-\frac{X\cos\varphi}{2\sin\alpha}\right)\left(-\frac{\cos\varphi}{2\sin\alpha}\right)d\varphi + \frac{2a}{GI_{ti}}\int_0^{\alpha}\left[\frac{X\sin\varphi}{2\sin\alpha} - pa^2\varphi +\right.$$

$$\left.+ pa^2\left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{\alpha\sin\varphi}{\sin\alpha}\right]\frac{\sin\varphi}{2\sin\alpha}\,d\varphi + \frac{2(a+c)}{GI_{te}}\int_0^{\alpha}\left(-\frac{X\sin\varphi}{2\sin\alpha}\right)\left(-\frac{\sin\varphi}{2\sin\alpha}\right)d\varphi +$$

$$+\frac{1}{EI_c}\int_0^{c}(X + 2pac\alpha - 2pa\alpha r)\,dr = 0. \qquad (10.22)$$

După efectuarea integralelor, ecuaţia (10.22) capătă forma canonică

$$\delta_{11}X + \delta_{10}pa^2 = 0, \qquad (10.23)$$

în care:

$$\delta_{11} = \left[\frac{1}{EI_i} + \left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{1}{EI_e}\right]\frac{2\alpha + \sin 2\alpha}{8\sin\alpha} +$$

$$+\left[\frac{1}{GI_{ti}} + \left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{1}{GI_{te}}\right]\frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{8\sin\alpha} + \frac{1}{EI_c}\cdot\frac{c}{a}\sin\alpha; \qquad (10.24)$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI_i}\left[-\sin\alpha + \left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{\alpha(2\alpha + \sin 2\alpha)}{4\sin\alpha}\right] +$$

$$+\frac{1}{GI_{ti}}\left[-\sin\alpha + \alpha\cos\alpha + \left(1+\frac{c}{a}\right)\frac{\alpha(2\alpha - \sin 2\alpha)}{4\sin\alpha}\right] + \frac{1}{EI_c}\left(\frac{c}{a}\right)^2\alpha\sin\alpha. \qquad (10.25)$$

Necunoscuta static nedeterminată X, explicitată din ecuaţia (10.23), are expresia

$$X = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}pa^2, \qquad (10.26)$$

în care coeficienţii de influenţă δ_{11} şi δ_{10} se introduc cu valorile calculate cu ajutorul relaţiilor (10.24) şi (10.25).

În final, eforturile secţionale în toate elementele sistemului considerat se determină cu ajutorul relaţiilor (10.18), (10.19) şi (10.20).

Momentele de inerţie care apar în ecuaţiile (10.21) şi (10.22) şi în expresiile (10.24) şi (10.25) se prezintă după cum urmează:

— momentele de inerţie axiale

$$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}, \quad I_e = \frac{b_e h_e^3}{12}, \quad I_c = \frac{b_c h_c^3}{12}; \qquad (10.27)$$

— momentele de inerție la torsiune

$$I_{ti}=\left[1-0{,}63\frac{b_i}{h_i}+0{,}052\left(\frac{b_i}{h_i}\right)^3\right]\frac{b_i^3h_i}{3},$$
$$I_{te}=\left[1-0{,}63\frac{b_e}{h_e}+0{,}052\left(\frac{b_e}{h_e}\right)^3\right]\frac{b_e^3h_e}{3}. \tag{10.28}$$

Notațiile folosite în rezolvarea problemei sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 10.1.

Tabelul 10.1

Notații	Codificări	Definiții
b_i	B1	Lățimea secțiunii grinzii circulare interioare.
b_e	B2	Lățimea secțiunii grinzii circulare exterioare.
b_s	B3	Lățimea secțiunii nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
a	R1	Raza axei grinzii circulare interioare.
$a+c$	R2	Raza axei grinzii circulare exterioare.
c	L3	Lungimea teoretică a nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
	C1 C2 C3 C4 C5 C6 C7	Expresii intermediare.
E	E∅	Modulul de elasticitate (longitudinal) al materialului sistemului de grinzi circulare.
G	G∅	Modulul de elasticitate transversal al materialului sistemului de grinzi circulare.
h_i	H1	Înălțimea secțiunii grinzii circulare interioare.
h_e	H2	Înălțimea secțiunii grinzii circulare exterioare.
h_s	H3	Înălțimea secțiunii nervurilor dintre cele două grinzi circulare.
i	I	Numărul de ordine al cazurilor studiate.
I_i	J1	Momentul de inerție axial al secțiunii grinzii inelare interioare.
I_e	J2	Momentul de inerție axial al secțiunii grinzii inelare exterioare
I_s	J3	Momentul de inerție axial al secțiunii unei nervuri.
I_{ti}	K1	Momentul de inerție la torsiune al grinzii inelare interioare.
I_{te}	K2	Momentul de inerție la torsiune al grinzii inelare exterioare.
j	J	Numărul de ordine al elementelor sistemului. $j=1$ pentru grinda circulară interioară ; $j=2$ pentru grinda circulară exterioară ; $j=3$ pentru nervuri.
M	M1	Momentul încovoietor în grinda circulară interioară.

Notații	Codificări	Definiții
M	$M2$	Momentul încovoietor în grinda circulară exterioară.
M	$M3$	Momentul încovoietor în nervuri.
M_{te}	$Q2$	Momentul de torsiune în grinda circulară exterioară.
M_{ti}	$Q1$	Momentul de torsiune în grinda circulară interioară.
n	$N\varnothing$	Numărul punctelor de rezemare, respectiv numărul nervurilor.
p	$P1$	Intensitatea încărcării distribuite uniform pe lungimea grinzii circulare interioare.
s	S	Numărul cazurilor studiate.
T	$T1$	Forța tăietoare în grinda circulară interioară.
T_e	$T2$	Forța tăietoare în grinda circulară exterioară.
T	$T3$	Forța tăietoare în nervură.
X	$X3$	Necunoscută static nedeterminată.
α	$A\varnothing$	Jumătate din unghiul la centru format de razele corespunzătoare la două puncte de rezemare consecutive.
δ_{10}	$V3$	Deplasarea pe direcția necunoscutei X, produsă de încărcarea exterioară.
δ_{11}	$U3$	Deplasarea pe direcția necunoscutei X produsă de o încărcare unitate ($X = 1$).
λ	$L\varnothing$	Raportul dintre lungimea unei nervuri și raza grinzii circulare interioare.
φ	$F\varnothing$	Unghiul f...at de raza corespunzătoare unei secțiuni curente a grinzilor circulare și raza corespunzătoare secțiunii egal distanțate de reazemele vecine ale grinzii circulare ($\varphi \leqslant \alpha$).

10.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost construită pentru determinarea eforturilor secționale în secțiunile grinzilor inelare situate în dreptul nervurilor, la sferturile și în mijlocul arcelor AB și A_1B_1.

Transcrierea organigramei sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 10.1, a condus la obținerea *programului de calcul* EP-31-01 listat în anexa 10.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1050 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1051 și 1999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul sistemelor de grinzi sau numărul variantelor unui sistem de grinzi cărora urmează să li se determine eforturile secționale. Fiecare pereche dintre celelalte instrucțiuni

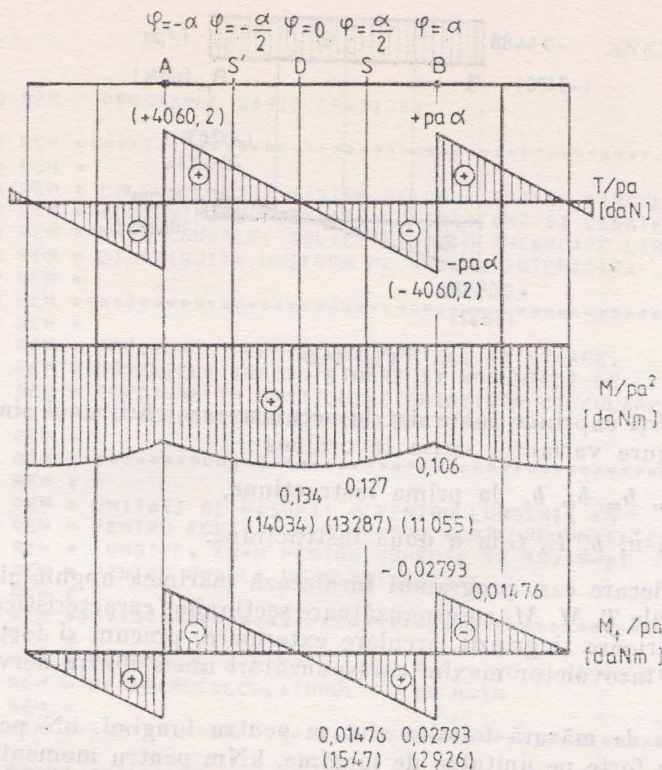


Fig. 10.6

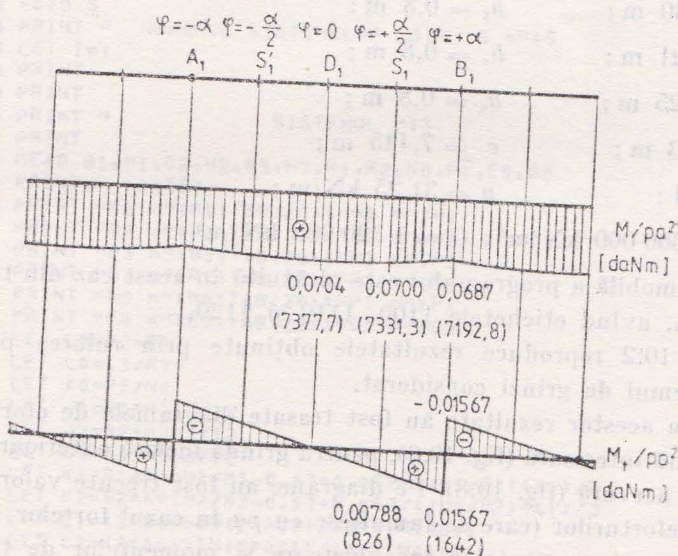


Fig. 10.7

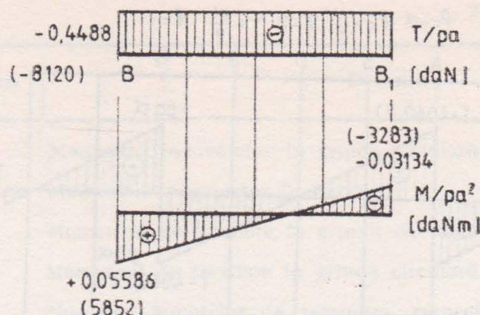


Fig. 10.8

ale acestei părți cuprinde toate datele necesare rezolvării unui singur sistem sau unei singure variante, scrise în ordinea:

b_i, h_i, b_e, h_e, b_c, h_c la prima instrucțiune,

a, $a + c$, n, p, E, G la a doua instrucțiune.

Pentru fiecare caz, programul furnizează mărimea unghiului φ și eforturile secționale T, M, M_t corespunzătoare secțiunilor caracteristice ale grinzii circulare interioare și grinzii circulare exterioare, precum și forța tăietoare și momentul încovoietor maxim corespunzători uneia dintre nervurile sistemului.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kNm pentru momente și kN/m² pentru moduli de elasticitate.

Programul a fost aplicat unui sistem caracterizat prin următoarele date inițiale:

$b_i = 0{,}30$ m ; $h_i = 0{,}8$ m ;

$b_e = 0{,}21$ m ; $h_e = 0{,}8$ m ;

$b_c = 0{,}25$ m ; $h_c = 0{,}8$ m ;

$a = 6{,}3$ m ; $c = 7{,}445$ m ;

$n = 14$; $p = 31{,}25$ kN/m ;

$E = 3\,300\,000$ kN/m² ; $G = 1\,320\,000$ kN/m².

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din trei instrucțiuni DATA, avînd etichetele 1100, 1110 și 1120.

Anexa 10.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului pentru sistemul de grinzi considerat.

Pe baza acestor rezultate au fost trasate diagramele de eforturi pentru grinda inelară interioară (fig. 10.6), pentru grinda inelară exterioară (fig. 10.7) și pentru o nervură (fig. 10.8). Pe diagrame au fost trecute valorile adimensionale ale eforturilor (care se înmulțesc cu pa în cazul forțelor tăietoare și cu pa^2 în cazul momentelor încovoietoare și momentelor de torsiune) și, în paranteze, valorile efective ale acestor eforturi.

```
10 REM  PROGRAMUL BASIC EP-31-01

20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE *
50 REM * CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE   *
60 REM * PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA *
70 REM * DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA     *
80 REM *                                              *
90 REM ************************************************
100 REM *                                             *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA FORTELE TAIETOARE,     *
120 REM * MOMENTELE INCOVOIETOARE SI MOMENTELE DE     *
130 REM * TORSIUNE IN SECTIUNILE GRINZILOR CIRCULARE  *
140 REM * SI ALE CONSOLELOR DE LEGATURA               *
150 REM *                                             *
160 REM ***********************************************
170 REM *                                             *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN     *
190 REM * PENTRU FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * LUNGIME, KN*M PENTRU MOMENTE SI KN/(M^2)    *
210 REM * PENTRU MODULI DE ELASTICITATE               *
220 REM *                                             *
230 REM ***********************************************
240 REM *                                             *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
260 REM * PE MICROCALCULATORUL FELIX M-18             *
270 REM *                                             *
280 REM ***********************************************

290 PRINT "CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE"
300 PRINT "CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE"
310 PRINT "PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA"
330 PRINT
340 PRINT
350 READ S
360 PRINT "  NUMARUL SISTEMELOR ESTE   S ="!S
370 LET I=1
380 PRINT
390 PRINT
400 PRINT "                  SISTEMUL "!I
410 PRINT
420 READ B1,H1,B2,H2,B3,H3,R1,R2,N0,P1,E0,G0
430 PRINT," DATE"
440 PRINT "B1 ="!B1!TAB(28)!"H1 ="!H1
450 PRINT "B2 ="!B2!TAB(28)!"H2 ="!H2
460 PRINT "B3 ="!B3!TAB(28)!"H3 ="!H3
470 PRINT "R1 ="!R1!TAB(28)!"R2 ="!R2
480 PRINT "N0 ="!N0!TAB(28)!"P1 ="!P1
490 PRINT "E0 ="!E0!TAB(28)!"G0 ="!G0
500 LET L3=R2-R1
510 LET L0=L3/R1
520 LET A0=PI/N0
530 LET J1=B1*H1^3/12
540 LET J2=B2*H2^3/12
550 LET J3=B3*H3^3/12
560 LET K1=B1^4*(H1/B1-0.63+0.052/((H1/B1)^4))/3
570 LET K2=B2^4*(H2/B2-0.63+0.052/((H2/B2)^4))/3
580 LET C1=(2*A0+SIN(2*A0))/(8*SIN(A0))
590 LET C2=(2*A0-SIN(2*A0))/(8*SIN(A0))
```

```
600 LET C6=C2*(1/(G0*K1)+R2/(R1*G0*K2))+L0*SIN(A0)/(E0*J3)
610 LET U3=C6+C1*(1/(E0*J1)+R2/(R1*E0*J2))
620 LET C3=2*R2*A0*C1/R1-SIN(A0)
630 LET C4=A0*COS(A0)-SIN(A0)+2*R2*A0*C2/R1
640 LET C7=C3/(E0*J1)+C4/(G0*K1)
650 LET V3=P1*R1^2*(C7+A0*L0^2*SIN(A0)/(E0*J3))
660 LET X3=-V3/U3
670 LET J=1
680 LET F0=0
690 IF J<2 THEN 790
700 IF J<3 THEN 940
710 LET T3=-2*P1*R1*A0
720 LET M3=X3-T3*L3
730 PRINT
740 PRINT,"CONSOLA"
750 PRINT "T3 =";T3;TAB(28);"M3 =";M3
760 PRINT "   MOMENTUL DE TORSIUNE ESTE NUL"
770 IF I<S THEN 1040
780 GOTO 2000
790 PRINT
800 PRINT,"REZULTATE"
810 PRINT
820 PRINT "   GRINDA CIRCULARA INTERIOARA"
830 LET C5=A0*(1+L0)/SIN(A0)
840 LET T1=-P1*R1*F0
850 LET M1=P1*R1^2*(C5*COS(F0)-1)+X3*COS(F0)/(2*SIN(A0))
860 LET Q1=P1*R1^2*(C5*SIN(F0)-F0)+X3*SIN(F0)/(2*SIN(A0))
870 PRINT "F0 =";F0;TAB(28);"T1 =";T1
880 PRINT "M1 =";M1;TAB(28);"Q1 =";Q1
885 PRINT
890 LET F0=F0+A0/4
900 IF F0<9*A0/8 THEN 840
910 LET J=2
915 LET F0=0
920 GOTO 700
940 PRINT "    GRINDA CIRCULARA EXTERIOARA"
950 LET T2=0
960 LET M2=-X3*COS(F0)/(2*SIN(A0))
970 LET Q2=-X3*SIN(F0)/(2*SIN(A0))
980 PRINT "F0 =";F0;TAB(28);"T2 =";T2
990 PRINT "M2 =";M2;TAB(28);"Q2 =";Q2
995 PRINT
1000 LET F0=F0+A0/4
1010 IF F0<9*A0/8 THEN 960
1020 LET J=3
1030 GOTO 700
1040 LET I=I+1
1050 GOTO 380
1100 DATA 1
1110 DATA 0.3,0.8,0.21,0.8,0.25,0.8
1120 DATA 6.3,7.445,14,31.25,33000000,13200000
2000 END
```

```
CALCULUL UNUI SISTEM DE DOUA GRINZI CIRCULARE
CONCENTRICE REZEMATE ECHIDISTANT SI LEGATE
PRIN CONSOLE, SOLICITAT DE O INCARCARE LINIARA
DISTRIBUITA UNIFORM PE GRINDA INTERIOARA

NUMARUL SISTEMELOR ESTE  S = 1.00000

SISTEMUL  1.00000

DATE
B1 = .300000            H1 = .800000
B2 = .210000            H2 = .800000
B3 = .250000            H3 = .800000
R1 = 6.30000            R2 = 7.44500
N0 = 14.0000            P1 = 31.2500
E0 = 330000.E+02        G0 = 132000.E+02

REZULTATE

GRINDA CIRCULARA INTERIOARA
F0 = .000000            T1 =-.000000
M1 = 156.012            Q1 = .000000

F0 = .560998E-01        T1 =-11.0446
M1 = 153.821            Q1 = 8.71140

F0 = .112200            T1 =-22.0894
M1 = 147.248            Q1 = 17.1764

F0 = .168300            T1 =-33.1341
M1 = 136.293            Q1 = 25.1493

F0 = .224400            T1 =-44.1788
M1 = 121.015            Q1 = 32.3854

GRINDA CIRCULARA EXTERIOARA
F0 = .000000            T2 = .000000
M2 = 81.7927            Q2 =-.000000

F0 = .560998E-01        T2 = .000000
M2 = 81.6644            Q2 = 4.58617

F0 = .112200            T2 = .000000
M2 = 81.2791            Q2 = 9.15792

F0 = .168300            T2 = .000000
M2 = 80.6373            Q2 = 13.7009

F0 = .224400            T2 = .000000
M2 = 79.7424            Q2 = 18.2006

CONSOLA
T3 =-88.3571            M3 = 64.7680
MOMENTUL DE TORSIUNE ESTE NUL
```

11. ÎNCOVOIEREA CILINDRICĂ A STRUCTURILOR PLANAR PĂTRATE SIMPLE

11.1. ASPECTE TEORETICE

O structură planar pătrată este un sistem reticulat cu nodurile situate în două fețe plane paralele, ele fiind legate prin bare de două tipuri : bare care unesc noduri situate în una dintre cele două fețe plane ale structurii și bare diagonale, care unesc noduri situate în fețe diferite. Nodurile constituie pentru bare legături de tipul articulațiilor sferice, iar încărcările care solicită structura sînt aplicate concentrat la noduri.

După forma ochiurilor alcătuite de bare în cele două fețe și după modul de dispunere a diagonalelor este posibilă o mare varietate de structuri planare. Dintre acestea, în cele ce urmează se consideră structura la care barele din fiecare față alcătuiesc rețele cu ochiuri pătrate, ale căror laturi sînt paralele cu laturile conturului dreptunghiular al structurii ; cele două rețele sînt deplasate una față de cealaltă cu cîte o jumătate de interval, astfel încît, dacă rețelele sînt orizontale, nodurile unei fețe corespund pe verticală cu centrele pătratelor celeilalte fețe. O asemenea structură este denumită *structură planar pătrată simplă* (fig. 11.1).

Pentru determinarea eforturilor produse de încărcări în barele unei astfel de structuri se fac următoarele notații :

a — lățimea conturului structurii ;
b — lungimea conturului structurii ;
h — înălțimea structurii, egală cu distanța dintre cele două fețe ale ei ;
l — pasul rețelei, egal cu lungimea laturii ochiurilor pătrate alcătuite de bare în cele două fețe ale structurii ;
l_d — lungimea unei diagonale ;
γ — unghiul pe care îl face o diagonală cu planul fețelor.

Între elementele geometrice astfel definite există relațiile :

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{h\sqrt{2}}{l} ;$$

$$l_d = \frac{l}{\sqrt{2}\cos\gamma} = \frac{h}{\sin\gamma} . \quad (11.1)$$

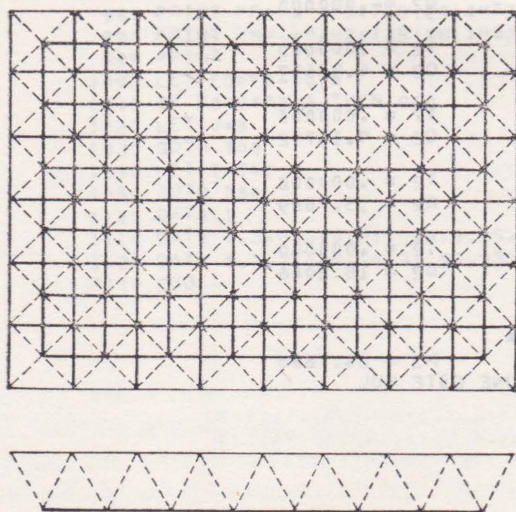


Fig. 11.1

În cazul cînd suprafața dreptunghiulară acoperită în plan are lungimea b mult mai mare decît lățimea a, iar condițiile de rezemare și încărcările sînt identice în lungul laturii lungi, se poate admite, prin analogie cu încovoierea cilindrică a plăcilor plane, că structura reticulată planară are lungimea infi-

nită ($b \to \infty$) și că lucrează doar pe direcția laturii mici a. Datorită acestui fapt, starea de eforturi și de deformații se simplifică considerabil, depinzînd de o singură variabilă independentă. Studiul poate fi făcut prin metoda eforturilor sau prin metoda deplasărilor. Dintre acestea se va folosi metoda deplasărilor care are caracter de generalitate [32].

În cazul încovoierii cilindrice este suficient să se studieze eforturile care apar în barele ce concură la noduri situate pe două linii paralele vecine, una situată în fața inferioară, iar cealaltă situată în fața superioară.

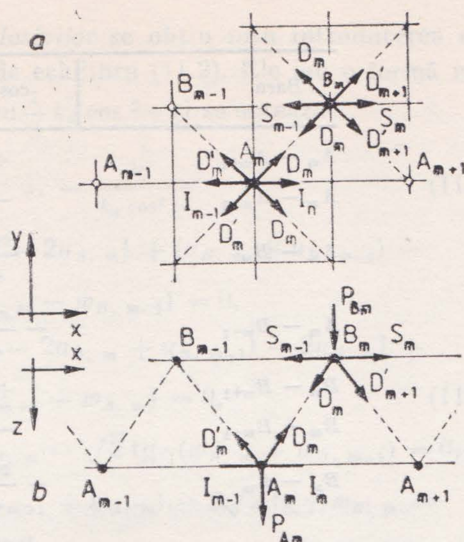


Fig. 11.2

Ținînd seama că cele două fețe sînt identice însă decalate cu cîte o jumătate de interval în fiecare direcție, la această structură se disting doar două noduri tipice : unul situat în fața inferioară, notat A_m și celălalt situat în fața superioară, notat B_m.

Pentru precizarea nodurilor și a eforturilor este nevoie de un singur indice și anume $m = 1, 2, \ldots, n + 1$ în fața inferioară.

Ecuațiile de echilibru. Pentru eforturile care concură în cele două noduri tipice A_m și B_m au fost adoptate notațiile din figura 11.2.

Se consideră că forțele exterioare verticale, notate cu P_{Bm} sînt aplicate în toate nodurile feței superioare*. Din motive de simetrie pot fi scrise doar cîte două ecuații de echilibru pentru fiecare nod și anume cîte o ecuație de proiecții pe axa Ox și cîte o ecuație de proiecții pe axa Oz.

Aceste ecuații se scriu

$$
\begin{aligned}
&(\Sigma X_A)\quad I_m - I_{m-1} + (D_m - D'_m)\sqrt{2}\cos\gamma = 0,\\
&(\Sigma X_B)\quad S_m - S_{m-1} + (D'_{m-1} - D_m)\sqrt{2}\cos\gamma = 0,\\
&(\Sigma Z_A)\quad -2(D_m + D'_m)\sin\gamma = 0\\
&(\Sigma Z_B)\quad +2(D_m + D'_{m+1})\sin\gamma + P_{B,\,m} = 0.
\end{aligned}
\tag{11.2}
$$

În cazul sistemelor static determinate exterior, sistemul de ecuații (11.2) permite determinarea eforturilor necunoscute, prin folosirea ecuațiilor cu diferențe [29], [32].

Relațiile de elasticitate. Făcînd apel la figura 11.2, cosinusurile directoare ale axelor barelor care vin la nodurile A_m și B_m au fost trecute în tabelul 11.1.

---

* Cazul mai general este studiat în [28], [29], [32].

Tabelul 11.1

Bara	$\cos\gamma_x$	$\cos\gamma_y$	$\cos\gamma_z$
$A_m - A_{m+1}$	$+1$	0	0
$A_m - A_{m-1}$	-1	0	0
$A_m - B_m$	$\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$-\sin\gamma$
$A_m - B_{m-1}$	$-\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$-\sin\gamma$
$B_m - B_{m+1}$	$+1$	0	0
$B_m - B_{m-1}$	-1	0	0
$B_m - A_m$	$-\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$+\sin\gamma$
$B_m - A_{m+1}$	$\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\cos\gamma}{\sqrt{2}}$	$+\sin\gamma$

Se presupune că barele din fiecare față sînt identice, avînd rigiditățile axiale k_i la fața inferioară, k_s la fața superioară iar diagonalele au rigiditatea k_d, definite prin relațiile

$$k_i = \frac{EA_i}{l},\; k_s = \frac{EA_s}{l},\; k_d = \frac{EA_d}{l_d}. \tag{11.3}$$

Pentru încovoierea cilindrică, deplasările $v_{A;\,m}$ și $v_{B;\,m}$ în sensul axei Oy sînt identic nule, astfel încît rămîn ca necunoscute deplasările $u_{A,m}$, $u_{B,m}$ pe direcția axei Ox și $w_{A,m}$, $w_{B,m}$ pe direcția axei Oz.

Cu acestea se stabilesc următoarele relații de elasticitate

$$I_m = k_i(u_{A,\,m+1} - u_{A,\,m}),$$

$$S_m = k_s(u_{B,\,m+1} - u_{B,\,m}),$$

$$D_m = k_d \cos\gamma\left[\frac{u_{B,m} - u_{A,m}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m} - w_{B,m})\ \mathrm{tg}\ \gamma\right], \tag{11.4}$$

$$D'_m = k_d \cos\gamma\left[\frac{u_{A,m} - u_{B,m-1}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m} - w_{B,m-1})\ \mathrm{tg}\ \gamma\right].$$

Eforturile I_{m-1} S_{m-1}, D'_{m-1}, D'_{m+1} se obțin din I_m, S_m, D'_m prin schimbarea corespunzătoare a indicilor, deci

$$I_{m-1} = k_i(u_{A,\,m} - u_{A,\,m-1}),$$

$$S_{m-1} = k_s(u_{B,\,m} - u_{B,\,m-1});$$

$$D'_{m-1} = k_d \cos\gamma\left[\frac{u_{A,m-1} - u_{B,m-2}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m-1} - w_{B,m-2})\ \mathrm{tg}\ \gamma\right]; \tag{11.5}$$

$$D'_{m+1} = k_d \cos\gamma\left[\frac{u_{A,m+1} - u_{B;m}}{\sqrt{2}} + (w_{A,m+1} - w_{B,m})\ \mathrm{tg}\ \gamma\right].$$

Ecuațiile generale în metoda deplasărilor se obțin prin introducerea expresiilor (11.4) și (11.5) în ecuațiile de echilibru (11.2). Ele iau o formă mai simplă dacă se împart toți termenii cu $\frac{1}{2} k_d \cos^2\gamma$ și se notează

$$\psi_i = \frac{k_i}{k_d \cos^2\gamma}; \quad \psi_s = \frac{k_s}{k_d \cos^2\gamma} \tag{11.6}$$

$$\begin{aligned}
&[\psi_i(u_{A,\,m+1} - 2u_{A,\,m} + u_{A,\,m-1}) - 2u_{A,\,m}] + (u_{B,\,m} + u_{B,\,m-1}) - \\
&\qquad - \sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma\,(w_{B,\,m} - w_{B,\,m-1}) = 0,\\
&(u_{A,\,m} + u_{A,\,m+1}) + [\psi_s(u_{B,\,m+1} - 2u_{B,\,m} + u_{B,\,m-1}) - 2u_{B,\,m}] + \\
&\qquad + \sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma(w_{A,\,m+1} - w_{A,\,m}) = 0,\\
&(u_{B,\,m} - u_{B,\,m-1}) + 2\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma\cdot w_{A,\,m} - \sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma(w_{B,\,m} + w_{B,\,m-1}) = 0,\\
&(u_{A,\,m+1} - u_{A,\,m}) + \sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma(w_{A,\,m+1} + w_{A,\,m}) - 2\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma\cdot w_{B,\,m} = \\
&\qquad = -\frac{P_{B\,m}}{\sqrt{2}k_d \sin\gamma \cos\gamma}.
\end{aligned} \tag{11.7}$$

Introducerea unei funcții de deplasări. Se demonstrează (vezi [32]) că dacă se exprimă deplasările $u_{A,\,m}$, $u_{B,\,m}$, $w_{A,\,m}$, $w_{B,\,m}$ prin intermediul unei funcții F_m, conform relațiilor

$$\begin{aligned}
u_{A,m} &= 2\psi_s(F_m - F_{m-1}),\\
u_{B,m} &= -\psi_i(F_{m+1} - F_{m-1}),
\end{aligned} \tag{11.8}$$

și

$$\begin{aligned}
w_{A,m} &= -\frac{\mathrm{ctg}\,\gamma}{\sqrt{2}}[2(\psi_i + \psi_s)(F_m + F_{m-1}) - \psi_i\psi_s(F_{m+1} - F_m - F_{m-1} + \\
&\qquad + F_{m-2})],\\
w_{B,m} &= -\frac{\mathrm{ctg}\,\gamma}{\sqrt{2}}[\psi_i(F_{m+1} + 2F_m + F_{m-1}) + 4\psi_s F_m - 2\psi_i\psi_s(F_{m+1} - \\
&\qquad - 2F_m + F_{m+1})],
\end{aligned} \tag{11.9}$$

atunci primele trei ecuații din grupul (11.7) sînt identic verificate; a 4-a ecuație din acest grup determină funcția de deplasări F_m prin ecuația cu diferențe

$$F_{m+2} - 4F_{m+1} + 6F_m - 4F_{m-1} + F_{m-2} = -\frac{P_{B,m}}{\sqrt{2}\,\psi_i\psi_s\,k_d \sin\gamma\cos\gamma} \tag{11.10}$$

Introducînd în relațiile (11.4) expresiile deplasărilor date de relațiile (11.8) și (11.9), se obțin expresiile eforturilor din bare:

$$\begin{aligned}
I_m &= 2k_i\psi_s(F_{m+1} - 2F_m + F_{m-1}),\\
S_m &= -k_s\psi_i(F_{m+2} - F_{m+1} - F_m + F_{m-1}),\\
D_m &= -D'_m = -\frac{\psi_i\psi_s\,k_d\cos\gamma}{\sqrt{2}}(F_{m+1} - 3F_m + 3F_{m-1} - F_{m-2}).
\end{aligned} \tag{11.11}$$

Se observă că subzistă egalitatea $k_i\psi_s = k_s\psi_i$, iar ultima relație ($D_m = -D'_m$) rezultă și direct din examinarea echilibrului nodului A_m.

Expresiile generale pentru eforturi și deplasări. Se consideră cazul încărcărilor nodale egale ($P_{B,\,m} = P =$ const.).

Soluția generală a ecuației cu diferențe (11.10) se obține prin însumarea unei soluții particulare cu soluția complementară.

Pentru aceasta din urmă se caută soluții de forma $F^c_m = m^\beta$, în care $m = 0, 1, 2, \ldots, n$, iar β este dat de ecuația caracteristică $(\beta - 1)^4 = 0$.

Soluția complementară are expresia

$$F^c_m = -\frac{P}{\sqrt{2}\psi_i\psi_s k_d \sin\gamma\cos\gamma}\left(C_0 + C_1 m + \frac{C_2}{2!}m^2 + \frac{C_3}{3!}m^3\right), \qquad (11.12)$$

în care C_0, C_1, C_2, C_3 reprezintă constante de integrare.

Ținînd seama de forma specială a soluției complementare, soluția particulară se reduce la

$$F^p_m = -\frac{P}{\sqrt{2}\psi_i\psi_s k_d \sin\gamma\cos\gamma}\cdot\frac{m^4}{4!}. \qquad (11.13)$$

Cu aceste rezultate, soluția generală a ecuației (11.10) se scrie

$$F_m = -\frac{P}{\sqrt{2}\psi_i\psi_s k_d \sin\gamma\cos\gamma}\left(\frac{1}{4!}m^4 + \frac{C_3}{3!}m^3 + \frac{C_2}{2!}m^2 + C_1 m + C_0\right). \qquad (11.14)$$

Pentru a se obține expresiile eforturilor și deplasărilor este necesar, în prealabil, să se calculeze valorile funcției în nodurile vecine (F_{m+2}, F_{m+1}, F_{m-1}, F_{m-2}); de exemplu

$$F_{m+1} = -\frac{P}{\sqrt{2}\psi_i\psi_s k_d \sin\gamma\cos\gamma}\left[\frac{1}{24}m^4 + \frac{C_3+1}{6}m^3 + \left(\frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{2} + \frac{1}{4}\right)m^2 + \right.$$

$$\left. + \left(C_1 + C_2 + \frac{C_3}{2} + \frac{1}{6}\right)m + C_0 + C_1 + \frac{C_2}{2} + \frac{C_3}{6} + \frac{1}{24}\right] \qquad (11.15)$$

După introducerea acestor valori în relațiile (11.8), (11.9) și (11.11), expresiile eforturilor și ale deplasărilor rezultă în funcție de 4 constante de integrare:

$$I_m = -\frac{P\operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\left(m^2 + 2C_3 m + 2C_2 + \frac{1}{6}\right),$$

$$S_m = +\frac{P\operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\left[m^2 + (2C_3 + 1)m + 2C_2 + C_3 + \frac{2}{3}\right], \qquad (11.16)$$

$$D_m = -D'_m = +\frac{P}{2\sin\gamma}\left(m + C_3 - \frac{1}{2}\right)$$

şi

$$u_{B,\,m} = -\frac{\sqrt{2}\,P\,\mathrm{ctg}\,\gamma}{6\,k_s}[m^3 + 3C_3 m^2 + (6C_2 + 1)m + 6C_1 + C_3],$$

$$u_{A,\,m} = -\frac{\sqrt{2}\,P\,\mathrm{ctg}\,\gamma}{6\,k_i}\left[m^3 + 3\left(C_3 - \frac{1}{2}\right)m^2 + (6C_2 - 3C_3 + 1)m + \right.$$

$$\left. + 6C_1 - 3C_2 + C_3 - \frac{1}{4}\right],$$

$$w_{A,\,m} = \frac{P\,\mathrm{ctg}^2\gamma}{12}\left(\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s}\right)\left[m^4 + 2(2C_3 - 1)m^3 + 3(4C_2 - 2C_3 + 1)m^2 + \right.$$

$$\left. + 2(12C_1 + 6C_2 + 3C_3 - 1)m + 24C_0 - 12C_1 + 6C_2 - 2C_3 + \frac{1}{2}\right] -$$

$$-\frac{P}{2\,k_d \sin^2\gamma}\left[m^2 + (2C_3 - 1)m + 2C_2 - C_3 + \frac{2}{3}\right]; \qquad (11.17)$$

$$w_{B,\,m} = \frac{P\mathrm{ctg}^2\gamma}{12}\left(\frac{1}{k_i} + \frac{1}{k_s}\right)(m^4 + 4C_3 m^3 + 12C_2 m^2 + 24C_1 m + 24C_0) +$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{\mathrm{ctg}^2\gamma}{2\,k_s} - \frac{1}{k_d \sin^2\gamma}\right)\left(m^2 + 2C_3 + 2C_2 + \frac{1}{6}\right).$$

Condiții marginale pentru determinarea constantelor de integrare. Se presupune că structura este simplu rezemată la fața inferioară și este încărcată cu forțe egale în toate nodurile superioare ($P_B = P$).

Reacțiunea în reazemul 1 este

$$V_1 = \frac{Pn}{2}, \qquad (11.18)$$

în care n reprezintă numărul de intervale de la fața inferioară.

În această situație pot fi impuse următoarele condiții marginale :

$$D_1 = -\frac{V_1}{2\sin\gamma} = -\frac{Pn}{4\sin\gamma},$$
$$I_1 = +\frac{V_1}{\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,\gamma} = +\frac{Pn\,\mathrm{ctg}\,\gamma}{2\sqrt{2}}, \qquad (11.19)$$

şi

$$w_{A;\,1} = w_{A,\,n+1} = 0. \qquad (11.20)$$

Din relațiile (11.16) se deduce, pentru $m = 1$

$$D_1 = \frac{P}{2\,\sin\gamma}\left(C_3 + \frac{1}{2}\right) = -\frac{Pn}{4\sin\gamma},$$
$$I_1 = -\frac{P\,\mathrm{ctg}\,\gamma}{\sqrt{2}}\left(2C_2 + \frac{1}{6}\right) = \frac{Pn\,\mathrm{ctg}\,\gamma}{2\sqrt{2}}. \qquad (11.21)$$

După toate simplificările se obține

$$2C_2 = \frac{n}{2} - \frac{1}{6}, \quad C_3 = -\frac{n+1}{2} \qquad (11.22)$$

şi apoi

$$I_m = \frac{P \operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\left[(m-1)(n-m)+\frac{n}{2}\right],$$

$$S_m = -\frac{P \operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\, m(n-m)\,; \qquad (11.23)$$

$$D_m = -D'_m = \frac{P}{2\sin\gamma}\left(m-\frac{n}{2}-1\right).$$

Deoarece structura este static determinată, eforturile au putut fi determinate prin precizarea numai a două constante (C_2 şi C_3), independent de componentele deplasării.

Celelalte două constante (C_0 şi C_1) se determină din condiţiile de săgeată nulă la capete. Pe această cale se obţine

$$C_0 = \frac{1}{48}(n^3 - 6n), \quad C_1 = \frac{1}{24}(n^3 + n - 2). \qquad (11.24)$$

Cu valorile astfel obţinute pentru cele 4 constante, expresiile deplasărilor se scriu sub forma finală :

$$u_{A,\,m} = -\frac{\sqrt{2}\,P \operatorname{ctg}\gamma}{6\,k_i}\left(\frac{n}{2}-m+1\right)\left[(m-1)(n-m+1)+\frac{n^2}{2}+1\right],$$

$$u_{B,\,m} = +\frac{\sqrt{2}\,P \operatorname{ctg}\gamma}{6\,k_s}\left[(m-1)^3-\frac{3}{2}(n-1)(m-1)^2-\frac{1}{2}(3n-1)(m-1)+\right.$$

$$\left.+\frac{n^3-n}{4}\right],$$

$$w_{A,\,m} = \frac{1}{12}P(m-1)(n-m+1)\left\{\operatorname{ctg}^2\gamma\left(\frac{1}{k_i}+\frac{1}{k_s}\right)[(m-1)(n-m+1)+\right.$$

$$\left.+n^2+1]+\frac{6}{k_d\sin^2\gamma}\right\}; \qquad (11.25)$$

$$w_{B,\,m} = \frac{P \operatorname{ctg}^2\gamma}{12}\left(\frac{1}{k_i}+\frac{1}{k_s}\right)\left[(m-1)^4-2(n-1)(m-1)^3-\right.$$

$$\left.-(3n+1)(m-1)^2+(n^3+n-2)(m-1)+\frac{1}{2}(n^3+2n)\right]+$$

$$+\frac{P}{2}\left(\frac{\operatorname{ctg}^2\gamma}{2k_s}-\frac{1}{k_d\sin^2\gamma}\right)\left[(m-1)^2-(n-1)(m-1)-\frac{n}{2}\right].$$

Expresiile eforturilor I_m, S_m şi ale săgeţilor $w_{A,\,m}$, $w_{B,\,m}$ sînt simetrice faţă de mijlocul deschiderii, în timp ce expresiile eforturilor D_m, D'_m şi ale deplasărilor $u_{A,\,m}$, $u_{B,\,m}$ sînt antisimetrice în raport cu aceeaşi secţiune.

Formule adimensionale pot fi stabilite scoţînd în factor forţa P pentru eforturi, respectiv $\frac{Pl}{EA}$ pentru deplasări, unde A este o arie de referinţă (de obicei se va alege A_s sau A_i).

Se poate aşadar scrie

$$I_m = i_0 P;$$
$$S_m = s_0 P; \qquad (11.26)$$
$$D_m = d_0 P;$$

şi

$$u_{A,m} = a_0 \frac{Pl}{EA};$$
$$u_{B,m} = e_0 \frac{Pl}{EA}; \qquad (11.27)$$
$$w_{A,m} = b_0 \frac{Pl}{EA};$$
$$w_{B,m} = f_0 \frac{Pl}{EA}.$$

Valorile i_0, s_0, d_0, a_0, e_0, b_0, f_0 au expresiile :

$$i_0 = \frac{I_m}{P} = \frac{\operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\left[(m-1)(n-m)+\frac{n}{2}\right];$$
$$s_0 = \frac{S_m}{P} = -\frac{\operatorname{ctg}\gamma}{\sqrt{2}}\, m(n-m); \qquad (11.28)$$
$$d_0 = \frac{D_m}{P} = -\frac{1}{2\sin\gamma}\left(\frac{n}{2}-m+1\right);$$

şi

$$a_0 = \frac{A}{A_i}\cdot\frac{\sqrt{2}\operatorname{ctg}\gamma}{6}\left(\frac{n}{2}-m+1\right)\left[(m-1)(n-m+1)+\frac{n^2}{2}+1\right];$$

$$e_0 = \frac{A}{A_s}\cdot\frac{\sqrt{2}\operatorname{ctg}\gamma}{6}\left[(m-1)^3-\frac{3}{2}(n-1)(m-1)^2-\frac{1}{2}(3n-1)(m-1)+\right.$$
$$\left.+\frac{n^3-n}{4}\right];$$

$$b_0 = \frac{1}{12}(m-1)(n-m+1)\left\{\operatorname{ctg}^2\gamma\left(\frac{A}{A_i}+\frac{A}{A_s}\right)[(m-1)(n-m+1)+\right.$$
$$\left.+n^2+1]+\frac{A}{A_d}\cdot\frac{6c_0}{\sin^3\gamma}\right\}; \qquad (11.29)$$

$$f_0 = \frac{\operatorname{ctg}^2\gamma}{12}\left(\frac{A}{A_i}+\frac{A}{A_s}\right)\left[(m-1)^4-2(n-1)(m-1)^3-\right.$$
$$\left.-(3n+1)(m-1)^2+(n^3+n-2)(m-1)+\frac{1}{2}(n^3+2n)\right]+$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{A}{A_s}\cdot\frac{\operatorname{ctg}^2\gamma}{2}+\frac{A}{A_d}\cdot\frac{c_0}{\sin^3\gamma}\right)\left[(m-1)^2-(n-1)(m-1)-\frac{n}{2}\right]$$

în care s-a notat $c_0 = h/l$.

Parametrii care mai intervin sînt : unghiul γ, numărul de intervale n, rapoartele ariilor A/A_i, A/A_s, A/A_d.

Notațiile folosite în prezentarea aspectelor teoretice ale problemei sînt sintetizate, codificate și definite în tabelul 11.2.

Tabellul 11.2

Notații	Codificări	Definiții și expresii
A		Arie de referință.
A_d		Aria secțiunii transversale a unei diagonale.
A_i		Aria secțiunii transversale a unei bare din fața inferioară.
A_s		ria secțiunii transversale a unei bare din fața superioară.
a_0	AØ	$a_0 = u_{A,m} / \frac{Pl}{EA}$.
b_0	BØ	$b_0 = w_{A,m} / \frac{Pl}{EA}$.
c_0	CØ	$c_0 = \frac{h}{l}$.
c_1	C1	$c_1 = \frac{A_i}{A}$.
c_2	C2	$c_2 = \frac{A_s}{A}$.
c_3	C3	$c_3 = \frac{A_d}{A}$.
D_m		Efortul într-o diagonală suitoare.
D'_m		Efortul într-o diagonală coborîtoare.
d_0	DØ	$d_0 = \frac{D_m}{P}$.
E		Modulul de elasticitate al materialului.
e_0	EØ	$e_0 = u_{B,m} / \frac{Pl}{EA}$.
F		Funcție de deplasări.
f_0	FØ	$f_0 = w_{B,m} / \frac{Pl}{EA}$.
g_0	GØ	Notație intermediară.
h		Înălțimea structurii.
I_m		Efortul dintr-o bară de la fața inferioară a structurii.
i	I	Numărul de ordine al structurilor.
i_0	IØ	$i_0 = \frac{I_m}{P}$.

Notaţii	Codificări	Definiţii şi exprseii
k_d		$k_d = \frac{EA_d}{l_d}$. Rigiditatea axială a unei diagonale.
k_i		$k_i = \frac{EA_i}{l}$. Rigiditatea axială a unei bare din faţa inferioară.
k_s		$k_s = \frac{EA_s}{l}$. Rigiditatea axială a unei bare din faţa superioară.
l		Pasul reţelei.
l_d		Lungimea unei diagonale, $l_d = \frac{h}{\sin\gamma}$.
m	M	Numărul de ordine al nodurilor de la faţa inferioară a structurii ($m = 1, 2, 3, \ldots, n+1$).
n	N	Numărul de intervale de la faţa inferioară a structurii reticulate.
P		Forţa concentrată aplicată în fiecare nod al feţei superioare normal pe aceasta.
S_m		Efortul dintr-o bară de la faţa superioară a structurii.
s	S	Numărul total de structuri.
s_0	$S\varnothing$	$s\varnothing = \frac{S_m}{P}$.
$u_{A,\,m}$		$u_{A,\,m} = a_0 \frac{Pl}{EA}$, Deplasarea unui nod A_m de la faţa inferioară a structurii în sensul deschiderii.
$u_{B,\,m}$		$u_{B,\,m} = e_0 \frac{Pl}{EA}$. Deplasarea unui nod B_m de la faţa superioară a structurii în sensul deschiderii.
$w_{A,\,m}$		$w_{A,\,m} = b_0 \frac{Pl}{EA}$. Deplasarea unui nod A_m de la faţa inferioară a structurii normal pe aceasta.
$w_{B,\,m}$		$w_{B,\,m} = f_0 \frac{Pl}{EA}$. Deplasarea unui nod B_m de la faţa superioară a structurii normal pe aceasta.
γ		$\sin\gamma = \frac{c_0\sqrt{2}}{\sqrt{1+2c_0^2}}$; $\operatorname{tg}\gamma = c_0\sqrt{2}$. Unghiul pe care diagonalele îl fac cu planul feţelor ($\gamma < \pi/2$).
ψ_i		$\psi_i = \frac{k_i}{k_d \cos^2\gamma}$.
ψ_s		$\psi_s = \frac{k_s}{k_d \cos^2\gamma}$.

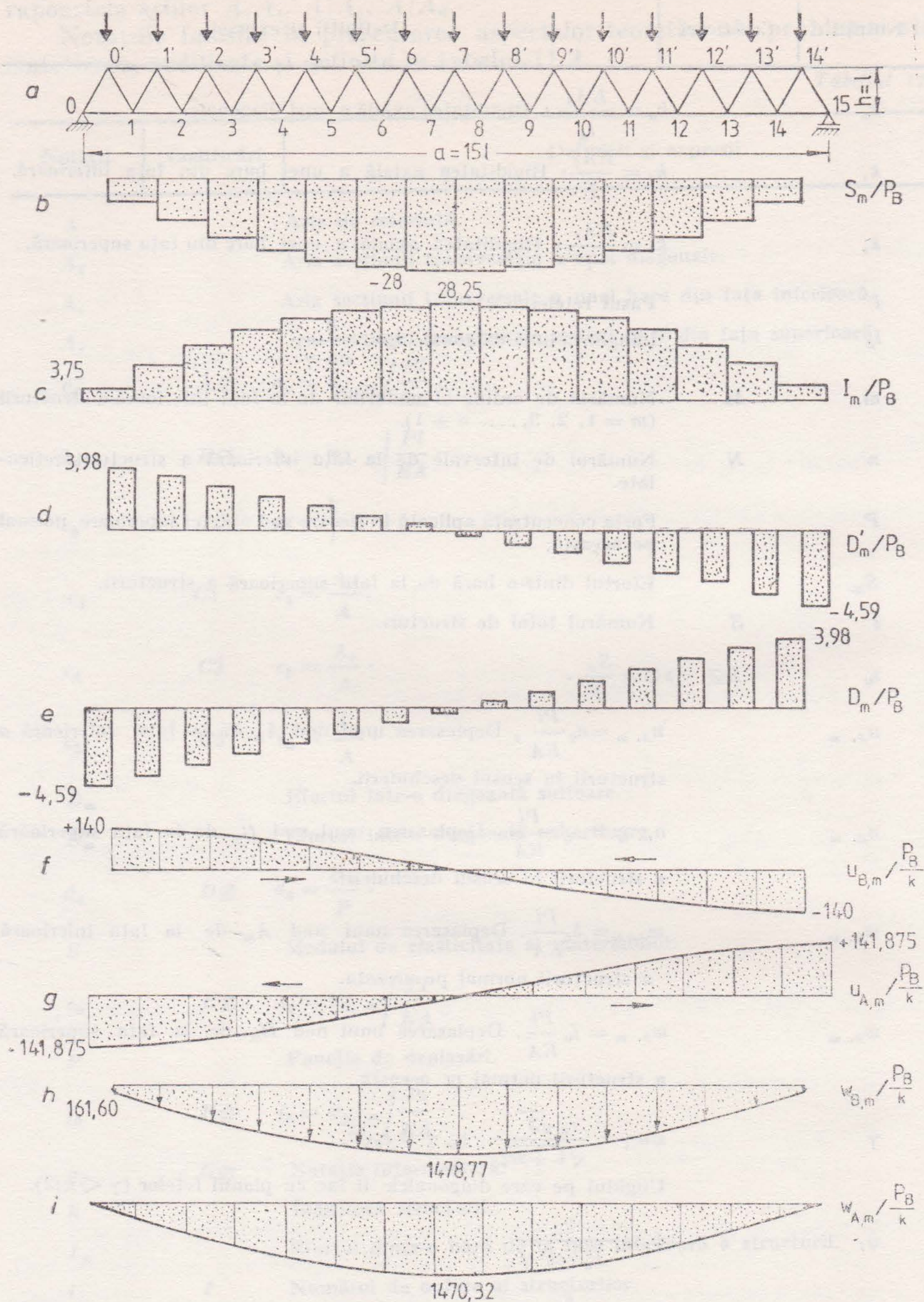

0'
1'
2
3'
4
5'
6
7
8'
9'
10'
11'
12'
13'
14'
a
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
h=l
a = 15l
b
S_m/P_B
-28
28,25
3,75
c
I_m/P_B
3,98
d
D'_m/P_B
-4,59
3,98
e
D_m/P_B
-4,59
+140
f
$u_{B,m}/\frac{P_B}{k}$
-140
+141,875
g
$u_{A,m}/\frac{P_B}{k}$
-141,875
h
161,60
$w_{B,m}/\frac{P_B}{k}$
1478,77
i
$w_{A,m}/\frac{P_B}{k}$
1470,32

Fig. 11.3

11.2. PROGRAMUL DE CALCUL

Pe baza organigramei construite pentru determinarea eforturilor și deplasărilor la structuri planar pătrate simple a fost scris *programul de calcul* EP-31-02 listat în anexa 11.1, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 11.2.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 880 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 881 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de structuri cărora urmează să li se determine eforturile și deplasările. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde datele necesare pentru calculul unei singure structuri, scrise în ordinea : n, c_0, c_1, c_2, c_3.

Pentru fiecare structură programul furnizează :

— coeficienții de influență ai eforturilor din toate barele structurii ;

— coeficienții de influență ai deplasărilor pe care le suferă nodurile de la fața inferioară a structurii ;

— coeficienții de influență ai deplasărilor pe care le suferă nodurile de la fața superioară a structurii ;

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unei structuri planar pătrate simple avînd următoarele caracteristici :

$$n = 15 \; ; \; c_0 = c_1 = c_2 = 1 \; ; \; c_3 = \frac{1}{3}.$$

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din două instrucțiuni DATA avînd etichetele 1 000 și 1 010.

Anexa 11.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului *EP*-31-02 pentru structura considerată.

Variația eforturilor în barele structurii și deplasările nodurilor din fața superioară și cea inferioară sînt redate în figura 11.3.

```
10 REM    PROGRAMUL BASIC EP-31-02
20 REM ***************************************************
30 REM *                                                 *
40 REM * INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE   *
50 REM * PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE    *
60 REM * EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE *
70 REM *                                                 *
80 REM ***************************************************
90 REM *                                                 *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA COEFICIENTII DE INFLUENTA *
110 REM * AI EFORTURILOR DIN BARELE STRUCTURILOR, PRECUM *
120 REM * SI COEFICIENTII DE INFLUENTA AI DEPLASARILOR   *
130 REM * ORIZONTALE SI VERTICALE ALE NODURILOR FETELOR  *
140 REM * INFERIOARA SI SUPERIOARA ALE STRUCTURILOR      *
150 REM *                                                *
160 REM **************************************************
170 REM *                                                *
180 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT    *
190 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
200 REM *                                                *
210 REM **************************************************
220 PRINT "INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE"
230 PRINT "PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE"
240 PRINT "EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE"
250 PRINT
260 PRINT
270 READ S
280 PRINT;TAB(7);"NUMARUL STRUCTURILOR ESTE  S =";S
290 LET I=1
300 PRINT
310 PRINT
320 PRINT;TAB(17);"STRUCTURA ";I
330 PRINT
340 READ N,C0,C1,C2,C3
350 PRINT;TAB(24);"DATE"
360 PRINT;TAB(8);"N  =";N
370 PRINT;TAB(8);"C0 =";C0;TAB(32);"C1 =";C1
380 PRINT;TAB(8);"C2 =";C2;TAB(32);"C3 =";C3
390 PRINT
400 PRINT;TAB(6);"COEFICIENTI DE INFLUENTA AI EFORTURILOR"
410 PRINT
420 FOR M=1 TO N-1
430 LET I0=((M-1)*(N-M)+N/2)/(2*C0)
440 LET D0=(N/2-M+1)*SQR(1+2*C0^2)/(2*C0*SQR(2))
450 LET S0=-M*(N-M)/(2*C0)
460 PRINT;TAB(8);"M  =";M;TAB(32);"I0 =";I0
470 PRINT;TAB(32);"D0 =";D0
480 PRINT;TAB(32);"S0 =";S0
490 PRINT
500 NEXT M
510 LET I0=N/(4*C0)
520 LET D0=(1-N/2)*SQR(1+2*C0^2)/(2*C0*SQR(2))
530 PRINT;TAB(8);"M  =";N;TAB(32);"I0 =";I0
540 PRINT;TAB(32);"D0 =";D0
550 PRINT
560 PRINT;TAB(6);"COEFICIENTI DE INFLUENTA AI DEPLASARILOR"
570 PRINT
580 PRINT;TAB(13);"NODURILE FETEI INFERIOARE"
590 PRINT
600 FOR M=1 TO N+1
```

```
610 LET A0=(M-1)*(N-M+1)+N^2/2+1
620 LET A0=A0*(N/2-M+1)/(6*C0*C1)
630 LET B0=(1/C1+1/C2)*((M-1)*(N-M+1)+N^2+1)
640 LET B0=B0+6*(1+2*C0^2)*SQR(1+2*C0^2)/(C3*SQR(2))
650 LET B0=B0*(M-1)*(N-M+1)/(24*C0^2)
660 PRINT:TAB(8);"M   =";M;TAB(32);"A0 =";A0
670 PRINT:TAB(32);"B0 =";B0
680 PRINT
690 NEXT M
700 PRINT:TAB(13);"NODURILE FETEI SUPERIOARE"
710 PRINT
720 FOR M=1 TO N
730 LET E0=(M-1)*(3*(N-1)*(M-1)+3*N-1)/2
740 LET E0=((M-1)^3+N*(N^2-1)/4-E0)/(6*C0*C2)
750 LET F0=(M-1)*((M-1)^3+N^3+N-2)+N*(N^2+2)/2
760 LET F0=F0-(M-1)^2*(2*(N-1)*(M-1)+3*N+1)
770 LET F0=F0*(1/C1+1/C2)/(24*C0^2)
780 LET G0=1/(2*C2)-(1+2*C0^2)*SQR(1+2*C0^2)/(C3*SQR(2))
790 LET G0=G0*((M-1)*(M-N)-N/2)/(4*C0^2)
800 LET F0=F0+G0
810 PRINT:TAB(8);"M   =";M;TAB(32);"E0 =";E0
820 PRINT:TAB(32);"F0 =";F0
830 PRINT
840 NEXT M
850 IF I<S THEN 870
860 GOTO 2000
870 LET I=I+1
880 GOTO 310
1000 DATA 1
1010 DATA 15,1,1,1,0.33333
2000 END
```

```
INCOVOIEREA CILINDRICA A STRUCTURILOR PLANARE
PATRATE SIMPLU REZEMATE, SOLICITATE DE FORTE
EGALE APLICATE IN NODURILE FETEI LOR SUPERIOARE

        NUMARUL STRUCTURILOR ESTE  S = 1.00000

                STRUCTURA  1.00000

                      DATE
      N  = 15.0000
      C0 = 1.00000             C1 = 1.00000
      C2 = 1.00000             C3 = .333330

      COEFICIENTI DE INFLUENTA AI EFORTURILOR

      M  = 1.00000             I0 = 3.75000
                               D0 = 4.59278
                               S0 =-7.00000

      M  = 2.00000             I0 = 10.2500
                               D0 = 3.98039
                               S0 =-13.0000

      M  = 3.00000             I0 = 15.7500
                               D0 = 3.36803
                               S0 =-18.0000

      M  = 4.00000             I0 = 20.2500
                               D0 = 2.75566
                               S0 =-22.0000

      M  = 5.00000             I0 = 23.7500
                               D0 = 2.14329
                               S0 =-25.0000

      M  = 6.00000             I0 = 26.2500
                               D0 = 1.53093
                               S0 =-27.0000

      M  = 7.00000             I0 = 27.7500
                               D0 = .918556
                               S0 =-28.0000

      M  = 8.00000             I0 = 28.2500
                               D0 = .306185
                               S0 =-28.0000

      M  = 9.00000             I0 = 27.7500
                               D0 =-.306185
                               S0 =-27.0000

      M  = 10.0000             I0 = 26.2500
                               D0 =-.918556
                               S0 =-25.0000

      M  = 11.0000             I0 = 23.7500
                               D0 =-1.53093
                               S0 =-22.0000
```

ANEXA 11.2 (continuare)

```
M  = 12.0000                 I0 = 20.2500
                             D0 =-2.14329
                             S0 =-18.0000

M  = 13.0000                 I0 = 15.7500
                             D0 =-2.75566
                             S0 =-13.0000

M  = 14.0000                 I0 = 10.2500
                             D0 =-3.36803
                             S0 =-7.00000

M  = 15.0000                 I0 = 3.75000
                             D0 =-3.98039

   COEFICIENTI DE INFLUENTA AI DEPLASARILOR

          NODURILE FETEI INFERIOARE

M  = 1.00000                 A0 = 141.875
                             B0 = .000000

M  = 2.00000                 A0 = 138.125
                             B0 = 318.580

M  = 3.00000                 A0 = 127.875
                             B0 = 617.646

M  = 4.00000                 A0 = 112.125
                             B0 = 885.204

M  = 5.00000                 A0 = 91.8750
                             B0 = 1111.25

M  = 6.00000                 A0 = 68.1250
                             B0 = 1287.79

M  = 7.00000                 A0 = 41.8750
                             B0 = 1408.81

M  = 8.00000                 A0 = 14.1250
                             B0 = 1470.32

M  = 9.00000                 A0 =-14.1250
                             B0 = 1470.32

M  = 10.0000                 A0 =-41.8750
                             B0 = 1408.81

M  = 11.0000                 A0 =-68.1250
                             B0 = 1287.79

M  = 12.0000                 A0 =-91.8750
```

```
M  = 13.0000          A0 =-112.125
                      B0 = 885.204

M. = 14.0000          A0 =-127.875
                      B0 = 617.650

M  = 15.0000          A0 =-138.125
                      B0 = 318.580

M  = 16.0000          A0 =-141.875
                      B0 = .000000

      NODURILE FETEI SUPERIOARE

M  = 1.00000          E0 = 140.000
                      F0 = 161.605

M  = 2.00000          E0 = 133.000
                      F0 = 472.054

M  = 3.00000          E0 = 120.000
                      F0 = 756.742

M  = 4.00000          E0 = 102.000
                      F0 = 1004.67

M  = 5.00000          E0 = 80.0000
                      F0 = 1206.84

M  = 6.00000          E0 = 55.0000
                      F0 = 1356.24

M  = 7.00000          E0 = 28.0000
                      F0 = 1447.88

M  = 8.00000          E0 = .000000
                      F0 = 1478.77

M  = 9.00000          E0 =-28.0000
                      F0 = 1447.88

M  = 10.0000          E0 =-55.0000
                      F0 = 1356.24

M  = 11.0000          E0 =-80.0000
                      F0 = 1206.84

M  = 12.0000          E0 =-102.000
                      F0 = 1004.67

M  = 13.0000          E0 =-120.000
                      F0 = 756.742

M  = 14.0000          E0 =-133.000
                      F0 = 472.054

M  = 15.0000          E0 =-140.000
                      F0 = 161.605
```

12. ASPECTE GENERALE ALE CALCULULUI ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLANȘEELOR CASETATE DIN BETON ARMAT

12.1. SCHEME DE CEDARE

Planșeele casetate folosite în contrucții sînt structuri alcătuite dintr-o placă de beton armat legată monolit de o rețea de grinzi dispuse pe două direcții, avînd aceeași secțiune transversală. Ochiurile rețelei, mărginite de grinzile acesteia, poartă denumirea de casete. În mod obișnuit, planșeele de acest tip au formă dreptunghiulară și sînt simplu rezemate pe tot conturul. Față de această formă, planșeele casetate sînt de două tipuri: planșee cu grinzi ortogonale denumite pe scurt *planșee ortogonale*, la care grinzile de pe fiecare direcție sînt perpendiculare pe laturile conturului și planșee cu grinzi diagonale, denumite pe scurt *planșee diagonale*, la care grinzile de pe fiecare direcție întîlnesc laturile conturului sub același unghi, mai mic decît 90°. Ambele tipuri de planșee prezintă două axe de simetrie.

Pentru exemplificare, în figura 12.1, *a* este prezentată schema unui planșeu ortogonal cu 5 × 4 casete, iar în figura 12.2, *a* — schema unui planșeu diagonal cu 5 × 3 diviziuni pe direcțiile lungimii și lățimii lui.

Structura de rezistență a unui planșeu casetat este constituită din rețeaua lui de grinzi. O astfel de structură, rațional dimensionată, cedează după o schemă unică prin transformarea ei în mecanism ca urmare a formării de *articulații plastice* în dreptul secțiunilor celor mai solicitate ale grinzilor, denumite *secțiuni critice*. Aceste secțiuni sînt localizate în zonele de intersecție a grinzilor rețelei. Datorită legăturii monolite dintre placa planșeului casetat și rețeaua de grinzi a acestuia, funcționarea mecanismului de cedare al rețelei, bazată pe libertatea de mișcare a acestuia, impune ca poziția deformată a plăcii să fie compatibilă cu poziția deformată a mecanismului de cedare. Potrivit *Teoriei plastice simple* a structurilor [1], în cadrul căreia comportarea rigid-plastică a materialelor de construcții reprezintă una dintre ipotezele de bază, această condiție se realizează prin formarea de linii de curgere pe direcția uneia dintre diagonalele panourilor de placă care acoperă ochiurile rețelei, precum și la legătura dintre aceste panouri cu grinzile care le mărginesc.

Pentru exemplificare, în figura 12.1, *b* este reprezentată schema de cedare a planșeului ortogonal din figura 12.1, *a*, iar în figura 12.2, *b* — schema de cedare a planșeului diagonal din figura 12.2, *a*.

12.2. MOMENTELE CAPABILE ALE GRINZILOR

Prima problemă a calculului în domeniul plastic al unui planșeu casetat, la care se cunoaște încărcarea de calcul care îl solicită, constă în determinarea mărimii momentelor capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale grinzilor rețelei. Pentru aceasta se exprimă momentele capabile ale acestor secțiuni în funcție de momentul capabil al uneia dintre secțiunile critice, considerat ca *moment capabil de referință*, prin înmulțirea acestuia cu factori convenabil aleși. În continuare, mărimea momentului capabil de referință se obține din

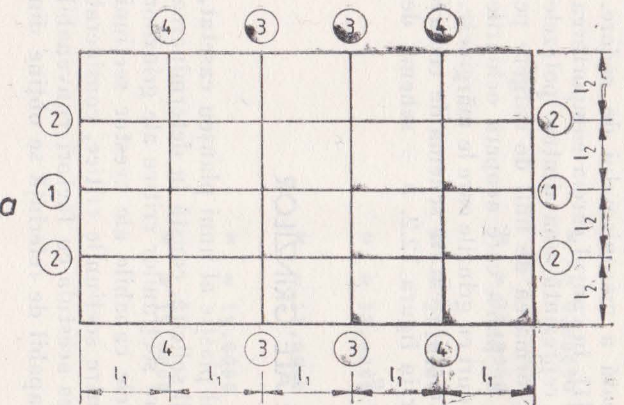
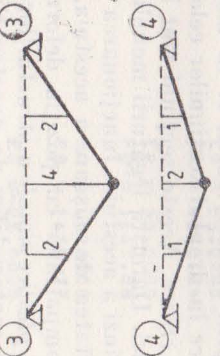
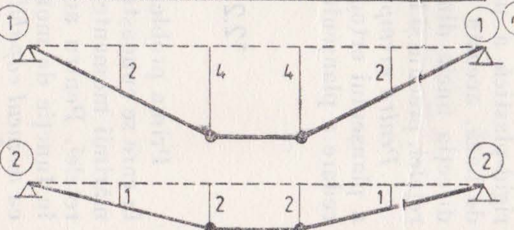




Fig. 12.1

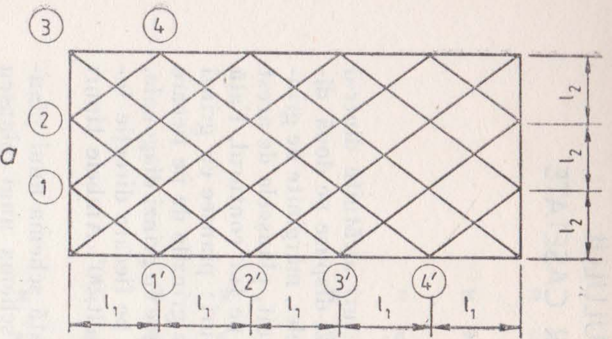
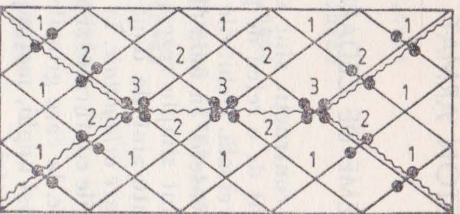
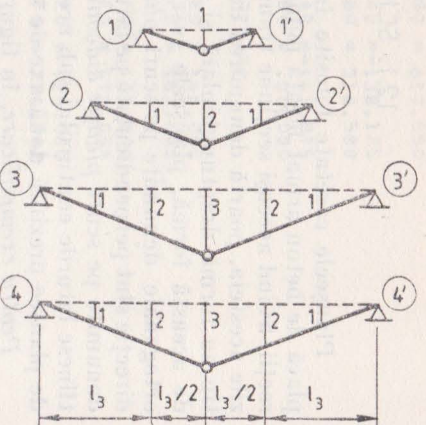




Fig. 12.2

ecuația de echilibru-limită corespunzătoare stadiului de cedare a planșeului sub acțiunea încărcării de calcul, scrisă pe baza *principiului lucrului mecanic virtual*. Obținerea mărimii momentului capabil de referință este, prin urmare, o problemă determinată din punct de vedere static.

Ecuația de echilibru-limită se scrie cu neglijarea lucrului mecanic virtual al momentelor capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere ale panourilor de placă. Această omisiune este justificată de poziția plăcii planșeului în raport cu grinzile rețelei. Într-adevăr, așezarea plăcii la fața comprimată a grinzilor face ca intrarea efectivă în curgere a armăturii ei întinse să necesite deformații ale planșeului care sînt întotdeauna superioare celor care marchează ieșirea din lucru a planșeului ca urmare a depășirii stării-limită de deformație.

În această situație, ecuația de echilibru-limită conține două expresii. Prima expresie, notată cu L_M reprezintă lucrul mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale secțiunilor critice, care conțin ca necunoscută momentul capabil de referință. A doua expresie, notată cu L_q, reprezintă lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea totală de calcul, care se consideră distribuită uniform pe toată suprafața planșeului.

a) *Planșee casetate cu grinzi ortogonale*

Fie l_1 și l_2 lungimile laturilor casetelor pe direcția laturii lungi și respectiv pe direcția laturii scurte ale planșeelor.

Pentru determinarea expresiei lucrului mecanic virtual L_M, se numerotează grinzile de pe direcția laturilor lungi, de la centru spre margini, și se continuă numerotarea cu grinzile de pe direcția laturilor scurte, tot de la centru spre marginile planșeului, ținînd seama de cele două axe de simetrie ale unor astfel de planșee. Astfel, la planșeul din figura 12.1, *a* grinzile sînt numerotate de la 1 la 4, grinzile 1—1 și 2—2 fiind pe direcția laturilor lungi iar grinzile 3—3 și 4—4 pe direcția laturilor scurte ale planșeului.

Se alege ca moment capabil de referință momentul capabil corespunzător secțiunii critice a grinzii cu numărul de ordine cel mai mare, deci a grinzii 4—4, în funcție de care se exprimă apoi momentele capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale celorlalte grinzi ale rețelei. La planșeul din figura 12.1, *a*, momentul capabil de referință este cel al grinzii 4—4, notat cu M_{k4}, iar momentele capabile ale grinzilor 1—1 ; 2—2 și 3—3, notate cu M_{k1}, M_{k2} și M_{k3}, exprimate în funcție de M_{k4}, sînt

$$M_{k1} = k_1 M_{k4}\,;\quad M_{k2} = k_2 M_{k4}\,;\quad M_{k3} = k_3 M_{k4}, \tag{12.1}$$

unde k_1, k_2 și k_3 sînt factori de proporționalitate.

Pentru o deplasare virtuală a mecanismului de cedare caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.1, *b*, expresia lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este :

$$L_M = -\left[2 M_{k1} \cdot \frac{4}{2\,l_1} + 4 M_{k2} \cdot \frac{2}{2\,l_1} + 4 M_{k3} \cdot \frac{4}{2\,l_2} + 4 M_{k4} \cdot \frac{2}{2\,l_2}\right]$$

sau

$$L_M = -4 M_{k4}\left[\frac{1 + 2\,k_3}{l_2} + \frac{k_1 + k_2}{l_1}\right]. \tag{12.2}$$

Observație. Lucrul mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este lucrul mecanic rezistent. Ca urmare, el are întotdeauna valoare negativă.

Lucrul mecanic virtual L_q este dat de produsul

$$L_q = V \cdot q \tag{12.3}$$

dintre intensitatea încărcării de calcul q și volumul deplasărilor virtuale V, efectuate de porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere.

Stabilirea mărimii volumului V apare dificilă, datorită formei lui complicate. Operația este însă mult simplificată dacă se observă că linia de curgere de pe una dintre diagonalele unui panou de placă împarte suprafața acestuia în două triunghiuri dreptunghice egale. În consecință, volumul total al deplasărilor virtuale ale planșeului conține suma volumelor deplasărilor virtuale corespunzătoare tuturor suprafețelor triunghiulare astfel delimitate. Problema se reduce, prin urmare, la stabilirea volumului de deplasări virtuale ale unei suprafețe triunghiulare căreia i se cunosc deplasările virtuale ale vîrfurilor ei. Pentru aceasta se consideră o suprafață în formă de triunghi dreptunghic, cu catetele de lungimi l_1 și l_2, ale cărui vîrfuri, notate cu 1, 2 și 3, suferă translațiile virtuale δ_1, δ_2 și δ_3 perpendiculare pe planul suprafeței (fig. 12.3, *a*). Volumul generat de suprafața triunghiulară în mișcarea ei poate fi determinat prin descompunerea deplasării acestei suprafețe în trei componente : *prima componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 1 pe distanța δ_1, prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, *b*) ; *a doua componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 2 pe distanța δ_2, prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, *c*) ; în sfîrșit, *a treia componentă* se obține ca rezultat al translării vîrfului 3 pe distanța δ_3, prin rotirea triunghiului în jurul laturii opuse acestui vîrf (fig. 12.3, *d*). Fiecare dintre aceste componente reprezintă un tetraedru avînd ca bază suprafața triunghiulară considerată și ca înălțime deplasarea virtuală a unuia dintre vîrfurile triunghiului.

Notînd cu v volumul generat de suprafața triunghiulară în mișcarea ei virtuală și cu v_1, v_2 și v_3 cele trei componente ale acestui volum, se obține succesiv :

$$v_1 = \frac{\delta_1}{6} l_1 l_2 \; ; \; v_2 = \frac{\delta_2}{6} l_1 l_2 \; ; \; v_3 = \frac{\delta_3}{6} l_1 l_2 \tag{12.4}$$

și deci

$$v = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{6} l_1 l_2. \tag{12.5}$$

Observație. La planșeele ortogonale, schema de cedare conține în numeroase cazuri panouri de placă a căror suprafață rămîne plană (nu conține linie de curgere după una dintre diagonalele ei) în mișcarea mecanismului de cedare. Volumul total al deplasărilor virtuale corespunzătoare acestor panouri se compune din una, două sau trei prisme drepte, cu baza triunghiulară sau trapezoidală, perpendiculară pe planul planșeului, la care înălțimea bazei este întotdeauna egală cu translația virtuală efectuată de articulația plastică a uneia dintre grinzile centrale ale planșeului.

La planșeul ortogonal cu 5 × 4 casete din figura 12.1, *a*, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul în deplasarea virtuală caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.1, *b* este :

$$L_q = \left[8\left(\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1+2}{6} + \frac{1+2+4}{6}\right) l_1 l_2 + \frac{1}{2}\, 4l_2 \cdot 4l_1\right] q$$

sau

$$L_q = \frac{76}{3} q l_1 l_2. \tag{12.6}$$

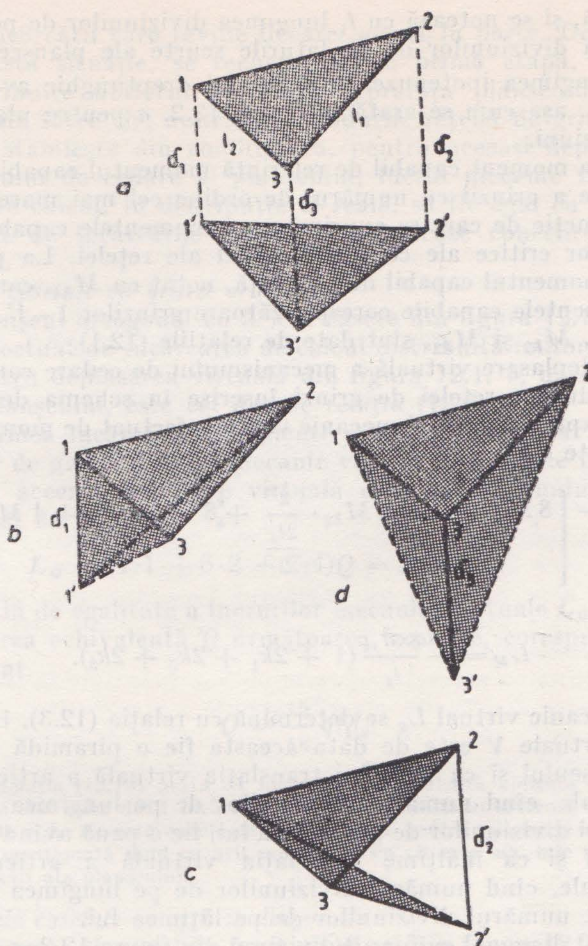


Fig. 12.3

Observaţie. Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea totală de calcul este lucrul mecanic motor. Ca urmare, el are întotdeauna valoare pozitivă.

Folosind relaţiile (12.2) şi (12.6), din ecuaţia generală de echilibru-limită

$$L_M + L_q = 0 \tag{12.7}$$

se obţine următoarea expresie pentru momentul capabil de referinţă corespunzător planşeului ortogonal din figura 12.1, *a* :

$$M_{k_1} = \frac{19\, q\, l_1 l_2^2}{\left[1 + \frac{l_2}{l_1}(k_1 + k_2) + 2\, k_3\right]}. \tag{12.8}$$

b) *Planşee casetate cu grinzi diagonale*

Pentru determinarea expresiei lucrului mecanic virtual L_M se numerotează capetele grinzilor distincte care sînt înclinate de sus în jos şi de la stînga spre dreapta, cu $1-1'$, $2-2'$, . . ., începînd cu grinda de colţ şi terminînd cu

grinda centrală, și se notează cu l_1 lungimea diviziunilor de pe laturile lungi, cu l_2 lungimea diviziunilor de pe laturile scurte ale planșeelor și cu $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$ lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic avînd catetele de lungimi l_1 și l_2, așa cum se arată în figura 12.2, *a* pentru planșeul diagonal cu 5 × 3 diviziuni.

Se alege ca moment capabil de referință momentul capabil corespunzător secțiunii critice a grinzii cu numărul de ordine cel mai mare, deci a grinzii centrale, în funcție de care se exprimă apoi momentele capabile corespunzătoare secțiunilor critice ale celorlalte grinzi ale rețelei. La planșeul din figura 12.2, *a*, momentul capabil de referință, notat cu M_{k4}, corespunde grinzii 4—4′, iar momentele capabile corespunzătoare grinzilor 1—1′, 2—2′ și 3—3′, notate cu M_{k1}, M_{k2} și M_{k3}, sînt date de relațiile (12.1).

Pentru o deplasare virtuală a mecanismului de cedare caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise în schema de cedare din figura 12.2, *b*, expresia lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale grinzilor este

$$L_M = -\left[8 M_{k1} \cdot \frac{1}{\frac{l_3}{2}} + 8 M_{k2} \cdot \frac{2}{\frac{2l_3}{2}} + 8 M_{k3} \cdot \frac{3}{\frac{3l_3}{2}} + 4 M_{k4} \cdot \frac{3}{\frac{3l_3}{2}}\right]$$

sau

$$L_M = -\frac{8 M_{k4}}{l_3}(1 + 2k_1 + 2k_2 + 2k_3). \tag{12.9}$$

Lucrul mecanic virtual L_q se determină cu relația (12.3), în care volumul deplasărilor virtuale V este de data aceasta fie o piramidă avînd ca bază suprafața planșeului și ca înălțime translația virtuală a articulației plastice a grinzii centrale, cînd numărul diviziunilor de pe lungimea planșeului este egal cu numărul diviziunilor de pe lățimea lui, fie o pană avînd ca bază suprafața planșeului și ca înălțime translația virtuală a articulației plastice a grinzii centrale, cînd numărul diviziunilor de pe lungimea planșeului este mai mare decît numărul diviziunilor de pe lățimea lui.

La planșeul diagonal cu 5 × 3 diviziuni din figura 12.2, *a*, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul în deplasarea virtuală caracterizată prin translațiile nodurilor rețelei de grinzi înscrise pe schema de cedare din figura 12.2, *b* este

$$L_q = \frac{3}{6}(2 \cdot 5l_1 + 2l_1) \cdot 3l_2 \cdot q = 18 q l_1 l_2. \tag{12.10}$$

Folosind relațiile (12.9) și (12.10), din ecuația generală de echilibru-limită (12.7) se obține următoare expresie pentru momentul capabil de referință corespunzător planșeului diagonal din figura 12.2, *a*:

$$M_{k4} = \frac{9 q l_1 l_2 l_3}{4(1 + 2k_1 + 2k_2 + 2k_3)}. \tag{12.11}$$

12.3. ÎNCĂRCĂRI ECHIVALENTE

Armarea completă a grinzilor unui planșeu casetat necesită trasarea, în prealabil, a diagramelor momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare corespunzătoare lor. Operația nu poate fi însă efectuată pe baza distribuției reale a încărcării pe suprafața planșeului, deoarece aceasta nu poate furniza mărimea

şi distribuţia încărcării care revine fiecărei grinzi în parte. De aceea, pentru a debloca această situaţie, se recurge, într-o primă etapă, la echivalarea încărcării distribuite uniform pe toată suprafaţa planşeului cu încărcări concentrate egale între ele, aplicate în nodurile reţelei de grinzi. Relaţia de echivalenţă se stabileşte din condiţia ca, pentru aceeaşi deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planşeului, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul, în distribuţia ei reală, să fie egal cu lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente aplicate concentrat în nodurile reţelei de grinzi.

a) *Planşee casetate cu grinzi ortogonale*

Pentru planşeul ortogonal cu 5 × 4 casete din figura 12.1, *a*, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul distribuită uniform pe suprafaţa planşeului, pentru deplasarea virtuală din figura 12.1, *b*, dată mecanismului de cedare al planşeului, este cel dat de relaţia (12.6).

Fie Q mărimea încărcării echivalente aplicate concentrat în unul dintre nodurile reţelei de grinzi. Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente pentru aceeaşi deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planşeului, notat cu L_Q, este

$$L_Q = (4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 4)Q = 24Q. \tag{12.12}$$

Din condiţia de egalitate a lucrurilor mecanice virtuale L_Q şi L_q se obţine pentru încărcarea echivalentă Q următoarea expresie, corespunzătoare planşeului considerat.

$$Q = \frac{19}{18} q l_1 l_2. \tag{12.13}$$

Observaţie. Relaţia (12.13) arată că încărcarea echivalentă aplicată într-un nod al reţelei de grinzi este *mai mare* decît încărcarea distribuită uniform aferentă nodului respectiv, a cărei mărime este $q l_1 l_2$. Această concluzie este generală pentru planşeele de tipul celui considerat, diferenţa menţionată fiind cu atît mai mare, cu cît este mai mic numărul de casete pe cele două direcţii ale planşeului.

b) *Planşeele casetate cu grinzi diagonale*

Pentru planşeul diagonal cu 5×3 diviziuni din figura 12.2, *a*, lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea de calcul distribuită uniform pe suprafaţa planşeului este cel dat de relaţia (12.10).

Mărimea încărcării echivalente aplicate concentrat în unul dintre nodurile reţelei de grinzi se notează tot cu Q. Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcările echivalente pentru aceeaşi deplasare virtuală dată mecanismului de cedare al planşeului, este

$$L_Q = (12 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 3 \cdot 3)Q = 37Q. \tag{12.14}$$

Din condiţia de egalitate a lucrurilor mecanice virtuale L_Q şi L_q se obţine pentru încărcarea echivalentă Q următoarea expresie, corespunzătoare planşeului considerat.

$$Q = \frac{18}{37} q l_1 l_2. \tag{12.15}$$

Observaţie. Relaţia (12.15) arată că încărcarea echivalentă aplicată într-un nod al reţelei de grinzi este *mai mică* decît încărcarea distribuită uniform aferentă nodului respectiv, a cărei mărime este $\frac{1}{2} q l_1 l_2$. Această concluzie este generală pentru planşeele de tipul celui considerat, diferenţa menţionată fiind cu atît mai mare, cu cît este mai mic numărul de diviziuni pe direcţiile lungimii şi lăţimii planşeelor.

12.4. FORȚE NODALE

O dată obținută mărimea încărcării echivalente Q, etapa următoare constă în determinarea, pentru fiecare nod al rețelei de grinzi, a celor două fracțiuni din încărcarea echivalentă care revine fiecăreia dintre cele două grinzi care se intersectează în nodul respectiv. Prin definiție, cele două fracțiuni în care se împarte încărcarea echivalentă la fiecare nod se denumesc *forțe nodale*.

Pentru determinarea mărimii forțelor nodale se folosesc :

— egalitatea, în fiecare nod al rețelei de grinzi, între suma celor două forțe nodale și încărcarea echivalentă ;

— egalitatea dintre momentul capabil al fiecărei grinzi, care acționează în articulația ei plastică, și momentul încovoietor calculat în secțiunea corespunzătoare articulației plastice în funcție de forțele nodale care acționează pe grinda respectivă.

Toate aceste ecuații se stabilesc ținîndu-se seama de cele două axe de simetrie ale planșeelor.

La planșeele ortogonale cu minimum 4 casete pe fiecare direcție, precum și la planșeele diagonale cu minimum 3 diviziuni pe fiecare direcție, numărul ecuațiilor distincte precizate mai înainte este mai mic decît numărul forțelor nodale care apar ca necunoscute. În consecință, pentru planșeele respective problema obținerii mărimilor forțelor nodale este nedeterminată din punct de vedere static.

Pentru eliminarea acestei nedeterminări se face apel la *teorema unicității încărcării de cedare* din Teoria plastică simplă a structurilor. Potrivit acestei teoreme, *dacă pentru structura care se calculează în domeniul plastic poate fi găsită o diagramă de momente care să satisfacă simultan condițiile de echilibru, de mecanism și de plasticitate, diagrama astfel găsită este singura compatibilă cu cele trei condiții ale calculului în domeniul plastic, iar încărcarea corespunzătoare acestei diagrame de momente este încărcarea efectivă de cedare a structurii* [2].

În conformitate cu această teoremă, forțelor nodale suplimentare li se pot da valori oarecare mai mici decît Q, cu condiția ca armarea efectivă a grinzilor rețelei să se facă pe baza diagramelor de eforturi trasate în raport cu soluția sistemului de ecuații care conține restul forțelor nodale ca necunoscute.

Observație. Problema obținerii forțelor nodale este static determinată dacă în stadiul de cedare se formează cel puțin o articulație plastică în fiecare nod distinct al rețelei de grinzi. De aici rezultă că fiecare nod distinct al rețelei de grinzi în care nu se formează o articulație plastică în stadiul de cedare introduce o nedeterminare statică în problema studiată.

Pe baza celor prezentate, forțele nodale corespunzătoare nodurilor în care nu se formează nici o articulație plastică în stadiul de cedare se iau, pentru simplitate, egale cu $\frac{Q}{2}$ pentru ambele tipuri de planșee.

a) *Planșee casetate cu grinzi ortogonale*

Fie $i-i$ una dintre grinzile de pe direcția laturilor lungi și $j-j$ una dintre grinzile de pe direcția laturilor scurte ale planșeelor. Forțele nodale aplicate pe aceste două grinzi în nodul format de intersecția lor se notează cu X_{ij} pentru grinda $i-i$ și cu X_{ji} pentru grinda $j-j$.

Astfel, forțele nodale la planșeul ortogonal cu 5 × 4 casete din figura 12.1, *a* sînt :

X_{13}, X_{14} — forțele nodale aplicate pe grinda 1—1, la intersecțiile ei cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

X_{23}, X_{24} — forțele nodale aplicate pe grinda 2—2, la intersecțiile ei cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

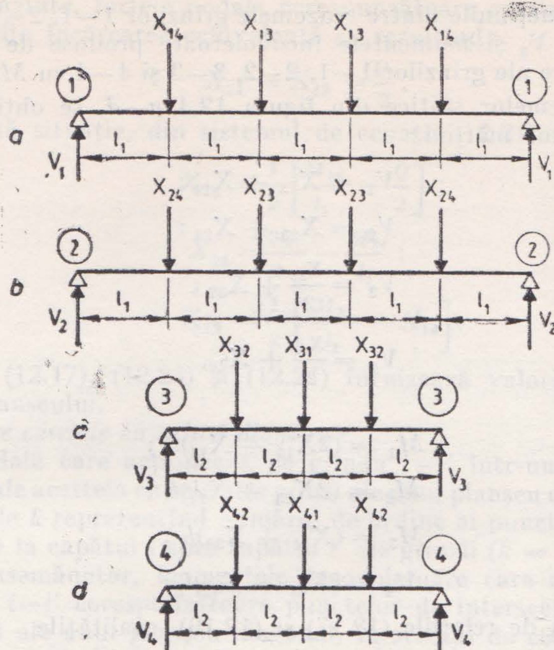


Fig. 12.4

X_{31}, X_{32} — forțele nodale aplicate pe grinda 3—3, la intersecțiile ei cu grinzile 1—1 și 2—2;

X_{41}, X_{42} — forțele nodale aplicate pe grinda 4—4, la intersecțiile ei cu grinzile 1—1 și 2—2.

Schemele statice ale celor patru grinzi distincte ale planșeului sînt prezentate în figura 12.4, *a—d*.

Între forțele nodale definite mai înainte există relațiile

$$X_{13} + X_{31} = Q;$$
$$X_{14} + X_{41} = Q; \quad (12.16)$$
$$X_{23} + X_{32} = Q;$$
$$X_{24} + X_{42} = Q.$$

Din aceste relații se fac următoarele explicitări:

$$X_{31} = Q - X_{13};$$
$$X_{41} = Q - X_{14}; \quad (12.17)$$
$$X_{32} = Q - X_{23};$$
$$X_{42} = Q - X_{24}.$$

Forțele nodale necunoscute sînt deci X_{13}, X_{14}, X_{23}, și X_{24} ele fiind în număr de patru. Pentru determinarea mărimii lor se folosesc egalitățile dintre momentele încovoietoare produse în secțiunile critice ale grinzilor de forțele nodale aplicate asupra acestora și momentele capabile ale acestor secțiuni.

Se notează reacțiunile dintre reazemele grinzilor 1—1, 2—2, 3—3 și 4—4 cu V_1, V_2, V_3 și V_4 și momentele încovoietoare produse de forțele nodale în secțiunile critice ale grinzilor 1—1, 2—2, 3—3 și 4—4 cu M_1, M_2, M_3, M_4.

Pe baza schemelor statice din figura 12.4 *a—d*, se obțin următoarele expresii ale acestor mărimi :

$$V_1 = X_{13} + X_{14}\,;$$
$$V_2 = X_{23} + X_{24}\,; \qquad (12.18)$$
$$V_3 = \frac{X_{31}}{2} + X_{32}\,;$$
$$V_4 = \frac{X_{41}}{2} + X_{42},$$

și

$$M_1 = (2X_{13} + X_{14})l_1\,;$$
$$M_2 = (2X_{23} + X_{24})l_1\,;$$
$$M_3 = (X_{31} + X_{32})l_2\,; \qquad (12.19)$$
$$M_4 = (X_{41} + X_{42})l_2.$$

Ținînd seama de relațiile (12.17) și (12.19), egalitățile

$$M_1 = M_{k1}\,;\; M_2 = M_{k2}\,; \qquad (12.20)$$
$$M_3 = M_{k3}\,;\; M_4 = M_{k4},$$

devin

$$2X_{13} + X_{14} = \frac{M_{k1}}{l_1}\,;$$

$$2X_{23} + X_{24} = \frac{M_{k3}}{l_1}\,; \qquad (12.21)$$

$$X_{13} + X_{23} = 2Q - \frac{M_{k3}}{l_2}\,;$$

$$X_{14} + X_{24} = 2Q - \frac{M_{k4}}{l_2}\,.$$

Dintre aceste patru ecuații numai trei sînt independente. Într-adevăr, dacă se înmulțesc cu -2 ecuația a treia și cu -1 ecuația a patra și dacă se adună apoi, membru cu membru, cele patru ecuații din grupul (12.21), se ajunge la eliminarea tuturor forțelor nodale, operația efectuată avînd ca rezultat obținerea relației

$$Q = \frac{1}{6}\left[\frac{M_{k1} + M_{k2}}{l_1} + \frac{M_{k3} + M_{k4}}{l_2}\right], \qquad (12.22)$$

care reprezintă forma explicită a ecuației de echilibru limită (12.7) al întregului planșeu.

Problema determinării mărimilor forțelor nodale, la planșeul considerat, este deci o dată static nedeterminată. Nodul care furnizează nedeterminarea statică este cel în care se intersectează grinzile 2—2 și 4—4, deoarece în dreptul acestui nod nu se formează nici o articulație plastică. Potrivit celor

expuse mai înainte, forțele nodale corespunzătoare acestui nod se iau egale cu jumătate din încărcarea echivalentă Q, rezultînd :

$$X_{24} = X_{42} = \frac{Q}{2}. \qquad (12.23)$$

În această situație, din sistemul de ecuații (12.21) se obține succesiv:

$$X_{23} = \frac{1}{2}\left[\frac{M_{k2}}{l_1} - \frac{Q}{2}\right];$$
$$X_{14} = \frac{3Q}{2} - \frac{M_{k4}}{l_2}; \qquad (12.24)$$
$$X_{13} = \frac{1}{2}\left[\frac{M_{k1}}{l_1} - X_{14}\right].$$

Relațiile (12.17), (12.23) și (12.24) furnizează valorile tuturor forțelor nodale ale planșeului.

b) *Planșee casetate cu grinzi diagonale*

Forța nodală care acționează pe grinda $i-i'$ într-unul dintre punctele de intersecție ale acesteia cu celelalte grinzi ale unui planșeu diagonal se notează cu X_{ik}, indicele k reprezentînd numărul de ordine al punctelor de intersecție, numerotate de la capătul i spre capătul i' ale grinzii ($k = 1, 2, \ldots$).

În mod asemănător, momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzii $i-i'$ corespunzătoare punctelor de intersecție ale acesteia cu celelalte grinzi ale unui planșeu diagonal, în stadiul de cedare al acestuia, se notează cu M_{ik}, indicele k avînd aceeași semnificație.

În sfîrșit, reacțiunile din reazemele i și i' ale grinzii $i-i'$ se notează cu V_i și V_i'.

Pentru prezentarea modului de determinare a forțelor nodale la planșeele cu grinzi diagonale, se face referință, din nou, la planșeul cu 5 × 3 diviziuni din figura 12.2, *a*, a cărui rețea este alcătuită din grinzile distincte $1-1'$, $2-2'$, $3-3'$ și $4-4'$. Schemele de calcul ale acestor grinzi, în care apar forțele nodale care acționează asupra lor, sînt prezentate în figura 12.5 *a–d*.

— *grinda 1 – 1'*

Reacțiunile V_1 și V_1' sînt

$$V_1 = V_1' = \frac{X_{11}}{2}. \qquad (12.25)$$

Forța nodală X_{11} se obține din egalitatea $M_{11} = M_{k1}$, deoarece în secțiunea 11 se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșeului.

$$M_{11} = \frac{X_{11} l_3}{4} \qquad (12.26)$$

și deci

$$X_{11} = \frac{4\,M_{k1}}{l_3}. \qquad (12.27)$$

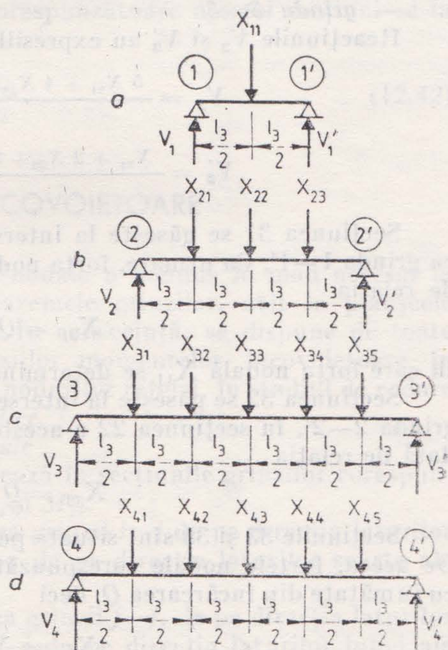


Fig. 12.5

— *grinda 2—2′*

Reacțiunile V_2 și V'_2 au expresiile

$$V_2 = \frac{3\,X_{21} + 2\,X_{22} + X_{23}}{4};$$

$$V'_2 = \frac{X_{21} + 2\,X_{22} + 3\,X_{23}}{4}. \qquad (12.28)$$

Secțiunea 21 se găsește pe una dintre axele de simetrie ale planșeului. Ca urmare, forța nodală corespunzătoare acestei secțiuni este egală cu jumătate din încărcarea Q, deci

$$X_{21} = \frac{Q}{2}. \qquad (12.29)$$

Forța nodală din dreptul secțiunii 23 este nedeterminată, deoarece în această secțiune nu se formează o articulație plastică în stadiul de cedare a planșeului. Potrivit celor expuse mai înainte, forțele nodale care acționează în dreptul unor astfel de secțiuni se iau egale cu jumătate din încărcarea Q, și deci

$$X_{23} = \frac{Q}{2}. \qquad (12.30)$$

Forța nodală din dreptul secțiunii 22 se obține din egalitatea $M_{22} = M_{k2}$, deoarece în această secțiune se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșeului.

$$M_{22} = V_2 l_3 - \frac{X_{21} l_3}{2} \qquad (12.31)$$

și deci

$$X_{22} = \frac{1}{2}\left[\frac{4\,M_{k2}}{l_3} - X_{21} - X_{23}\right] \qquad (12.32)$$

— *grinda 3—3′*

Reacțiunile V_3 și V'_3 au expresiile

$$V_3 = \frac{5\,X_{31} + 4\,X_{32} + 3\,X_{33} + 2\,X_{34} + X_{35}}{6};$$

$$V'_3 = \frac{X_{31} + 2\,X_{32} + 3\,X_{33} + 4\,X_{34} + 5\,X_{35}}{6}. \qquad (12.33)$$

Secțiunea 31 se găsește la intersecția grinzii 3—3′ cu o grindă identică cu grinda 1—1′. Ca urmare, forța nodală din dreptul acestei secțiuni este dată de relația

$$X_{31} = Q - X_{11}, \qquad (12.34)$$

în care forța nodală X_{11} se determină cu relația (12.27).

Secțiunea 32 se găsește la intersecția grinzii 3—3′ cu o grindă identică cu grinda 2—2′, în secțiunea 22 a acesteia. În consecință, forța nodală X_{32} este dată de relația

$$X_{32} = Q - X_{22}. \qquad (12.35)$$

Secțiunile 33 și 35 sînt situate pe cele două axe de simetrie ale planșeului. De aceea, forțele nodale corespunzătoare acestor două secțiuni se iau egale cu jumătate din încărcarea Q, deci

$$X_{33} = X_{35} = \frac{Q}{2}. \qquad (12.36)$$

Forța nodală din dreptul secțiunii 34 se obține din egalitatea $M_{33} = M_{k3}$, deoarece în secțiunea 33 se formează o articulație plastică în stadiul de cedare al planșeului.

$$M_{33} = \frac{3\, V_3 l_3}{2} - X_{31} l_3 - \frac{X_{32} l_3}{2} \qquad (12.37)$$

și deci

$$X_{34} = \frac{1}{2}\left[\frac{4\, M_{k3}}{l_3} - X_{31} - 2X_{32} - 3X_{33} - X_{35}\right]. \qquad (12.38)$$

— *grinda 4—4'*

Reacțiunile V_4 și V'_4 au expresiile

$$V_4 = \frac{5\, X_{41} + 4\, X_{42} + 3\, X_{43} + 2\, X_{44} + X_{45}}{6};$$
$$V'_4 = \frac{X_{41} + 2\, X_{42} + 3\, X_{43} + 4\, X_{44} + 5\, X_{45}}{6}. \qquad (12.39)$$

Secțiunile 41 și 45 se găsesc la intersecția grinzii 4—4' cu două grinzi identice cu grinda 2—2', în secțiunea 23 a acestora. Ca urmare, forțele nodale X_{41} și X_{45} sînt date de relațiile:

$$X_{41} = X_{45} = Q - X_{23}. \qquad (12.40)$$

Secțiunile 42 și 44 se găsesc la intersecția grinzii 4—4' cu două grinzi identice cu grinda 3—3', în secțiunea 34 a acestora. În consecință, forțele nodale X_{42} și X_{44} sînt date de relațiile

$$X_{42} = X_{44} = Q - X_{34}. \qquad (12.41)$$

În sfîrșit, secțiunea 43 este situată la intersecția celor două axe de simetrie ale planșeului. De aceea, forța nodală corespunzătoare acestei secțiuni se ia egală cu jumătate din încărcarea Q, deci

$$X_{43} = \frac{Q}{2}. \qquad (12.42)$$

12.5. MOMENTE ÎNCOVOIETOARE

Operația de determinare a forțelor nodale a condus în mod necesar la obținerea mărimilor reacțiunilor din reazemele grinzilor, atît la planșeele ortogonale cît și la planșeele diagonale. În consecință, se dispune de toate forțele necesare pentru stabilirea expresiilor momentelor încovoietoare în toate secțiunile grinzilor corespunzătoare nodurilor rețelei, în stadiul de cedare al planșeelor, denumite *secțiuni caracteristice*.

a) *Planșee casetate cu grinzi ortogonale*

Momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzilor corespunzătoare nodurilor rețelei se notează cu M_{ij} și M_{ji}.

Momentul M_{ij} acționează în secțiunea grinzii $i—i$ de pe direcția laturilor lungi, situată la intersecția cu grinda $j—j$ de pe direcția laturilor scurte ale planșeelor.

Momentul M_{ji} acționează în secțiunea grinzii $j—j$, de pe direcția laturilor scurte, situată la intersecția cu grinda $i—i$ de pe direcția laturilor lungi ale planșeelor.

Astfel, momentele încovoietoare în secțiunile caracteristice ale grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului ortogonal cu 5×4 casete (fig. 12.1, *a*), sînt :

M_{13}, M_{14} — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 1—1 situate la intersecțiile cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

M_{23}, M_{24} — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 2—2 situate la intersecțiile cu grinzile 3—3 și 4—4 ;

M_{31}, M_{32} — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 3—3 situate la intersecțiile cu grinzile 1—1 și 2—2 ;

M_{41}, M_{42} — momentele încovoietoare în secțiunile grinzii 4—4 situate la intersecțiile cu grinzile 1—1 și 2—2.

Pe baza schemelor statice ale grinzilor planșeului considerat, prezentate în figura 12.4, *a—d*, se obțin următoarele expresii ale momentelor încovoietoare definite mai înainte :

$$M_{13} = M_{k1} ; \; M_{14} = V_1 l_1 ;$$

$$M_{23} = M_{k2} ; \; M_{24} = V_2 l_1, \tag{12.43}$$

și

$$M_{31} = M_{k3} ; \; M_{32} = V_3 l_2 ; \tag{12.44}$$

$$M_{41} = M_{k4} ; \; M_{42} = V_4 l_2.$$

b) *Planșee casetate cu grinzi diagonale*

Momentele încovoietoare care acționează în secțiunile grinzii $i—i'$, situate la intersecțiile cu celelalte grinzi ale planșeului, se notează cu M_{ik}, indicele k reprezentînd numărul de ordine al punctelor de intersecție, numerotate de la capătul i spre capătul i' al grinzii ($k = 1, 2, \ldots$).

Considerînd planșeul diagonal cu 5×3 diviziuni (fig. 12.2 *a*), pe baza schemelor statice ale celor patru grinzi distincte care alcătuiesc rețeaua planșeului, prezentate în figura 12.5, se obțin următoarele expresii ale momentelor încovoietoare din secțiunile caracteristice ale acestor grinzi :

$$M_{11} = M_{k1} ; \; M_{21} = \frac{V_2 l_3}{2} ;$$

$$M_{22} = M_{k2} ; \; M_{23} = \frac{V_2' l_3}{2} ;$$

$$M_{31} = \frac{V_3 l_3}{2} ; \; M_{32} = \left(V_3 - \frac{X_{31}}{2}\right) l_3 ;$$

$$M_{33} = M_{k3} ; \; M_{34} = \left(V_3' - \frac{X_{35}}{2}\right) l_3 ; \tag{12.45}$$

$$M_{35} = \frac{V_3' l_3}{2} ; \; M_{41} = \frac{V_4 l_3}{2} ;$$

$$M_{42} = \left(V_4 - \frac{X_{41}}{2}\right) l_3 ; \; M_{43} = M_{k4}$$

$$M_{44} = \left(V_4' - \frac{X_{45}}{2}\right) l_3 ; \; M_{45} = \frac{V_4' l_3}{2} .$$

Observație. La ambele tipuri de planșee, diagramele forțelor tăietoare se trasează fără nici un fel de dificultate, pe baza reacțiunilor din rezemări și a forțelor nodale aplicate pe fiecare grindă.

12.6. EXEMPLE NUMERICE

Exemplul 1. Se consideră un planșeu casetat cu grinzi ortogonale avînd 5×4 casete pătrate de dimensiuni $l_1 = l_2 = 2$ m. Planșeul eset solicitat de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lui, a cărei intensitate de calcul este $q = 10$ kN/m^2. Schema generală de calcul a planșeului este prezentată în figura 12.1, *a*.

Coeficienții prin intermediul cărora se exprimă momentele capabile ale grinzilor 1—1, 2—2 și 3—3 în funcție de momentul capabil al grinzii 4—4 se iau cu valorile

$$k_1 = 1 \; ; \; k_2 = 0{,}75 \; ; \; k_3 = 1{,}25 \tag{12.46}$$

și relațiile (12.1) devin

$$M_{k1} = M_{k4} \; ; \; M_{k2} = 0{,}75 \, M_{k4} \; ; \; M_{k3} = 1{,}25 \, M_{k4}. \tag{12.47}$$

Mărimea momentului capabil de referință este dată de relația (12.8), care a fost stabilită pe baza schemei de cedare a planșeului reprezentată în figura 12.1, *b* :

$$M_{k4} = 96{,}51 \text{ kNm} \tag{12.48}$$

și din egalitățile (12.47) rezultă

$$M_{k1} = 96{,}51 \text{ kNm} \; ; \; M_{k2} = 73{,}38 \text{ kNm} \; ; \; M_{k3} = 120{,}63 \text{ kNm}. \tag{12.49}$$

Încărcarea echivalentă Q, aplicată în fiecare nod al rețelei de grinzi, se determină cu relația (12.13), valoarea ei fiind în acest caz :

$$Q = 42{,}22 \text{ kN}. \tag{12.50}$$

Mărimile forțelor nodale care solicită grinzile planșeului în conformitate cu schemele de calcul ale acestora reprezentate în figura 12.4 sînt date de relațiile (12.23), (12.24) și (12.17), ele fiind

$$\begin{aligned} X_{24} &= X_{42} = 21{,}11 \text{ kN} \; ; \\ X_{23} &= 7{,}79 \text{ kN} \; ; \; X_{14} = 15{,}08 \text{ kN} \; ; \\ X_{13} &= 16{,}59 \text{ kN} \; ; \; X_{31} = 25{,}63 \text{ kN} \; ; \\ X_{41} &= 27{,}14 \text{ kN} \; ; \; X_{32} = 34{,}43 \text{ kN}. \end{aligned} \tag{12.51}$$

Reacțiunile din reazemele grinzilor se calculează cu relațiile (12.18), care furnizează următoarele valori :

$$\begin{aligned} V_1 &= 31{,}67 \text{ kN} \; ; \; V_2 = 28{,}90 \text{ kN} \; ; \\ V_3 &= 47{,}25 \text{ kN} \; ; \; V_4 = 34{,}68 \text{ kN}. \end{aligned} \tag{12.52}$$

Momentele încovoietoare produse de forțele nodale în secțiunile corespunzătoare intersecțiilor fiecărei grinzi cu celelalte grinzi ale planșeului sînt date de egalitățile (12.43) și (12.44). Ele au următoarele valori :

$$M_{13} = 96{,}51 \text{ kNm} \; ; \; M_{14} = 63{,}34 \text{ kNm} \tag{12.53}$$

la grinda 1—1 ;

$$M_{23} = 73{,}38 \text{ kNm} \; ; \; M_{24} = 57{,}80 \text{ kNm} \tag{12.54}$$

la grinda 2—2 ;

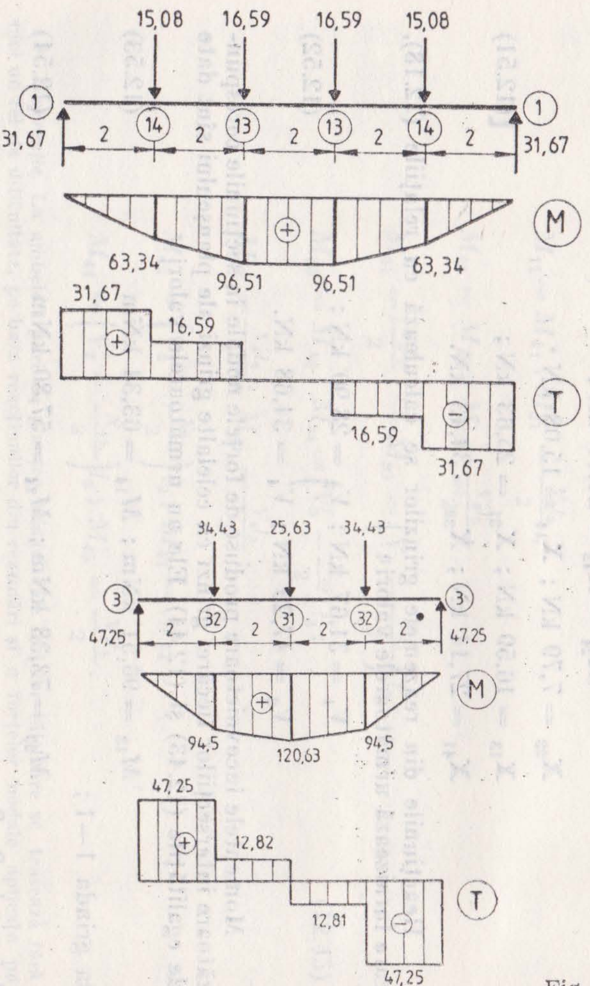


Fig. 12.6

Fig. 12.8

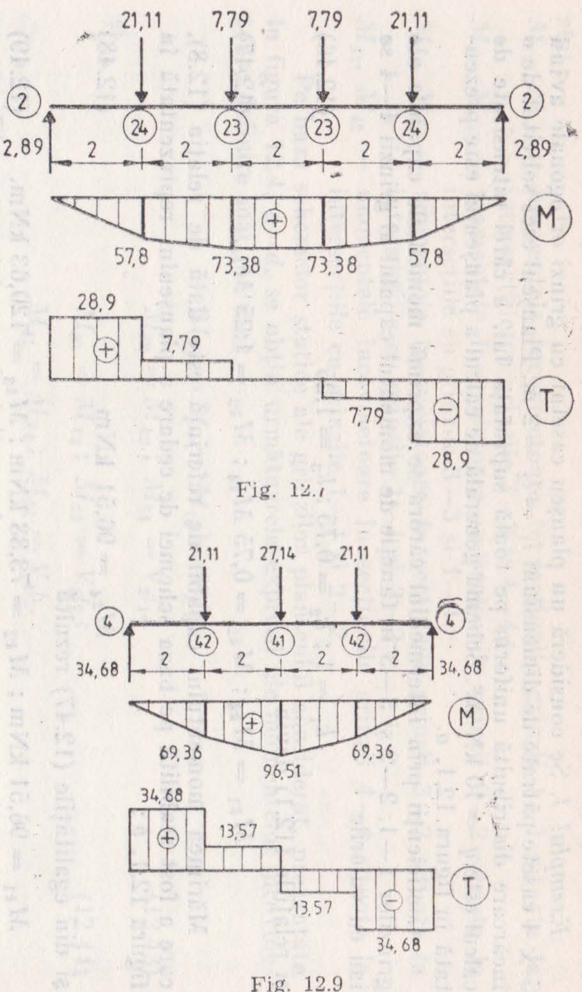


Fig. 12.7

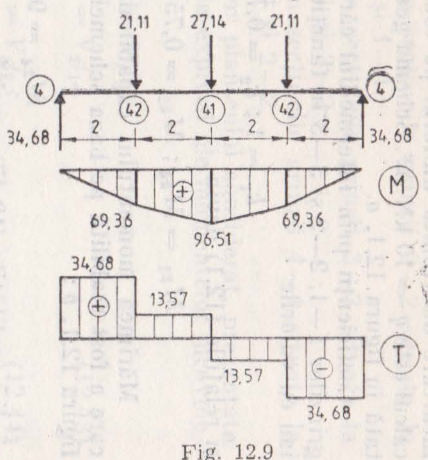


Fig. 12.9

$$M_{31} = 120,63 \text{ kNm} ; M_{32} = 94,50 \text{ kNm} \quad (12.55)$$

la grinda 3—3 ;

$$M_{41} = 96,51 \text{ kNm} ; M_{42} = 69,36 \text{ kNm} \quad (12.56)$$

la grinda 4—4.

Diagramele momentelor încovoietoare și ale forțelor tăietoare în stadiul de cedare, corespunzătoare celor patru grinzi caracteristice ale planșeului considerat, sînt trasate în figurile 12.6—12.9.

Exemplul 2. Se consideră un planșeu casetat cu grinzi diagonale avînd 5 × 3 diviziuni de dimensiuni $l_1 = l_2 = 2$ m. Planșeul este solicitat de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lui, a cărei intensitate de calcul este $q = 10$ kN/m². Schema generală de calcul a planșeului este prezentată în figura 12.2, *a*.

Coeficienții prin intermediul cărora se exprimă momentele capabile ale grinzilor 1—1′, 2—2′ și 3—3′ în funcție de momentul capabil al grinzii 4—4′ se iau cu valorile

$$k_1 = 0,5 ; \ k_2 = 0,75 ; \ k_3 = 1 \quad (12.57)$$

și relațiile (12.1) devin

$$M_{k1} = 0,5 \, M_{k4} ; \, M_{k2} = 0,75 \, M_{k4} ; \, M_{k3} = M_{k4}. \quad (12.58)$$

Mărimea momentului capabil de referință este dată de relația (12.11), care a fost stabilită pe baza schemei de cedare a planșeului, reprezentată în figura 12.2, *b*, în care $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = 2,83$ m, ea fiind

$$M_{k4} = 46,31 \text{ kNm}. \quad (12.59)$$

Din egalitățile (12.58) rezultă

$$M_{k1} = 23,15 \text{ kNm} ; M_{k2} = 34,73 \text{ kNm} ; M_{k3} = 46,31 \text{ kNm}. \quad (12.60)$$

Încărcarea echivalentă Q, aplicată în fiecare nod al rețelei de grinzi se determină cu relația (12.15), valoarea ei fiind în acest caz

$$Q = 19,46 \text{ kN}. \quad (12.61)$$

Mărimile forțelor nodale care solicită grinzile planșeului în conformitate cu schemele de calcul ale acestora reprezentate în figura 12.5, sînt date de relațiile (12.27), (12.29), (12.30), (12.32), (12.34)—(12.36), (12.38) și (12.40)—(12.42), ele fiind

$$\begin{aligned} X_{11} &= 32,72 \text{ kN} ; & X_{21} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{23} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{22} &= 14,81 \text{ kN} ; \\ X_{31} &= -13,26 \text{ kN} ; & X_{32} &= 4,65 \text{ kN} ; \\ X_{33} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{35} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{34} &= 15,25 \text{ kN} ; & X_{41} &= 9,73 \text{ kN} ; \\ X_{45} &= 9,73 \text{ kN} ; & X_{42} &= 4,21 \text{ kN} ; \\ X_{44} &= 4,21 \text{ kN} ; & X_{43} &= 9,73 \text{ kN}. \end{aligned} \quad (12.62)$$

Reacțiunile din reazemele grinzilor se calculează cu relațiile (12.25), (12.28), (12.33) și (12.39), care furnizează următoarele valori:

$$V_1 = 16{,}36 \text{ kN} ; \ V_1' = 16{,}36 \text{ kN} ;$$
$$V_2 = 17{,}14 \text{ kN} ; \ V_2' = 17{,}14 \text{ kN} ; \quad (12.63)$$
$$V_3 = 3{,}62 \text{ kN} ; \ V_3' = 22{,}48 \text{ kN} ;$$
$$V_4 = 18{,}81 \text{ kN} ; \ V_4' = 18{,}81 \text{ kN}.$$

Momentele încovoietoare produse de forțele nodale în secțiunile corespunzătoare intersecțiilor fiecărei grinzi cu celelalte grinzi ale planșeului sînt date de egalitățile (12.45). Ele au următoarele valori:

$$M_{11} = 23{,}15 \text{ kNm} ; \ M_{21} = 24{,}25 \text{ kNm} ;$$
$$M_{22} = 34{,}73 \text{ kNm} ; \ M_{23} = -24{,}25 \text{ kNm} ;$$
$$M_{31} = 5{,}12 \text{ kNm} ; \ M_{32} = -29{,}01 \text{ kNm} ;$$
$$M_{33} = 46{,}31 \text{ kNm} ; \ M_{34} = 49{,}85 \text{ kNm} ; \quad (12.64)$$
$$M_{35} = 31{,}81 \text{ kNm} ; \ M_{41} = 26{,}62 \text{ kNm} ;$$
$$M_{42} = 39{,}46 \text{ kNm} ; \ M_{43} = 46{,}31 \text{ kNm} ;$$
$$M_{44} = 39{,}46 \text{ kNm} ; \ M_{45} = 26{,}62 \text{ kNm}.$$

Observație. Conform teoremei unicității încărcării de cedare din teoria plastică simplă a structurilor, deși pentru momentul încovoietor M_{34} a rezultat o valoare mai mare decît cea a momentului capabil M_{k3}, totuși schema de cedare a planșeului nu se modifică și deci rezultatele obținute rămîn neschimbate dacă secțiunea 34 se armează astfel încît ca să suporte un moment încovoietor cel puțin egal cu momentul M_{34}.

Diagramele momentelor încovoietoare și forțelor tăietoare corespunzătoare celor patru grinzi caracteristice ale planșeului considerat sînt trasate în figurile 12.10–12.13.

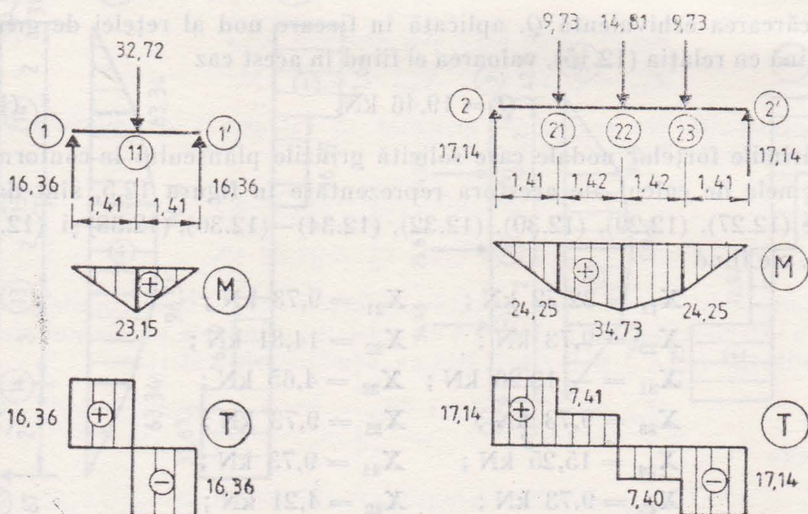


Fig. 12.10 Fig. 12.11

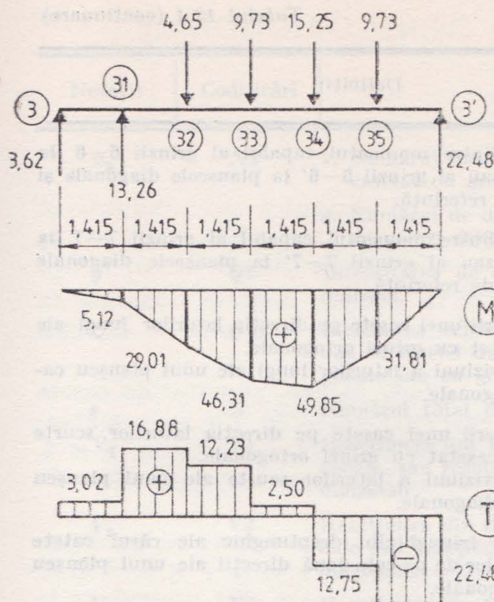


Fig. 12.12

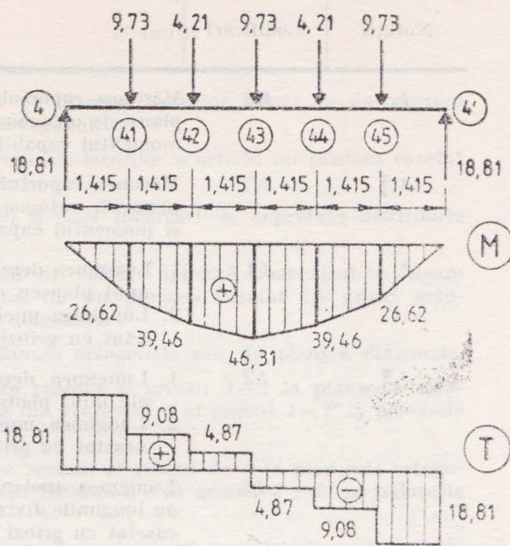


Fig. 12.13

12.7. NOTAȚII

Notațiile folosite în studiul comportării plastice a planșeelor casetate cu grinzi ortogonale și a planșeelor casetate cu grinzi diagonale din cuprinsul acestui volum, precum și în construirea organigramelor și elaborarea programelor de calcul automat corespunzătoare acestora, sînt prezentate alfabetic, codificate și definite în tabelul 12.1.

Tabelul 12.1

Notații	Codificări	Definiții
i	I	Numărul de ordine al unui planșeu casetat.
k_1	K1	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 1—1 la planșeele ortogonale sau al grinzii 1—1′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
k_2	K2	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 2—2 la planșeele ortogonale sau al grinzii 2—2′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
k_3	K3	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 3—3 la planșeele ortogonale sau al grinzii 3—3′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
k_4	K4	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 4—4 la planșeele ortogonale sau al grinzii 4—4′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
k_5	K5	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 5—5 la planșeele ortogonale sau al grinzii 5—5′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.

Tabelul 12.1 (continuare)

Notații	Codificări	Definiții
k_6	*K*6	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 6 – 6 la planșeele ortogonale sau al grinzii 6 – 6′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
k_7	*K*7	Mărimea raportului dintre momentul capabil al grinzii 7 – 7 la planșeele ortogonale sau al grinzii 7 – 7′ la planșeele diagonale și momentul capabil de referință.
l_1	*L*1	1. Lungimea deschiderii unei casete pe direcția laturilor lungi ale unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Lungimea unei diviziuni a laturilor lungi ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
l_2	*L*2	1. Lungimea deschiderii unei casete pe direcția laturilor scurte ale unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Lungimea unei diviziuni a laturilor scurte ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
l_3	*L*3	Lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic ale cărui catete au lungimile diviziunilor de pe cele două direcții ale unui planșeu casetat cu grinzi diagonale.
l_0	*L*∅	$l_0 = \frac{l_2}{l_1}$. (*EP*-32-01, *EP*-32-02).
M_{k0}	*M*∅	Momentul capabil de referință, egal cu momentul capabil al grinzii cu numărul de ordine cel mai mare.
M_{k1}	*M*1	Momentul capabil al grinzii *1 – 1* la planșeele ortogonale sau a grinzii *1 – 1′* la planșeele diagonale.
M_{k2}	*M*2	Momentul capabil al grinzii *2 – 2* la planșeele ortogonale sau al grinzii *2 – 2′* la planșeele diagonale.
M_{k3}	*M*3	Momentul capabil al grinzii *3 – 3* la planșeele ortogonale sau al grinzii *3 – 3′* la planșeele diagonale.
M_{k4}	*M*4	Momentul capabil al grinzii *4 – 4* la planșeele ortogonale sau al grinzii *4 – 4′* la planșeele diagonale.
M_{k5}	*M*5	Momentul capabil al grinzii *5 – 5* la planșeele ortogonale sau al grinzii *5 – 5′* la planșeele diagonale.
M_{k6}	*M*6	Momentul capabil al grinzii *6 – 6* la planșeele ortogonale sau al grinzii *6 – 6′* la planșeele diagonale.
M_{k7}	*M*7	Momentul capabil al grinzii *7 – 7* la planșeele ortogonale sau al grinzii *7 – 7′* la planșeele diagonale.
M_{k8}	*M*8	Momentul capabil al grinzii *8 – 8* la planșeele ortogonale sau al grinzii *8 – 8′* la planșeele diagonale.
M_{ij}	*M*(*I*, *J*)	1. Momentul încovoietor în grinda *i—i* a unui planșeu casetat cu grinzi ortogonale la intersecția ei cu grinda *j—j*, ($i = 1, 2 \ldots; j = 1, 2 \ldots; i \neq j$). 2. Momentul încovoietor în grinda *i—i′* a unui planșeu casetat cu grinzi diagonale în punctul de diviziune *ij* ($i = 1, 2 \ldots; j = 1, 2 \ldots$).
n_1	*N*1	1. Numărul casetelor pe direcția laturilor lungi la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Numărul de diviziuni ale laturilor lungi la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.

Tabelul 12.1 (continuare)

Notații	Codificări	Definiții
n_2	N2	1. Numărul casetelor pe direcția laturilor scurte la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Numărul de diviziuni ale laturilor scurte la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.
q	Q1	Intensitatea de calcul a unei încărcări de suprafață distribuite uniform.
Q	QØ	Încărcarea echivalentă de calcul aplicată concentrat în fiecare nod al rețelei de grinzi la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale sau cu grinzi diagonale.
s	S	Numărul total de planșee ortogonale sau de planșee diagonale.
V_1	V1	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *1—1* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *1* al grinzii *1—1'* la planșeele diagonale.
V_2	V2	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *2—2* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *2* al grinzii *2—2'* la planșeele diagonale.
V_3	V3	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *3—3* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *3* al grinzii *3—3'* la planșeele diagonale.
V_4	V4	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *4—4* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *4* al grinzii *4—4'* la planșeele diagonale.
V_5	V5	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *5—5* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *5* al grinzii *5—5'* la planșeele diagonale.
V_6	V6	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *6—6* la planșeele ortogonale sau reacțiune din reazemul *6* al grinzii *6—6'* la planșeele diagonale.
V_7	V7	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *7—7* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *7* al grinzii *7—7'* la planșeele diagonale.
V_8	V8	Reacțiunea din fiecare reazem al grinzii *8—8* la planșeele ortogonale sau reacțiunea din reazemul *8* al grinzii *8—8'* la planșeele diagonale.
V'_1	W1	Reacțiunea din reazemul *1'* al grinzii *1—1'* la planșeele diagonale.
V'_2	W2	Reacțiunea din reazemul *2'* al grinzii *2—2'* la planșeele diagonale.
V'_3	W3	Reacțiunea din reazemul *3'* al grinzii *3—3'* la planșeele diagonale.
V'_4	W4	Reacțiunea din reazemul *4'* al grinzii *4—4'* la planșeele diagonale.
V'_5	W5	Reacțiunea din reazemul *5'* al grinzii *5—5'* la planșeele diagonale.
V'_6	W6	Reacțiunea din reazemul *6'* al grinzii *6—6'* la planșeele diagonale.
V'_7	W7	Reacțiunea din reazemul *7'* al grinzii *7—7'* la planșeele diagonale.
V'_8	W8	Reacțiunea din reazemul *8'* al grinzii *8—8'* la planșeele diagonale.
X_{ij}	X(I, J)	1. Forța nodală aplicată pe grinda *i—i* în punctul de intersecție cu grinda *j—j* de pe cealaltă direcție, la un planșeu casetat cu grinzi ortogonale. 2. Forța nodală aplicată pe grinda *i—i'* în punctul de diviziune *ij*, la un planșeu casetat cu grinzi diagonale.

13. PLANȘEE CASETATE CU GRINZI ORTOGONALE

13.1. CARACTERISTICI DE ALCĂTUIRE

Planșeele casetate cu grinzi ortogonale se identifică prin indicativul $n_1 \times n_2$, in care n_1 este numărul de casete pe direcția laturilor lungi iar n_2 este numărul de casete pe direcția laturilor scurte ale planșeelor ($n_1 \geqslant n_2$).

În această lucrare sînt considerate 20 de planșee casetate, separate în două grupuri notate cu I și II, în funcție de numărul de casete de pe direcția laturii scurte.

Grupul I cuprinde 12 planșee mici și mijlocii, la care numărul de casete pe direcția laturilor scurte este cel mult egal cu 5, ($n_2 \leqslant 5$). Ele au următoarele indicative: 2 × 2, 3 × 2, 3 × 3, 4 × 3, 5 × 3, 4 × 4, 5 × 4, 6 × 4, 5 × 5, 6 × 5, 7 × 5 și 8 × 5. Schemele acestor planșee sînt prezentate în figurile 13.1—13.4.

Grupul II cuprinde 8 planșee mari, la care numărul de casete de pe direcția laturilor scurte este 6 sau 7. Ele au indicativele: 6 × 6, 7 × 6, 8 × 6, 7 × 7, 8 × 7, 9 × 7 și 10 × 7. Schemele acestor planșee sînt prezentate în figurile 13.5 și 13.6.

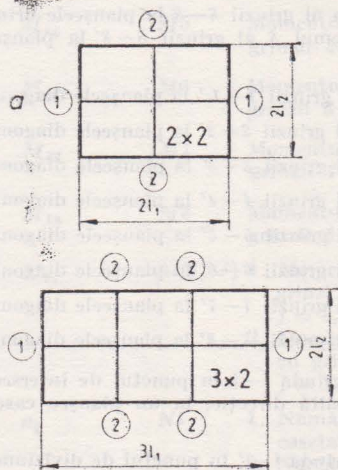


Fig. 13.1

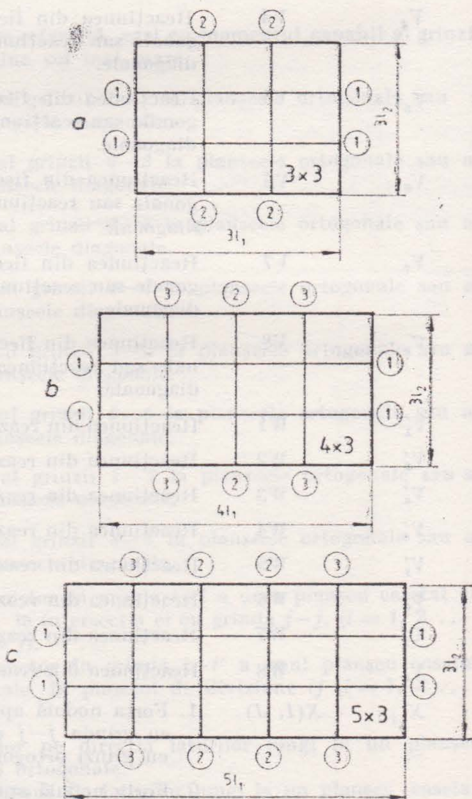


Fig. 13.2

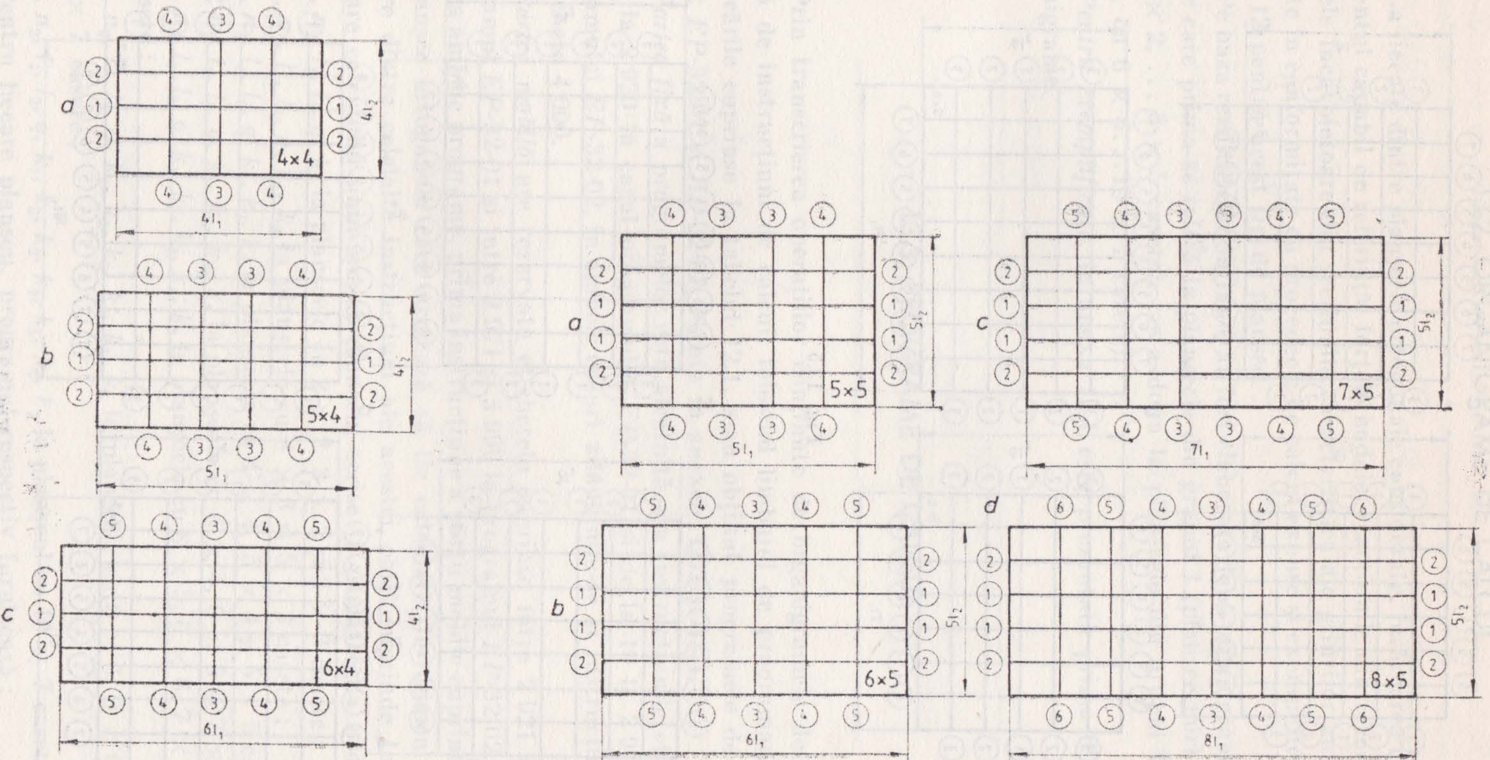


Fig. 13.3

Fig. 13.4

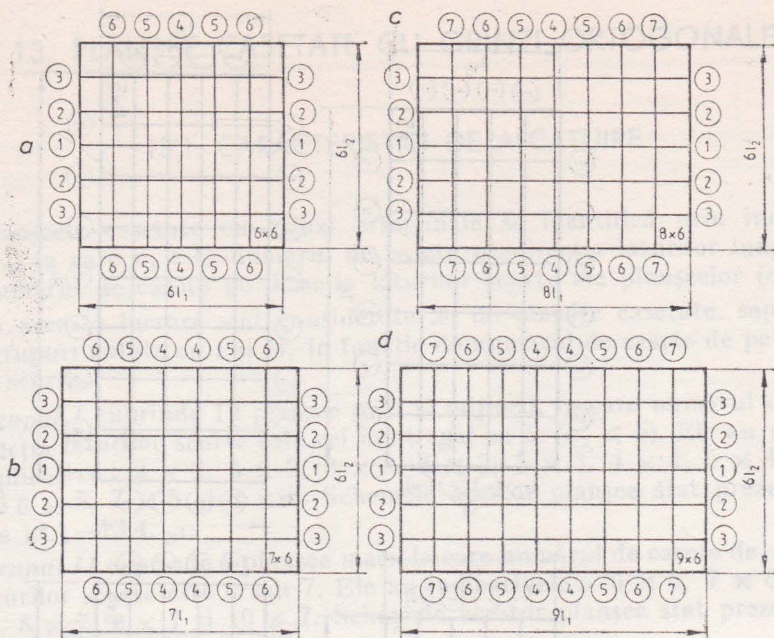


Fig. 13.5

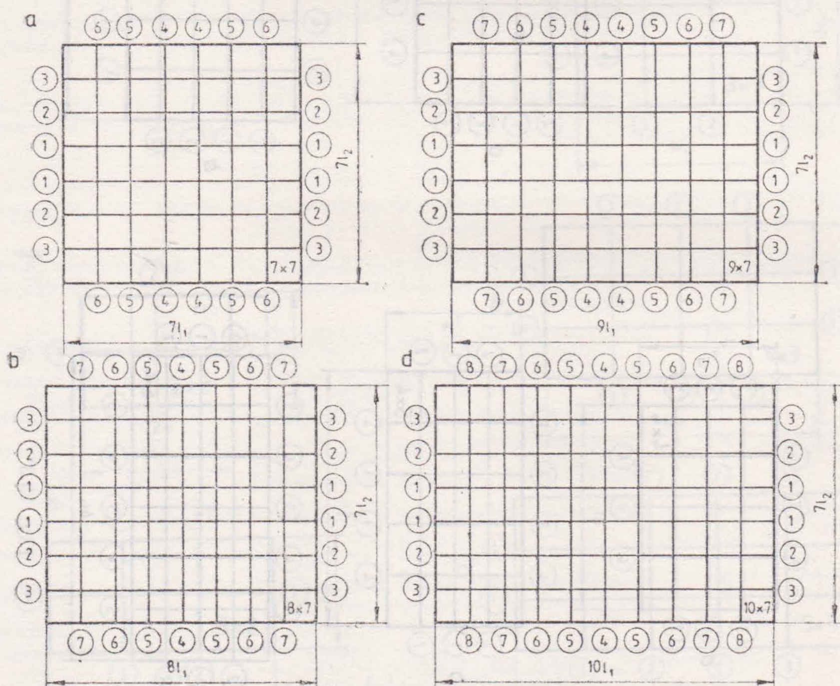


Fig. 13.6

13.2. ORGANIGRAME DE CALCUL

La fiecare dintre planșeele ortogonale considerate, încărcarea echivalentă, momentul capabil de referință, forțele nodale, reacțiunile din rezemări și momentele încovoietoare din secțiunile caracteristice ale grinzilor au fost determinate în conformitate cu procedeele de calcul expuse și exemplificate în capitolul 12 pentru acest tip de planșee.

Pe baza rezultatelor obținute au fost elaborate două organigrame de calcul, dintre care prima se referă la planșeele din grupul I (planșee mici și mijlocii, cu $2 \times 2, \ldots 8 \times 5$ casete), iar a doua la planșeele din grupul II (planșee mari, cu $6 \times 6 \ldots 10 \times 7$ casete).

Pentru exemplificare, în anexa 13.1 este prezentată prima dintre aceste organigrame.

13.3. PROGRAME DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigramele de calcul sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind limbajul de programare BASIC și codificările cuprinse în tabelul 12.1, s-au obținut programele de calcul automat *EP*-32-01 și *EP*-32-02, listate în anexele 13.2 și 13.4.

Partea fixă a programelor este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2 920 în cazul programului *EP*-32-01 și de la 10 la 2 970 în cazul programului *EP*-32-02, în ambele cazuri adăugîndu-se și instrucțiunea END cu eticheta 4 000.

Partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 2 921 și 3 999 la programul *EP*-32-01 și între 2 971 și 3 999 la programul *EP*-32-02.

La ambele programe, prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de planșee ortogonale care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unui singur planșeu, scrise în următoarea ordine :

— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1$ la planșeele cu 2×2, 3×2 și 3×3 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2$ la planșeele cu 4×3 și 5×3 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3$ la planșeele cu 4×4, 5×4 și 5×5 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4$ la planșeele cu 6×4, 6×5 și 7×5 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$ la planșeele cu 8×5, 6×6, 7×6 și 7×7 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ la planșeele cu 8×6, 9×6, 8×7 și 9×7 casete ;
— $n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7$ la planșeul cu 10×7 casete.

Pentru fiecare planșeu, programul respectiv furnizează :

— valorile momentelor încovoietoare care acționează în secțiunile grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului, situate în dreptul nodurilor rețelei ;

— mărimile forțelor nodale care acționează pe fiecare grindă a rețelei, în dreptul nodurilor acesteia ;

— mărimile reacțiunilor din reazemele grinzilor care alcătuiesc rețeaua planșeului.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m^2 pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, primul program a fost aplicat unui număr de 3 planșee, iar cel de al doilea program a fost aplicat unui singur planșeu, caracteristicile de calcul ale acestora fiind date în tabelul 13.1.

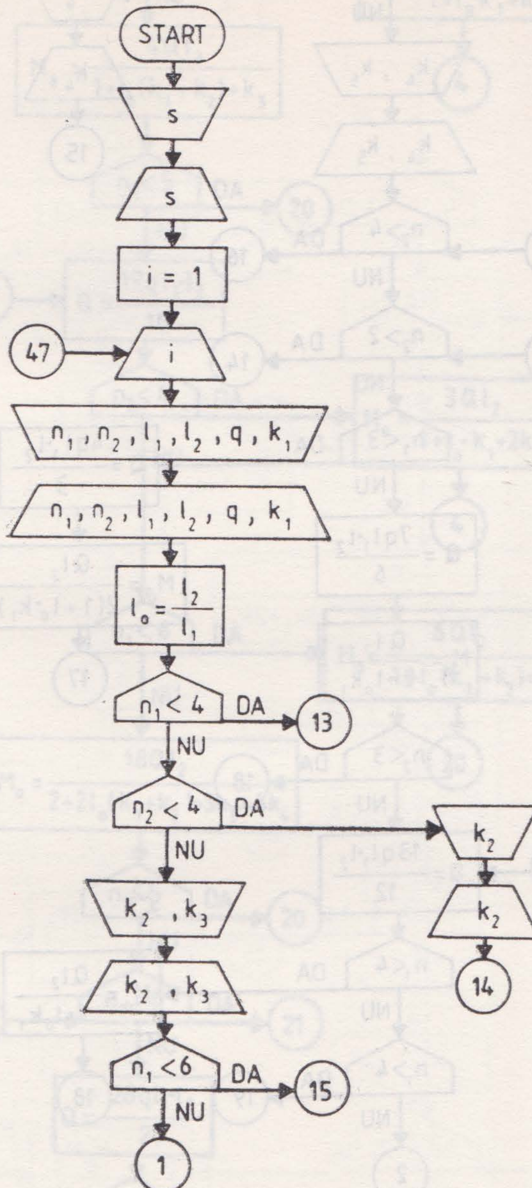
Tabelul 13.1

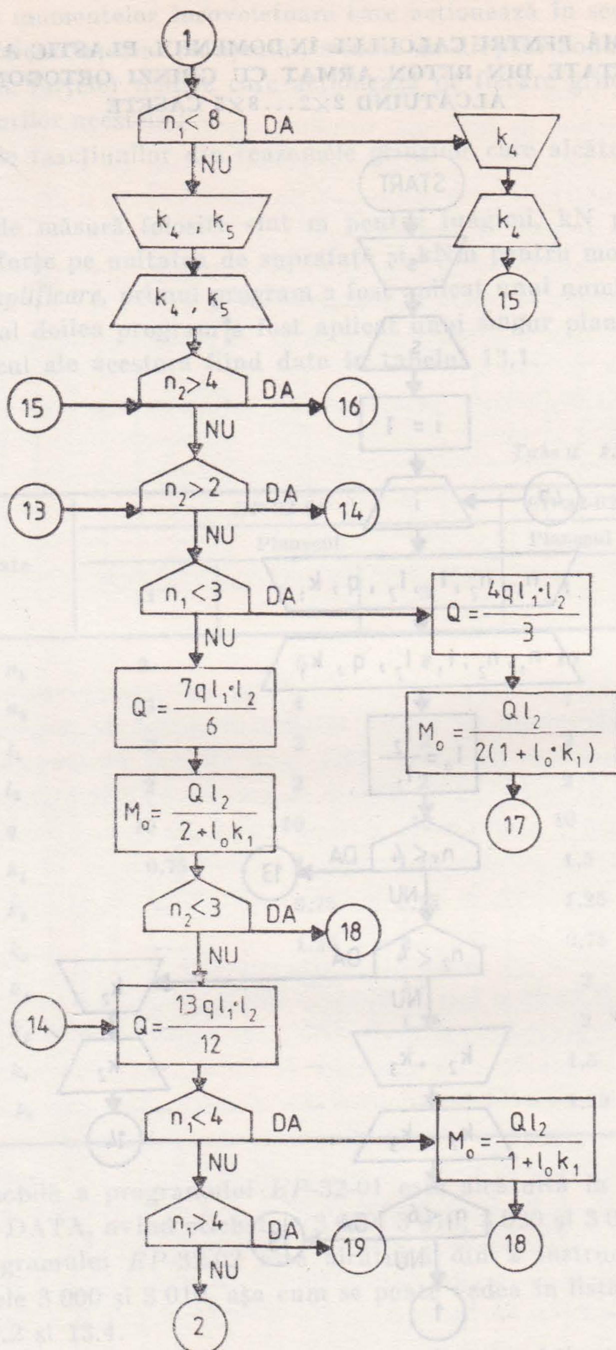
Date	*EP*-32-01			*EP*-32-02
	Planșeul			Planșeul
	1	2	3	1
n_1	3	5	8	10
n_2	3	4	5	7
l_1	3	2	2	2
l_2	2	2	2	2
q	10	10	10	10
k_1	0,75	1	1,25	1,5
k_2	—	0,75	0,75	1,25
k_3	—	1,25	2	0,75
k_4	—	—	1,5	2
k_5	—	—	1,25	2
k_6	—	—	—	1,5
k_7	—	—	—	1,25

Partea mobilă a programului *EP*-32-01 este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3 000, 3 010, 3 020 și 3 030, iar partea mobilă a programului *EP*-32-02 este alcătuită din 2 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3 000 și 3 010, așa cum se poate vedea în listările conținute de anexele 13.2 și 13.4.

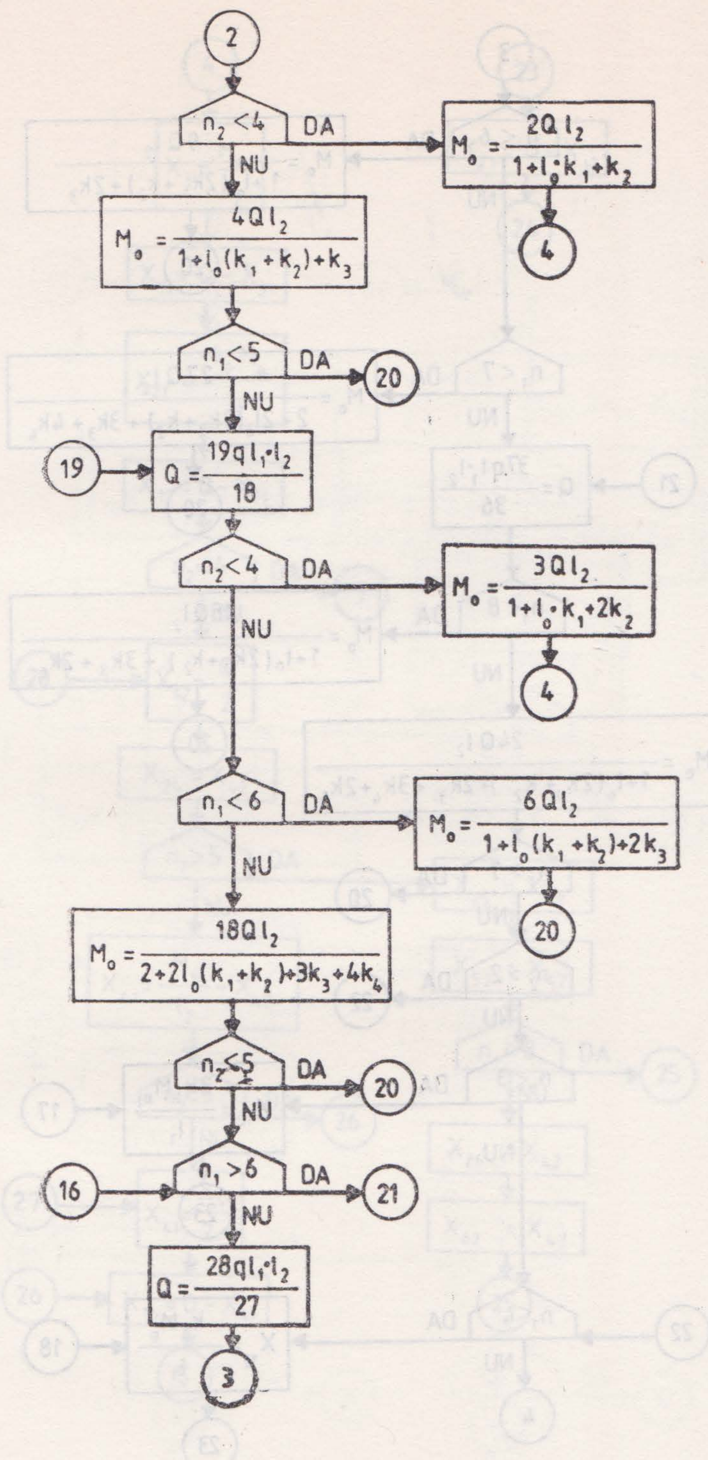
În anexele 13.3 și 13.5 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programelor de calcul pentru cele 4 planșee considerate.

ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLANȘELOR CASETATE DIN BETON ARMAT CU GRINZI ORTOGONALE, ALCĂTUIND 2×2 ... 8×5 CASETE

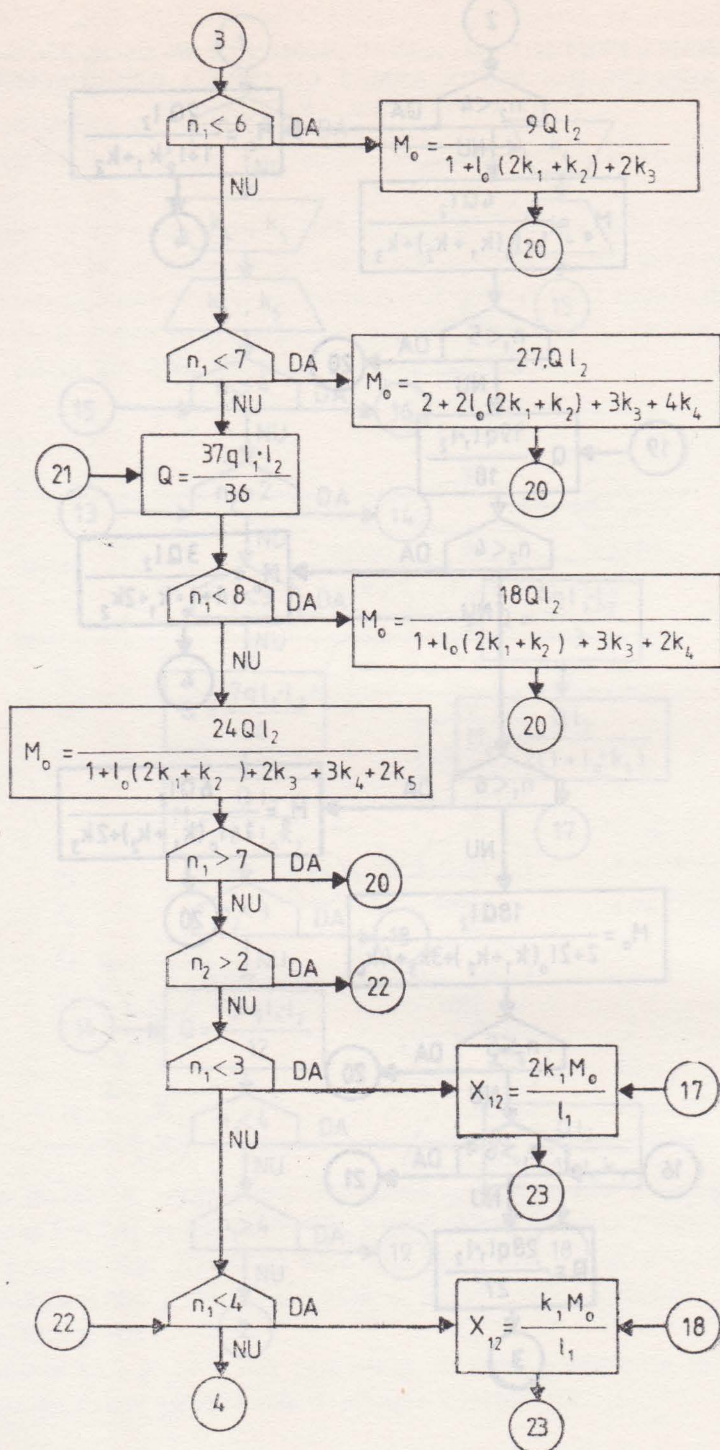


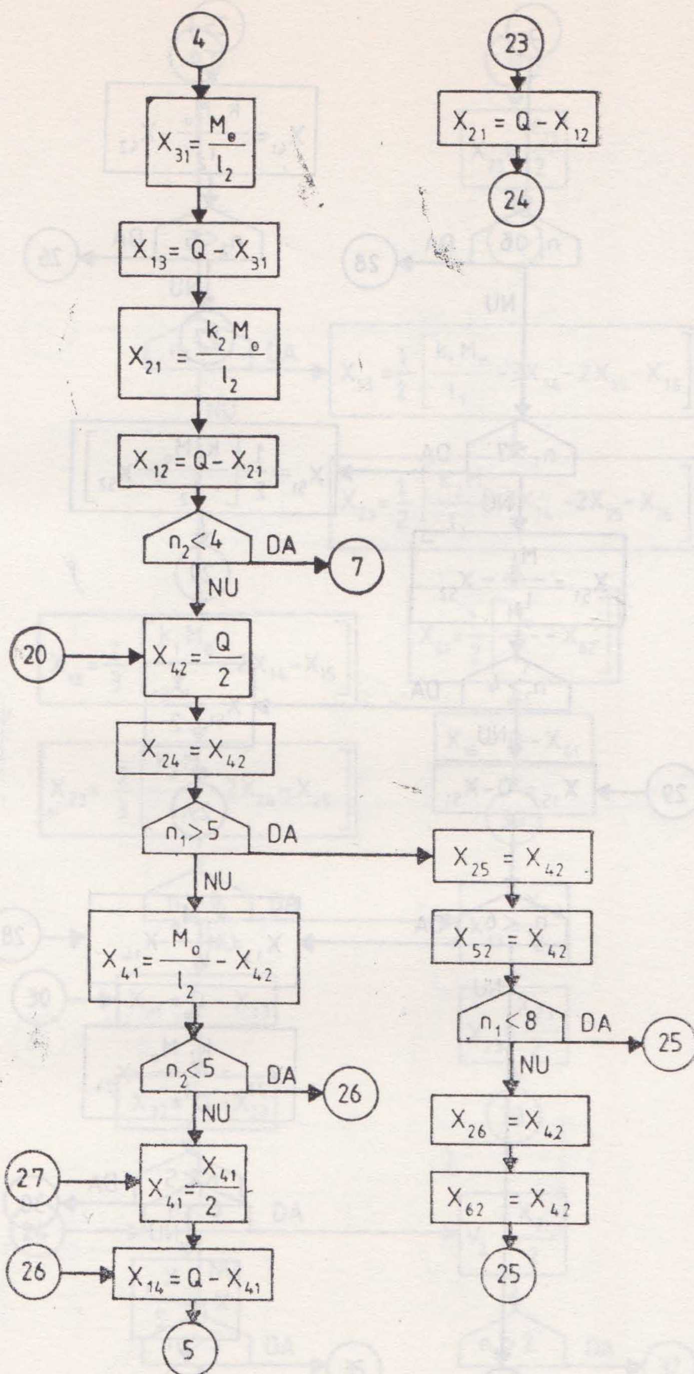


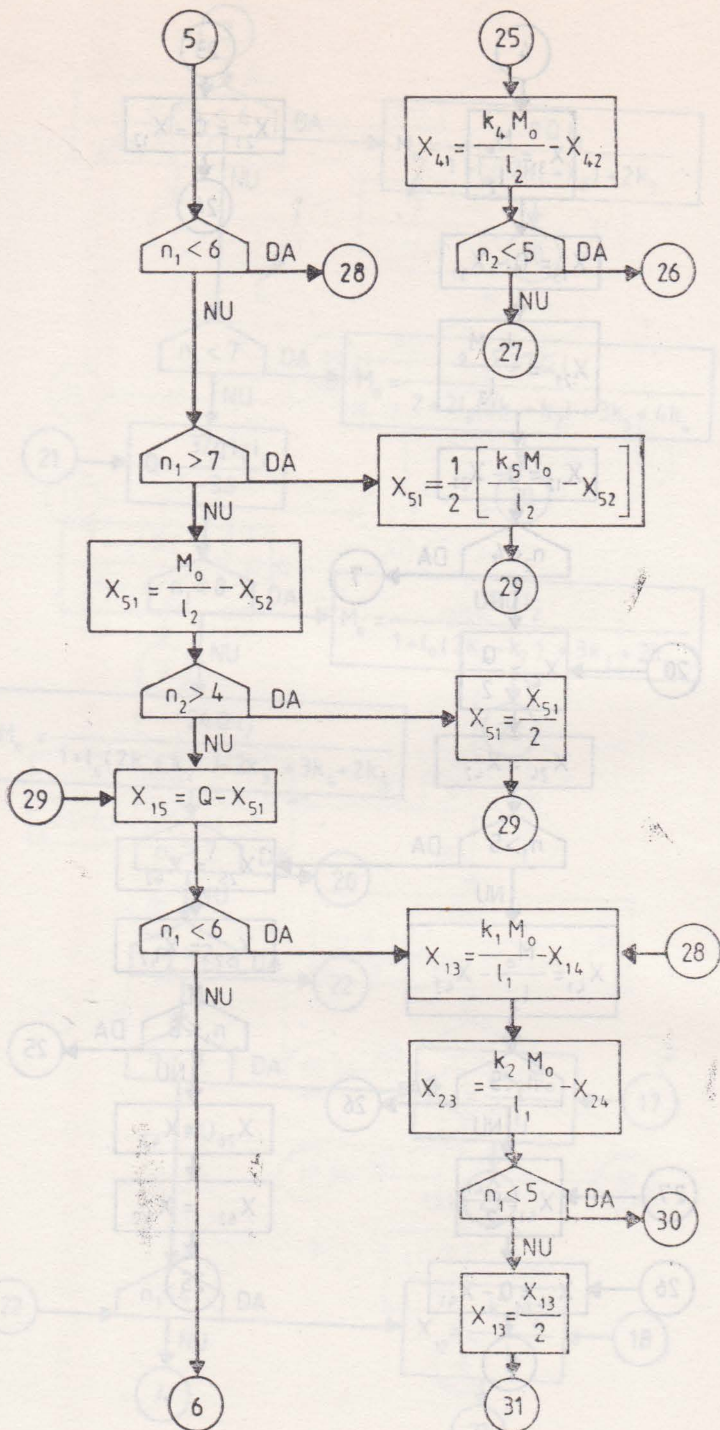
1
n1 < 8
DA
NU
k4
k4
15
k4 , k5
k4 , k5
n2 > 4
DA
15
16
NU
n2 > 2
DA
13
14
NU
n1 < 3
DA
Q = 4q l1·l2 / 3
NU
Q = 7q l1·l2 / 6
Mo = Q l2 / 2(1 + lo·k1)
Mo = Q l2 / 2 + lo k1
17
n2 < 3
DA
18
NU
14
Q = 13 q l1·l2 / 12
n1 < 4
DA
Mo = Q l2 / 1 + lo k1
NU
n1 > 4
DA
19
18
NU
2

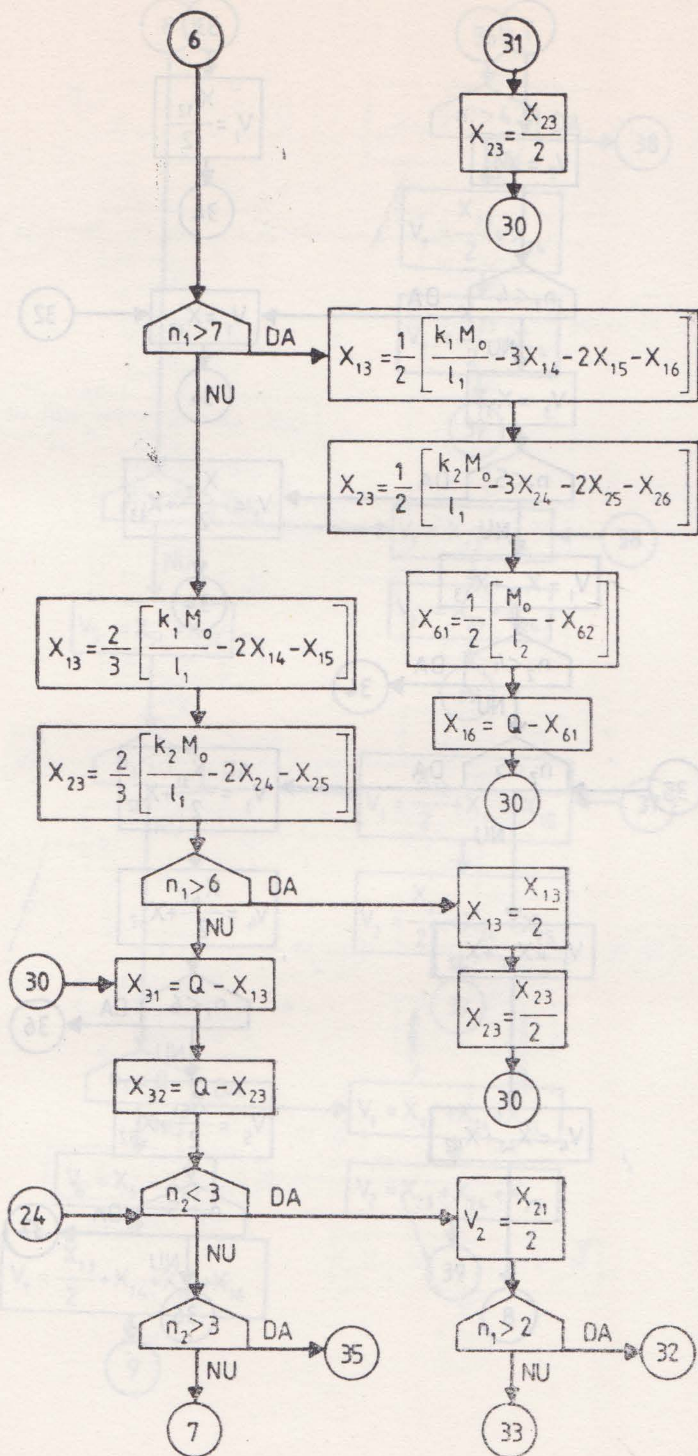


2
n2 <4
DA
NU
Mo = 2Q l2 / 1+l0·k1+k2
4
Mo = 4Q l2 / 1+l0(k1+k2)+k3
n1<5
DA
20
NU
19
Q = 19q l1·l2 / 18
n2<4
DA
NU
Mo = 3Q l2 / 1+l0·k1+2k2
4
n1<6
DA
NU
Mo = 6Q l2 / 1+l0(k1+k2)+2k3
20
Mo = 18Q l2 / 2+2l0(k1+k2)+3k3+4k4
n2<5
DA
20
NU
16
n1 >6
DA
21
NU
Q = 28q l1·l2 / 27
3

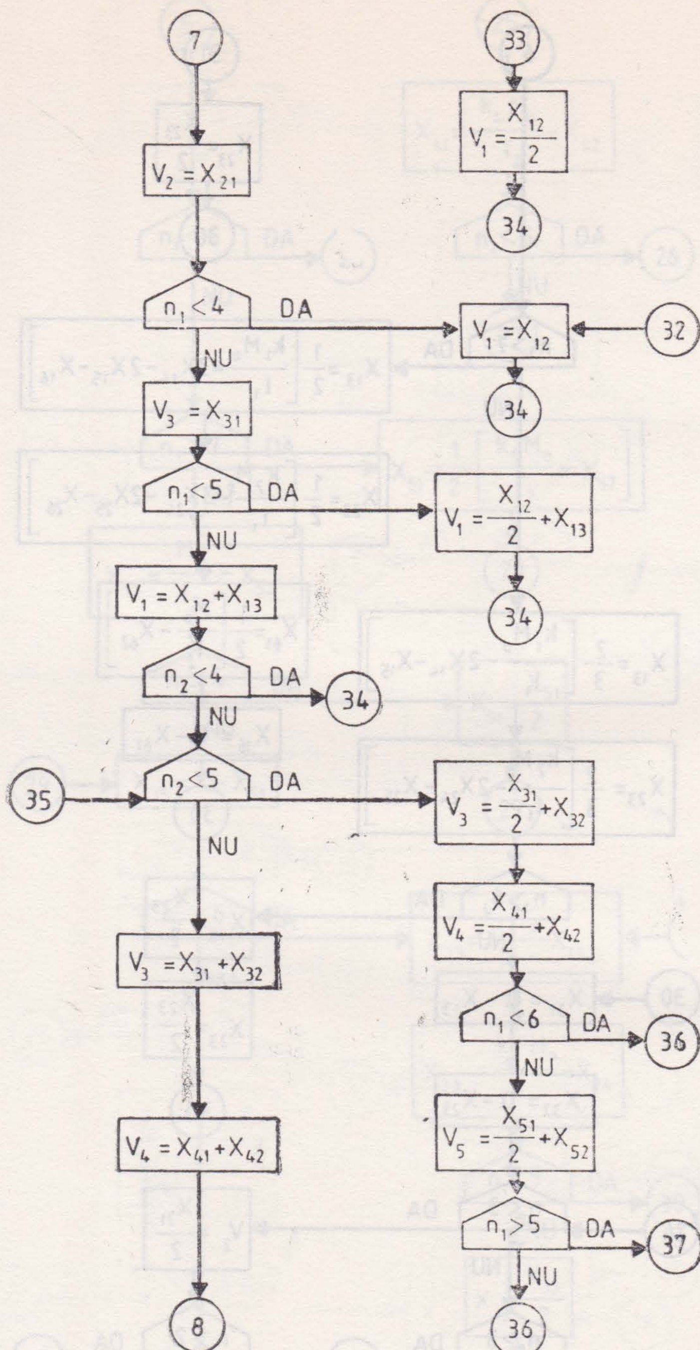

3
$n_1 < 6$
DA
$M_o = \frac{9Ql_2}{1 + l_o(2k_1 + k_2) + 2k_3}$
NU
20
$n_1 < 7$
DA
$M_o = \frac{27Ql_2}{2 + 2l_o(2k_1 + k_2) + 3k_3 + 4k_4}$
NU
21
$Q = \frac{37ql_1 \cdot l_2}{36}$
20
$n_1 < 8$
DA
$M_o = \frac{18Ql_2}{1 + l_o(2k_1 + k_2) + 3k_3 + 2k_4}$
NU
20
$M_o = \frac{24Ql_2}{1 + l_o(2k_1 + k_2) + 2k_3 + 3k_4 + 2k_5}$
$n_1 > 7$
DA
20
NU
$n_2 > 2$
DA
22
NU
$n_1 < 3$
DA
$X_{12} = \frac{2k_1 M_o}{l_1}$
17
NU
23
22
$n_1 < 4$
DA
$X_{12} = \frac{k_1 M_o}{l_1}$
18
NU
4
23


4
$X_{31} = \frac{M_o}{l_2}$
$X_{13} = Q - X_{31}$
$X_{21} = \frac{k_2 M_o}{l_2}$
$X_{12} = Q - X_{21}$
$n_2 < 4$
DA
7
NU
20
$X_{42} = \frac{Q}{2}$
$X_{24} = X_{42}$
$n_1 > 5$
DA
NU
$X_{41} = \frac{M_o}{l_2} - X_{42}$
$n_2 < 5$
DA
26
NU
27
$X_{41} = \frac{X_{41}}{2}$
26
$X_{14} = Q - X_{41}$
5
23
$X_{21} = Q - X_{12}$
24
$X_{25} = X_{42}$
$X_{52} = X_{42}$
$n_1 < 8$
DA
25
NU
$X_{26} = X_{42}$
$X_{62} = X_{42}$
25

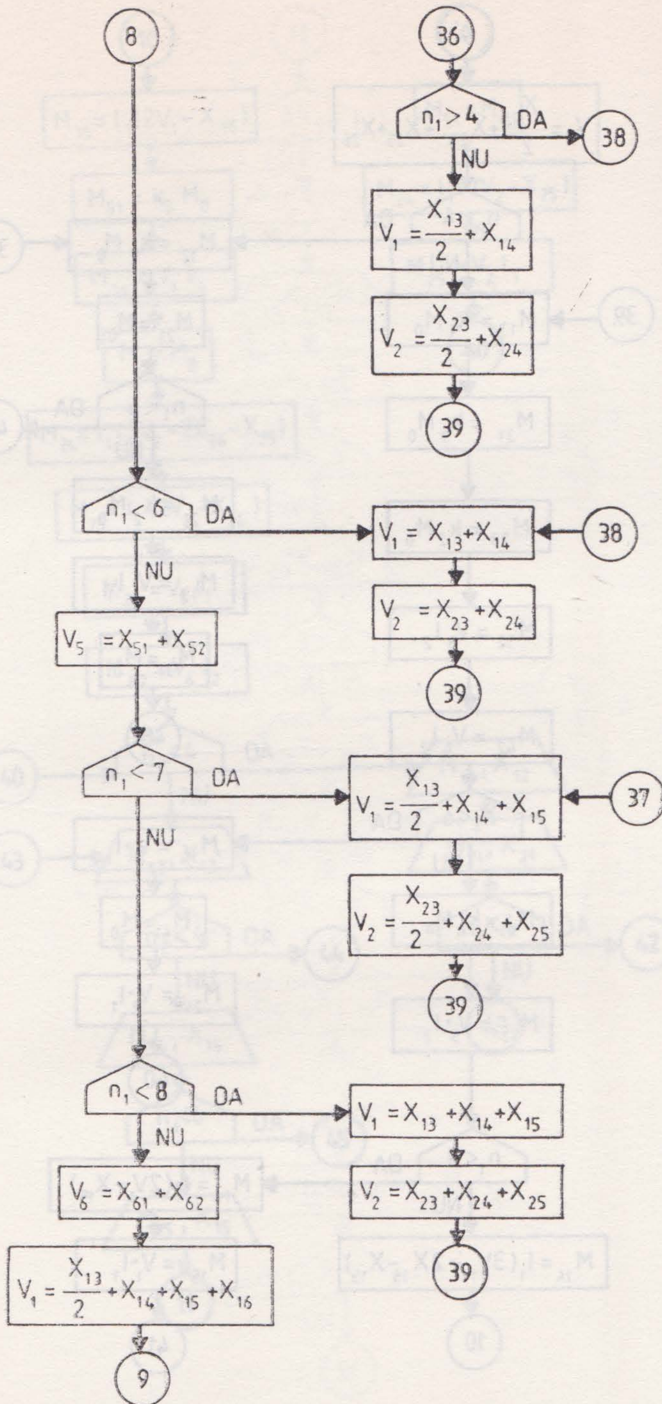

5
$n_1 < 6$
DA
28
NU
$n_1 > 7$
DA
NU
$X_{51} = \frac{M_o}{l_2} - X_{52}$
$n_2 > 4$
DA
NU
29
$X_{15} = Q - X_{51}$
$n_1 < 6$
DA
NU
6
25
$X_{41} = \frac{k_4 M_o}{l_2} - X_{42}$
$n_2 < 5$
DA
26
NU
27
$X_{51} = \frac{1}{2}\left[\frac{k_5 M_o}{l_2} - X_{52}\right]$
29
$X_{51} = \frac{X_{51}}{2}$
29
$X_{13} = \frac{k_1 M_o}{l_1} - X_{14}$
28
$X_{23} = \frac{k_2 M_o}{l_1} - X_{24}$
$n_1 < 5$
DA
30
NU
$X_{13} = \frac{X_{13}}{2}$
31

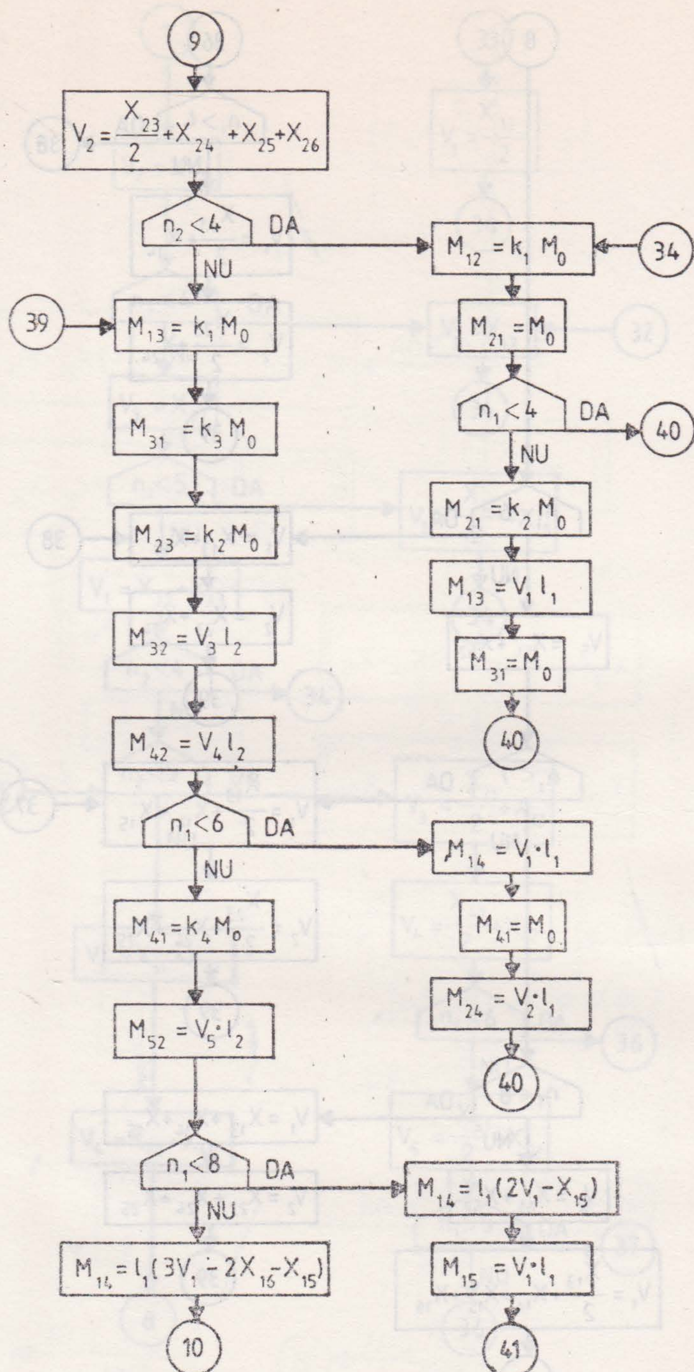


6
$n_1>7$
DA
NU
$X_{13}=\frac{1}{2}\left[\frac{k_1 M_o}{l_1}-3X_{14}-2X_{15}-X_{16}\right]$
$X_{23}=\frac{1}{2}\left[\frac{k_2 M_o}{l_1}-3X_{24}-2X_{25}-X_{26}\right]$
$X_{61}=\frac{1}{2}\left[\frac{M_o}{l_2}-X_{62}\right]$
$X_{16}=Q-X_{61}$
30
31
$X_{23}=\frac{X_{23}}{2}$
30
$X_{13}=\frac{2}{3}\left[\frac{k_1 M_o}{l_1}-2X_{14}-X_{15}\right]$
$X_{23}=\frac{2}{3}\left[\frac{k_2 M_o}{l_1}-2X_{24}-X_{25}\right]$
$n_1>6$
DA
NU
$X_{13}=\frac{X_{13}}{2}$
$X_{23}=\frac{X_{23}}{2}$
30
30
$X_{31}=Q-X_{13}$
$X_{32}=Q-X_{23}$
24
$n_2<3$
DA
NU
$V_2=\frac{X_{21}}{2}$
$n_2>3$
DA
NU
35
7
$n_1>2$
DA
NU
32
33

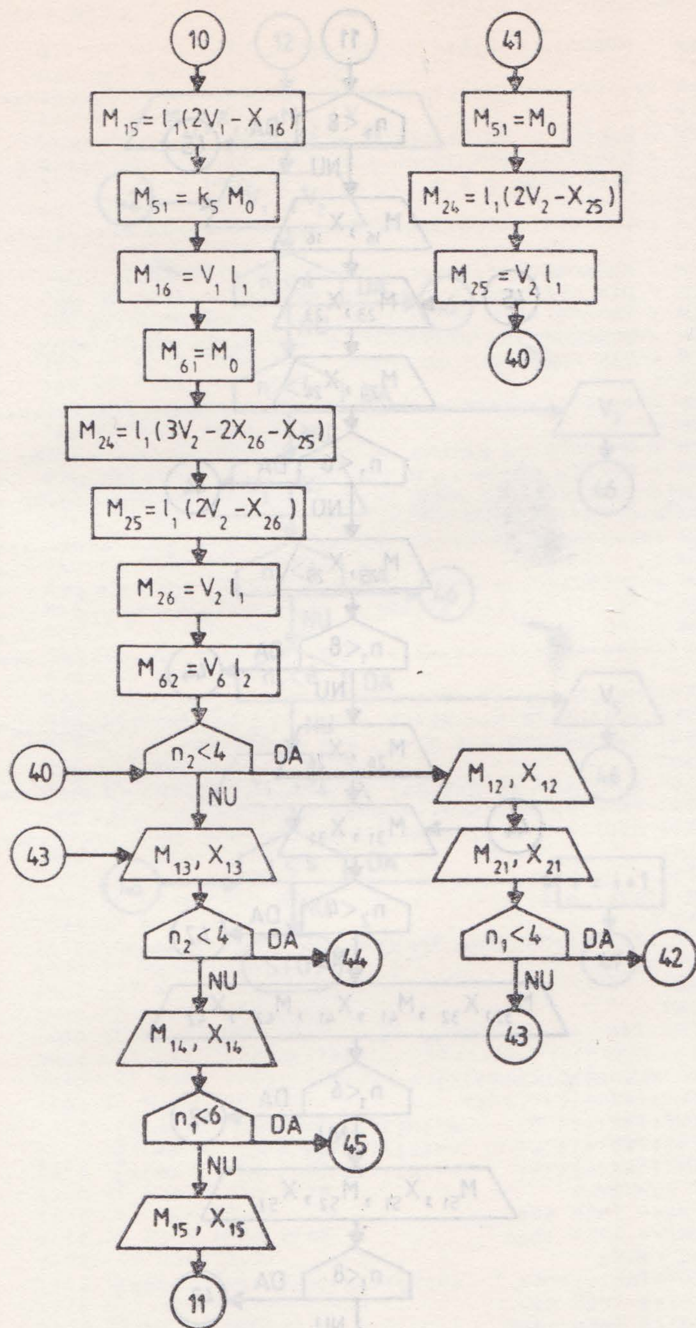


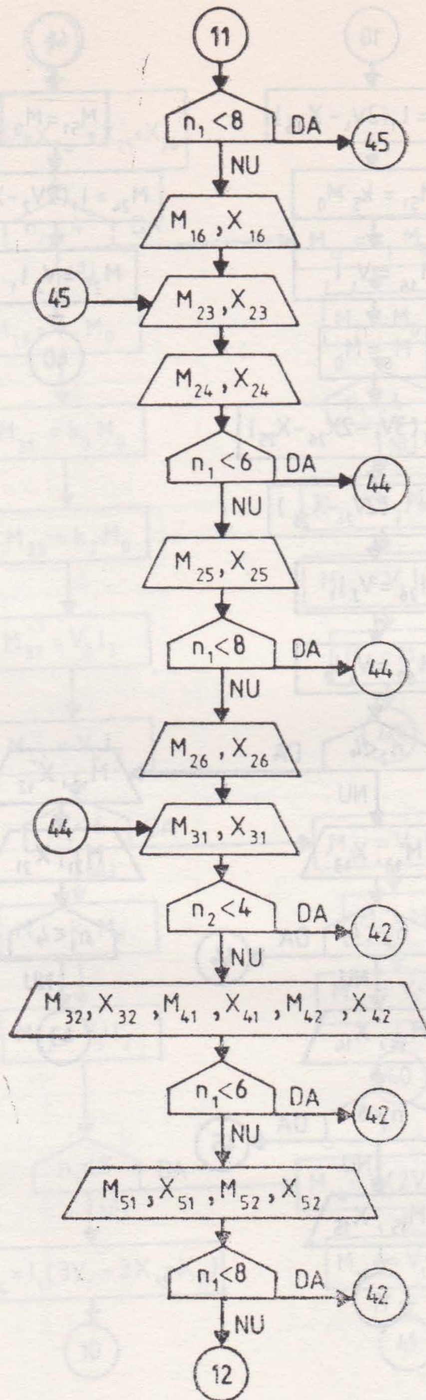
7
$V_2 = X_{21}$
$n_1 < 4$
DA
NU
$V_3 = X_{31}$
$n_1 < 5$
DA
NU
$V_1 = X_{12} + X_{13}$
$n_2 < 4$
DA
34
NU
35
$n_2 < 5$
DA
NU
$V_3 = X_{31} + X_{32}$
$V_4 = X_{41} + X_{42}$
8
33
$V_1 = \frac{X_{12}}{2}$
34
$V_1 = X_{12}$
32
34
$V_1 = \frac{X_{12}}{2} + X_{13}$
34
$V_3 = \frac{X_{31}}{2} + X_{32}$
$V_4 = \frac{X_{41}}{2} + X_{42}$
$n_1 < 6$
DA
36
NU
$V_5 = \frac{X_{51}}{2} + X_{52}$
$n_1 > 5$
DA
37
NU
36

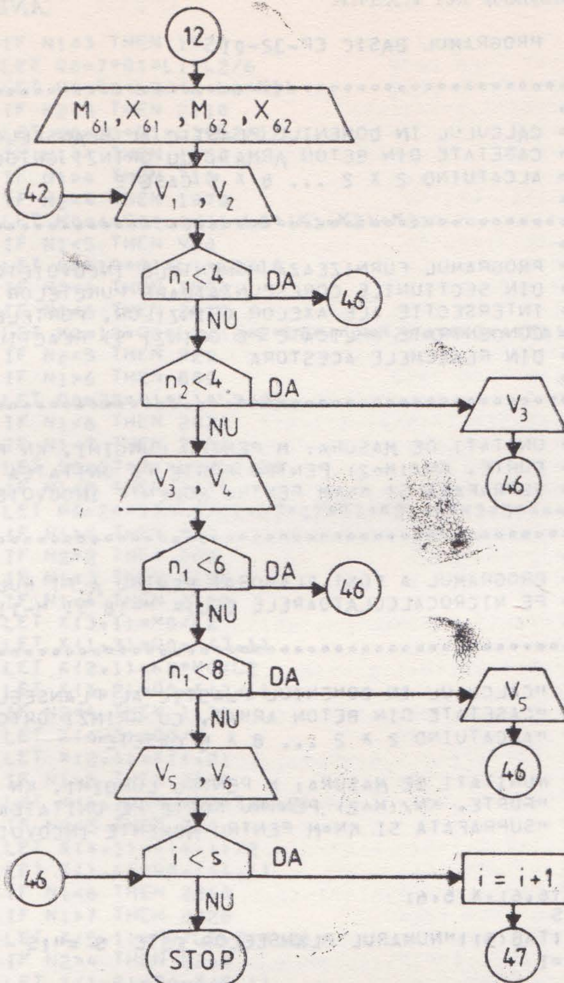

8
$n_1 < 6$
DA
NU
$V_5 = X_{51} + X_{52}$
$n_1 < 7$
DA
NU
$n_1 < 8$
DA
NU
$V_6 = X_{61} + X_{62}$
$V_1 = \frac{X_{13}}{2} + X_{14} + X_{15} + X_{16}$
9
36
$n_1 > 4$
DA
38
NU
$V_1 = \frac{X_{13}}{2} + X_{14}$
$V_2 = \frac{X_{23}}{2} + X_{24}$
39
$V_1 = X_{13} + X_{14}$
38
$V_2 = X_{23} + X_{24}$
39
$V_1 = \frac{X_{13}}{2} + X_{14} + X_{15}$
37
$V_2 = \frac{X_{23}}{2} + X_{24} + X_{25}$
39
$V_1 = X_{13} + X_{14} + X_{15}$
$V_2 = X_{23} + X_{24} + X_{25}$
39



9
$V_2 = \frac{X_{23}}{2} + X_{24} + X_{25} + X_{26}$
$n_2 < 4$
DA
NU
$M_{12} = k_1 M_0$
34
39
$M_{13} = k_1 M_0$
$M_{21} = M_0$
$n_1 < 4$
DA
40
NU
$M_{31} = k_3 M_0$
$M_{21} = k_2 M_0$
$M_{23} = k_2 M_0$
$M_{13} = V_1 l_1$
$M_{32} = V_3 l_2$
$M_{31} = M_0$
40
$M_{42} = V_4 l_2$
$n_1 < 6$
DA
NU
$M_{14} = V_1 \cdot l_1$
$M_{41} = k_4 M_0$
$M_{41} = M_0$
$M_{24} = V_2 \cdot l_1$
$M_{52} = V_5 \cdot l_2$
40
$n_1 < 8$
DA
NU
$M_{14} = l_1 (2V_1 - X_{15})$
$M_{14} = l_1 (3V_1 - 2X_{16} - X_{15})$
$M_{15} = V_1 \cdot l_1$
10
41


10
$M_{15} = l_1(2V_1 - X_{16})$
$M_{51} = k_5 M_0$
$M_{16} = V_1 l_1$
$M_{61} = M_0$
$M_{24} = l_1(3V_2 - 2X_{26} - X_{25})$
$M_{25} = l_1(2V_2 - X_{26})$
$M_{26} = V_2 l_1$
$M_{62} = V_6 l_2$
40
$n_2 < 4$
DA
NU
43
M_{13}, X_{13}
$n_2 < 4$
DA
44
NU
M_{14}, X_{14}
$n_1 < 6$
DA
45
NU
M_{15}, X_{15}
11
41
$M_{51} = M_0$
$M_{24} = l_1(2V_2 - X_{25})$
$M_{25} = V_2 l_1$
40
M_{12}, X_{12}
M_{21}, X_{21}
$n_1 < 4$
DA
42
NU
43


11
$n_1 < 8$
DA
45
NU
M_{16}, X_{16}
45
M_{23}, X_{23}
M_{24}, X_{24}
$n_1 < 6$
DA
44
NU
M_{25}, X_{25}
$n_1 < 8$
DA
44
NU
M_{26}, X_{26}
44
M_{31}, X_{31}
$n_2 < 4$
DA
42
NU
$M_{32}, X_{32}, M_{41}, X_{41}, M_{42}, X_{42}$
$n_1 < 6$
DA
42
NU
$M_{51}, X_{51}, M_{52}, X_{52}$
$n_1 < 8$
DA
42
NU
12


12
$M_{61}, X_{61}, M_{62}, X_{62}$
42
V_1, V_2
$n_1 < 4$
DA
46
NU
$n_2 < 4$
DA
V_3
46
NU
V_3, V_4
$n_1 < 6$
DA
46
NU
$n_1 < 8$
DA
V_5
46
NU
V_5, V_6
46
$i < s$
DA
$i = i+1$
NU
47
STOP

```
 10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-32-01
 20 REM *****************************************************
 30 REM *                                                   *
 40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR        *
 50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE    *
 60 REM * ALCATUIND 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE                  *
 70 REM *                                                   *
 80 REM *****************************************************
 90 REM *                                                   *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE      *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE       *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE         *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE     *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA                            *
150 REM *                                                   *
160 REM *****************************************************
170 REM *                                                   *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU    *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE       *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE    *
210 REM *                                                   *
220 REM *****************************************************
230 REM *                                                   *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT       *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118        *
260 REM *                                                   *
270 REM *****************************************************

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(6,6),X(6,6)
380 READ S
390 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S =";S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAB(15);"PLANSEUL ";I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1
460 PRINT;TAB(21);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"N1    =";N1;TAB(28);"N2    =";N2
480 PRINT;TAB(4);"L1    =";L1;TAB(28);"L2    =";L2
490 PRINT;TAB(4);"Q1    =";Q1;TAB(28);"K1    =";K1
500 LET L0=L2/L1
510 IF N1<4 THEN 600
520 IF N2<4 THEN 1860
530 READ K2,K3
540 PRINT;TAB(4);"K2    =";K2;TAB(28);"K3   =";K3
550 IF N1<6 THEN 590
560 IF N1<8 THEN 1890
570 READ K4,K5
580 PRINT;TAB(4);"K4    =";K4;TAB(28);"K5    =";K5
590 IF N2>4 THEN 760
600 IF N2>2 THEN 650
```

```
610 IF N1<3 THEN 1920
620 LET Q0=7*Q1*L1*L2/6
630 LET M0=Q0*L2/(2+L0*K1)
640 IF N2<3 THEN 2110
650 LET Q0=13*Q1*L1*L2/12
660 IF N1<4 THEN 1950
670 IF N1>4 THEN 710
680 IF N2<4 THEN 1970
690 LET M0=4*Q0*L2/(1+L0*(K1+K2)+K3)
700 IF N1<5 THEN 920
710 LET Q0=19*Q1*L1*L2/18
720 IF N2<4 THEN 1990
730 IF N1<6 THEN 2010
740 LET M0=18*Q0*L2/(2+2*L0*(K1+K2)+3*K3+4*K4)
750 IF N2<5 THEN 920
760 IF N1>6 THEN 800
770 LET Q0=28*Q1*L1*L2/27
780 IF N1<6 THEN 2030
790 IF N1<7 THEN 2050
800 LET Q0=37*Q1*L1*L2/36
810 IF N1<8 THEN 2070
820 LET M0=24*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+2*K3+3*K4+2*K5)
830 IF N1>7 THEN 920
840 IF N2>2 THEN 860
850 IF N1<3 THEN 2090
860 IF N1<4 THEN 2110
870 LET X(3,1)=M0/L2
880 LET X(1,3)=Q0-X(3,1)
890 LET X(2,1)=K2*M0/L2
900 LET X(1,2)=Q0-X(2,1)
910 IF N2<4 THEN 1130
920 LET X(4,2)=Q0/2
930 LET X(2,4)=X(4,2)
940 IF N1>5 THEN 2140
950 LET X(4,1)=M0/L2-X(4,2)
960 IF N2<5 THEN 980
970 LET X(4,1)=X(4,1)/2
980 LET X(1,4)=Q0-X(4,1)
990 IF N1<6 THEN 2260
1000 IF N1>7 THEN 2220
1010 LET X(5,1)=M0/L2-X(5,2)
1020 IF N2>4 THEN 2240
1030 LET X(1,5)=Q0-X(5,1)
1040 IF N1<6 THEN 2260
1050 IF N1>7 THEN 2320
1060 LET X(1,3)=2*(K1*M0/L1-2*X(1,4)-X(1,5))/3
1070 LET X(2,3)=2*(K2*M0/L1-2*X(2,4)-X(2,5))/3
1080 IF N1>6 THEN 2370
1090 LET X(3,1)=Q0-X(1,3)
1    LET X(3,2)=Q0-X(2,3)
1110 IF N2<3 THEN 2400
1120 IF N2>3 THEN 1190
1130 LET V2=X(2,1)
1140 IF N1<4 THEN 2440
1150 LET V3=X(3,1)
1160 IF N1<5 THEN 2460
1170 LET V1=X(1,2)+X(1,3)
1180 IF N2<4 THEN 2660
1190 IF N2<5 THEN 2480
1200 LET V3=X(3,1)+X(3,2)
1210 LET V4=X(4,1)+X(4,2)
1220 IF N1<6 THEN 2570
```

```
1230 LET V5=X(5,1)+X(5,2)
1240 IF N1<7 THEN 2600
1250 IF N1<8 THEN 2630
1260 LET V6=X(6,1)+X(6,2)
1270 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)
1280 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)
1290 IF N2<4 THEN 2660
1300 LET M(1,3)=K1*M0
1310 LET M(3,1)=K3*M0
1320 LET M(2,3)=K2*M0
1330 LET M(3,2)=V3*L2
1340 LET M(4,2)=V4*L2
1350 IF N1<6 THEN 2730
1360 LET M(4,1)=K4*M0
1370 LET M(5,2)=V5*L2
1380 IF N1<8 THEN 2770
1390 LET M(1,4)=L1*(3*V1-2*X(1,6)-X(1,5))
1400 LET M(1,5)=L1*(2*V1-X(1,6))
1410 LET M(5,1)=K5*M0
1420 LET M(1,6)=V1*L1
1430 LET M(6,1)=M0
1440 LET M(2,4)=L1*(3*V2-2*X(2,6)-X(2,5))
1450 LET M(2,5)=L1*(2*V2-X(2,6))
1460 LET M(2,6)=V2*L1
1470 LET M(6,2)=V6*L2
1480 PRINT
1490 PRINT;TAB(8);"MOMENTE";TAB(33);"FORTE"
1500 IF N2<4 THEN 2830
1510 PRINT;TAB(4);"M(1,3)=";M(1,3);TAB(28);"X(1,3)=";X(1,3)
1520 IF N2<4 THEN 1640
1530 PRINT;TAB(4);"M(1,4)=";M(1,4);TAB(28);"X(1,4)=";X(1,4)
1540 IF N1<6 THEN 1580
1550 PRINT;TAB(4);"M(1,5)=";M(1,5);TAB(28);"X(1,5)=";X(1,5)
1560 IF N1<8 THEN 1580
1570 PRINT;TAB(4);"M(1,6)=";M(1,6);TAB(28);"X(1,6)=";X(1,6)
1580 PRINT;TAB(4);"M(2,3)=";M(2,3);TAB(28);"X(2,3)=";X(2,3)
1590 PRINT;TAB(4);"M(2,4)=";M(2,4);TAB(28);"X(2,4)=";X(2,4)
1600 IF N1<6 THEN 1640
1610 PRINT;TAB(4);"M(2,5)=";M(2,5);TAB(28);"X(2,5)=";X(2,5)
1620 IF N1<8 THEN 1640
1630 PRINT;TAB(4);"M(2,6)=";M(2,6);TAB(28);"X(2,6)=";X(2,6)
1640 PRINT;TAB(4);"M(3,1)=";M(3,1);TAB(28);"X(3,1)=";X(3,1)
1650 IF N2<4 THEN 1750
1660 PRINT;TAB(4);"M(3,2)=";M(3,2);TAB(28);"X(3,2)=";X(3,2)
1670 PRINT;TAB(4);"M(4,1)=";M(4,1);TAB(28);"X(4,1)=";X(4,1)
1680 PRINT;TAB(4);"M(4,2)=";M(4,2);TAB(28);"X(4,2)=";X(4,2)
1690 IF N1<6 THEN 1750
1700 PRINT;TAB(4);"M(5,1)=";M(5,1);TAB(28);"X(5,1)=";X(5,1)
1710 PRINT;TAB(4);"M(5,2)=";M(5,2);TAB(28);"X(5,2)=";X(5,2)
1720 IF N1<8 THEN 1750
1730 PRINT;TAB(4);"M(6,1)=";M(6,1);TAB(28);"X(6,1)=";X(6,1)
1740 PRINT;TAB(4);"M(6,2)=";M(6,2);TAB(28);"X(6,2)=";X(6,2)
1750 PRINT
1760 PRINT;TAB(19);"REACTIUNI"
1770 PRINT;TAB(4);"V1        =";V1;TAB(28);"V2        =";V2
1780 IF N1<4 THEN 1840
1790 IF N2<4 THEN 2870
1800 PRINT;TAB(4);"V3        =";V3;TAB(28);"V4        =";V4
1810 IF N1<6 THEN 1840
1820 IF N1<8 THEN 2890
1830 PRINT;TAB(4);"V5        =";V5;TAB(28);"V6        =";V6
1840 IF I<S THEN 2910
```

```
1850 GOTO 4000
1860 READ K2
1870 PRINT;TAB(4);"K2     =";K2
1880 GOTO 650
1890 READ K4
1900 PRINT;TAB(4);"K4     =";K4
1910 GOTO 590
1920 LET Q0=4*Q1*L1*L2/3
1930 LET M0=Q0*L2/(2*(1+L0*K1))
1940 GOTO 2090
1950 LET M0=Q0*L2/(1+L0*K1)
1960 GOTO 2110
1970 LET M0=2*Q0*L2/(1+L0*K1+K2)
1980 GOTO 870
1990 LET M0=3*Q0*L2/(1+L0*K1+2*K2)
2000 GOTO 870
2010 LET M0=6*Q0*L2/(1+L0*(K1+K2)+2*K3)
2020 GOTO 920
2030 LET M0=9*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+2*K3)
2040 GOTO 920
2050 LET M0=27*Q0*L2/(2+2*L0*(2*K1+K2)+3*K3+4*K4)
2060 GOTO 920
2070 LET M0=18*Q0*L2/(1+L0*(2*K1+K2)+3*K3+2*K4)
2080 GOTO 920
2090 LET X(1,2)=2*K1*M0/L1
2100 GOTO 2120
2110 LET X(1,2)=K1*M0/L1
2120 LET X(2,1)=Q0-X(1,2)
2130 GOTO 1110
2140 LET X(2,5)=X(4,2)
2150 LET X(5,2)=X(4,2)
2160 IF N1<8 THEN 2190
2170 LET X(2,6)=X(4,2)
2180 LET X(6,2)=X(4,2)
2190 LET X(4,1)=K4*M0/L2-X(4,2)
2200 IF N2<5 THEN 980
2210 GOTO 970
2220 LET X(5,1)=(K5*M0/L2-X(5,2))/2
2230 GOTO 1030
2240 LET X(5,1)=X(5,1)/2
2250 GOTO 1030
2260 LET X(1,3)=K1*M0/L1-X(1,4)
2270 LET X(2,3)=K2*M0/L1-X(2,4)
2280 IF N1<5 THEN 1090
2290 LET X(1,3)=X(1,3)/2
2300 LET X(2,3)=X(2,3)/2
2310 GOTO 1090
2320 LET X(6,1)=(M0/L2-X(6,2))/2
2330 LET X(1,6)=Q0-X(6,1)
2340 LET X(1,3)=(K1*M0/L1-3*X(1,4)-2*X(1,5)-X(1,6))/2
2350 LET X(2,3)=(K2*M0/L1-3*X(2,4)-2*X(2,5)-X(2,6))/2
2360 GOTO 1090
2370 LET X(1,3)=X(1,3)/2
2380 LET X(2,3)=X(2,3)/2
2390 GOTO 1090
2400 LET V2=X(2,1)/2
2410 IF N1>2 THEN 2440
2420 LET V1=X(1,2)/2
2430 GOTO 2660
2440 LET V1=X(1,2)
2450 GOTO 2660
2460 LET V1=X(1,2)/2+X(1,3)
```

```
2470 GOTO 2660
2480 LET V3=X(3,1)/2+X(3,2)
2490 LET V4=X(4,1)/2+X(4,2)
2500 IF N1<6 THEN 2530
2510 LET V5=X(5,1)/2+X(5,2)
2520 IF N1>5 THEN 2600
2530 IF N1>4 THEN 2570
2540 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)
2550 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)
2560 GOTO 1300
2570 LET V1=X(1,3)+X(1,4)
2580 LET V2=X(2,3)+X(2,4)
2590 GOTO 1300
2600 LET V1=X(1,3)/2+X(1,4)+X(1,5)
2610 LET V2=X(2,3)/2+X(2,4)+X(2,5)
2620 GOTO 1300
2630 LET V1=X(1,3)+X(1,4)+X(1,5)
2640 LET V2=X(2,3)+X(2,4)+X(2,5)
2650 GOTO 1300
2660 LET M(1,2)=K1*M0
2670 LET M(2,1)=M0
2680 IF N1<4 THEN 1480
2690 LET M(2,1)=K2*M0
2700 LET M(1,3)=V1*L1
2710 LET M(3,1)=M0
2720 GOTO 1480
2730 LET M(1,4)=V1*L1
2740 LET M(4,1)=M0
2750 LET M(2,4)=V2*L1
2760 GOTO 1480
2770 LET M(1,4)=L1*(2*V1-X(1,5))
2780 LET M(1,5)=V1*L1
2790 LET M(5,1)=M0
2800 LET M(2,4)=L1*(2*V2-X(2,5))
2810 LET M(2,5)=V2*L1
2820 GOTO 1480
2830 PRINT;TAB(4);"M(1,2)=";M(1,2);TAB(28);"X(1,2)=";X(1,2)
2840 PRINT;TAB(4);"M(2,1)=";M(2,1);TAB(28);"X(2,1)=";X(2,1)
2850 IF N1<4 THEN 1750
2860 GOTO 1510
2870 PRINT;TAB(4);"V3      =";V3
2880 GOTO 1840
2890 PRINT;TAB(4);"V5      =";V5
2900 GOTO 1840
2910 LET I=I+1
2920 GOTO 410
3000 DATA 3
3010 DATA 3,3,3,2,10,0.75
3020 DATA 5,4,2,2,10,1,0.75,1.25
3030 DATA 8,5,2,2,10,1.25,0.75,2,1.5,1.25
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR
CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE
ALCATUIND 2 X 2 ... 8 X 5 CASETE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE


NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S = 3.00000


                 PLANSEUL  1.00000

                      DATE
N1      = 3.00000             N2      = 3.00000
L1      = 3.00000             L2      = 2.00000
Q1      = 10.0000             K1      = .750000

      MOMENTE                       FORTE
M(1,2)= 65.0000               X(1,2)= 21.6667
M(2,1)= 86.6667               X(2,1)= 43.3333

                   REACTIUNI
V1      = 21.6667             V2      = 43.3333


                 PLANSEUL  2.00000

                      DATE
N1      = 5.00000             N2      = 4.00000
L1      = 2.00000             L2      = 2.00000
Q1      = 10.0000             K1      = 1.00000
K2      = .750000             K3      = 1.25000

      MOMENTE                       FORTE
M(1,3)= 96.5078               X(1,3)= 16.5873
M(1,4)= 63.3334               X(1,4)= 15.0794
M(2,3)= 72.3809               X(2,3)= 7.53970
M(2,4)= 57.3016               X(2,4)= 21.1111
M(3,1)= 120.635               X(3,1)= 25.6349
M(3,2)= 95.0000               X(3,2)= 34.6825
M(4,1)= 96.5078               X(4,1)= 27.1428
M(4,2)= 69.3650               X(4,2)= 21.1111

                   REACTIUNI
V1      = 31.6667             V2      = 28.6508
V3      = 47.5000             V4      = 34.6825


                 PLANSEUL  3.00000

                      DATE
N1      = 8.00000             N2      = 5.00000
L1      = 2.00000             L2      = 2.00000
Q1      = 10.0000             K1      = 1.25000
K2      = .750000             K3      = 2.00000
K4      = 1.50000             K5      = 1.25000
```

MOMENTE	FORTE
M(1,3)= 161.749	X(1,3)= 15.6700
M(1,4)= 146.079	X(1,4)= 2.86410
M(1,5)= 124.681	X(1,5)= 10.9516
M(1,6)= 81.3796	X(1,6)= 19.0391
M(2,3)= 97.0493	X(2,3)=-37.4045
M(2,4)= 134.455	X(2,4)= 20.5556
M(2,5)= 130.747	X(2,5)= 20.5556
M(2,6)= 85.9290	X(2,6)= 20.5556
M(3,1)= 258.798	X(3,1)= 25.4411
M(3,2)= 207.914	X(3,2)= 78.5156
M(4,1)= 194.099	X(4,1)= 38.2470
M(4,2)= 117.605	X(4,2)= 20.5556
M(5,1)= 161.749	X(5,1)= 30.1595
M(5,2)= 101.430	X(5,2)= 20.5556
M(6,1)= 129.399	X(6,1)= 22.0720
M(6,2)= 85.2552	X(6,2)= 20.5556

REACTIUNI

V1 = 40.6898	V2 = 42.9645
V3 = 103.957	V4 = 58.8026
V5 = 50.7151	V6 = 42.6276

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-32-02
20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR   *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE *
60 REM * ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE            *
70 REM *                                              *
80 REM ************************************************
90 REM *                                              *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE   *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA                      *
150 REM *                                             *
160 REM ***********************************************
170 REM *                                             *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *                                             *
220 REM ***********************************************
230 REM *                                             *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118  *
260 REM *                                             *
270 REM ***********************************************
280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(8,8),X(8,8)
380 READ S
390 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S =";S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAR(15);"PLANSEUL ";I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1,K2,K3,K4,K5
460 PRINT;TAB(21);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"N1        =";N1;TAB(28);"N2       =";N2
480 PRINT;TAB(4);"L1        =";L1;TAB(28);"L2       =":L2
490 PRINT;TAB(4);"Q1        =";Q1;TAB(28);"K1       =";K1
500 PRINT;TAB(4);"K2        =";K2;TAB(28);"K3       =";K3
510 PRINT;TAB(4);"K4        =";K4;TAB(28);"K5       =";K5
520 LET L0=L2/L1
530 IF N1<8 THEN 570
540 IF N1<10 THEN 1980
550 READ K6,K7
560 PRINT;TAB(4);"K6        =";K6;TAR(29);"K7       =";K7
570 IF N2>6 THEN 640
580 IF N1<7 THEN 2010
590 IF N1>8 THEN 2050
600 LET Q0=37*Q1*L1*L2/36
```

```
610 IF N1<8 THEN 2090
620 LET M0=72*Q0*L2/(2+L0*(3*K1+6*K2+2*K3)+4*K4+6*K5+4*K6)
630 IF N2<7 THEN 720
640 IF N1>8 THEN 2110
650 LET Q0=49*Q1*L1*L2/48
660 IF N1<8 THEN 2130
670 LET M0=48*Q0*L2/(1+L0*(3*K1+2*K2+K3)+2*K4+3*K5+2*K6)
680 IF N1<9 THEN 720
690 IF N1<10 THEN 2150
700 LET M0=150*Q0*L2
710 LET M0=M0/(2+2*L0*(3*K1+2*K2+K3)+5*K4+8*K5+6*K6+4*K7)
720 LET X(6,2)=Q0/2
730 LET X(2,6)=X(6,2)
740 LET X(2,5)=X(6,2)
750 LET X(5,2)=X(6,2)
760 LET X(3,6)=X(6,2)
770 LET X(6,3)=X(6,2)
780 LET X(3,5)=X(6,2)
790 LET X(5,3)=X(6,2)
800 IF N1>7 THEN 2180
810 LET X(5,1)=2*(K5*M0/L2-2*X(5,2)-X(5,3))/3
820 IF N2<7 THEN 840
830 LET X(5,1)=X(5,1)/2
840 LET X(1,5)=Q0-X(5,1)
850 IF N1<8 THEN 2370
860 LET X(6,1)=2*(K6*M0/L2-2*X(6,2)-X(6,3))/3
870 IF N2>6 THEN 2390
875 LET X(1,6)=Q0-X(6,1)
880 IF N1<8 THEN 2410
890 IF N1>9 THEN 2300
900 LET X(7,1)=2*(M0/L2-2*X(7,2)-X(7,3))/3
910 IF N2<7 THEN 925
920 LET X(7,1)=X(7,1)/2
925 LET X(1,7)=Q0-X(7,1)
930 IF N1<8 THEN 2410
940 LET X(1,4)=(K1*M0/L1-3*X(1,5)-2*X(1,6)-X(1,7))/2
950 LET X(2,4)=(K2*M0/L1-3*X(2,5)-2*X(2,6)-X(2,7))/2
960 LET X(3,4)=(K3*M0/L1-3*X(3,5)-2*X(3,6)-X(3,7))/2
970 IF N1>8 THEN 2450
980 LET X(4,1)=Q0-X(1,4)
990 LET X(4,2)=Q0-X(2,4)
1000 LET X(4,3)=Q0-X(3,4)
1030 IF N2>6 THEN 2510
1040 LET V4=X(4,1)/2+X(4,2)+X(4,3)
1050 LET V5=X(5,1)/2+X(5,2)+X(5,3)
1060 LET V6=X(6,1)/2+X(6,2)+X(6,3)
1070 IF N1>7 THEN 2570
1080 IF N1<7 THEN 2590
1090 IF N1<8 THEN 2630
1100 IF N1<9 THEN 2670
1110 IF N1<10 THEN 2710
1120 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)+X(1,8)
1130 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)+X(2,8)
1140 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)+X(3,8)
1150 LET V8=X(8,1)+X(8,2)+X(8,3)
1160 LET M(1,4)=K1*M0
1170 LET M(4,1)=K4*M0
1180 LET M(5,1)=K5*M0
1190 LET M(2,4)=K2*M0
1200 LET M(4,2)=L2*(2*V4-X(4,3))
1210 LET M(5,2)=L2*(2*V5-X(5,3))
1220 LET M(6,2)=L2*(2*V6-X(6,3))
```

```
1230 LET M(3,4)=K3*M0
1240 LET M(4,3)=V4*L2
1250 LET M(5,3)=V5*L2
1260 LET M(6,3)=V6*L2
1270 IF N1<8 THEN 2750
1280 LET M(6,1)=K6*M0
1290 LET M(7,2)=L2*(2*V7-X(7,3))
1300 LET M(7,3)=V7*L2
1310 IF N1<10 THEN 2830
1320 LET M(1,5)=L1*(4*V1-X(1,6)-2*X(1,7)-3*X(1,8))
1330 LET M(1,6)=L1*(3*V1-X(1,7)-2*X(1,8))
1340 LET M(2,5)=L1*(4*V2-X(2,6)-2*X(2,7)-3*X(2,8))
1350 LET M(2,6)=L1*(3*V2-X(2,7)-2*X(2,8))
1360 LET M(3,5)=L1*(4*V3-X(3,6)-2*X(3,7)-3*X(3,8))
1370 LET M(3,6)=L1*(3*V3-X(3,7)-2*X(3,8))
1380 LET M(1,7)=L1*(2*V1-X(1,8))
1390 LET M(7,1)=K7*M0
1400 LET M(2,7)=L1*(2*V2-X(2,8))
1410 LET M(3,7)=L1*(2*V3-X(3,8))
1420 LET M(1,8)=V1*L1
1430 LET M(8,1)=M0
1440 LET M(2,8)=V2*L1
1450 LET M(8,2)=L2*(2*V8-X(8,3))
1460 LET M(3,8)=V3*L1
1470 LET M(8,3)=V8*L2
1480 PRINT
1490 PRINT;TAB(8);"MOMENTE";TAB(33);"FORTE"
1500 PRINT;TAB(4);"M(1,4)=";M(1,4);TAB(28);"X(1,4)=";X(1,4)
1510 PRINT;TAB(4);"M(1,5)=";M(1,5);TAB(28);"X(1,5)=";X(1,5)
1520 PRINT;TAB(4);"M(1,6)=";M(1,6);TAB(28);"X(1,6)=";X(1,6)
1530 IF N1<8 THEN 1570
1540 PRINT;TAB(4);"M(1,7)=";M(1,7);TAB(28);"X(1,7)=";X(1,7)
1550 IF N1<10 THEN 1570
1560 PRINT;TAB(4);"M(1,8)=";M(1,8);TAB(28);"X(1,8)=";X(1,8)
1570 PRINT;TAB(4);"M(2,4)=";M(2,4);TAB(28);"X(2,4)=";X(2,4)
1580 PRINT;TAB(4);"M(2,5)=";M(2,5);TAB(28);"X(2,5)=";X(2,5)
1590 PRINT;TAB(4);"M(2,6)=";M(2,6);TAB(28);"X(2,6)=";X(2,6)
1600 IF N1<8 THEN 1640
1610 PRINT;TAB(4);"M(2,7)=";M(2,7);TAB(28);"X(2,7)=";X(2,7)
1620 IF N1<10 THEN 1640
1630 PRINT;TAB(4);"M(2,8)=";M(2,8);TAB(28);"X(2,8)=";X(2,8)
1640 PRINT;TAB(4);"M(3,4)=";M(3,4);TAB(28);"X(3,4)=";X(3,4)
1650 PRINT;TAB(4);"M(3,5)=";M(3,5);TAB(28);"X(3,5)=";X(3,5)
1660 PRINT;TAB(4);"M(3,6)=";M(3,6);TAB(28);"X(3,6)=";X(3,6)
1670 IF N1<8 THEN 1710
1680 PRINT;TAB(4);"M(3,7)=";M(3,7);TAB(28);"X(3,7)=";X(3,7)
1690 IF N1<10 THEN 1710
1700 PRINT;TAB(4);"M(3,8)=";M(3,8);TAB(28);"X(3,8)=";X(3,8)
1710 PRINT;TAB(4);"M(4,1)=";M(4,1);TAB(28);"X(4,1)=";X(4,1)
1720 PRINT;TAB(4);"M(4,2)=";M(4,2);TAB(28);"X(4,2)=";X(4,2)
1730 PRINT;TAB(4);"M(4,3)=";M(4,3);TAB(28);"X(4,3)=";X(4,3)
1740 PRINT;TAB(4);"M(5,1)=";M(5,1);TAB(28);"X(5,1)=";X(5,1)
1750 PRINT;TAB(4);"M(5,2)=";M(5,2);TAB(28);"X(5,2)=";X(5,2)
1760 PRINT;TAB(4);"M(5,3)=";M(5,3);TAB(28);"X(5,3)=";X(5,3)
1770 PRINT;TAB(4);"M(6,1)=";M(6,1);TAB(28);"X(6,1)=";X(6,1)
1780 PRINT;TAB(4);"M(6,2)=";M(6,2);TAB(28);"X(6,2)=";X(6,2)
1790 PRINT;TAB(4);"M(6,3)=";M(6,3);TAB(28);"X(6,3)=";X(6,3)
1800 IF N1<8 THEN 1880
1810 PRINT;TAB(4);"M(7,1)=";M(7,1);TAB(28);"X(7,1)=";X(7,1)
1820 PRINT;TAB(4);"M(7,2)=";M(7,2);TAB(28);"X(7,2)=";X(7,2)
1830 PRINT;TAB(4);"M(7,3)=";M(7,3);TAB(28);"X(7,3)=";X(7,3)
1840 IF N1<10 THEN 1880
```

```
1850 PRINT;TAB(4);"M(8,1)=";M(8,1);TAB(28);"X(8,1)=";X(8,1)
1860 PRINT;TAB(4);"M(8,2)=";M(8,2);TAB(28);"X(8,2)=";X(8,2)
1870 PRINT;TAB(4);"M(8,3)=";M(8,3);TAB(28);"X(8,3)=";X(8,3)
1880 PRINT
1890 PRINT;TAB(19);"REACTIUNI"
1900 PRINT;TAB(4);"V1     =";V1;TAB(28);"V2     =";V2
1910 PRINT;TAB(4);"V3     =";V3;TAB(28);"V4     =";V4
1920 PRINT;TAB(4);"V5     =";V5;TAB(28);"V6     =";V6
1930 IF N1<8 THEN 1960
1940 IF N1<10 THEN 2940
1950 PRINT;TAB(4);"V7     =";V7;TAB(28);"V8     =";V8
1960 IF I<S THEN 2960
1970 GOTO 4000
1980 READ K6
1990 PRINT;TAB(4);"K6     =";K6
2000 GOTO 570
2010 LET Q0=28*Q1*L1*L2/27
2020 LET M0=81*Q0*L2
2030 LET M0=M0/(2*(2+L0*(3*K1+4*K2+2*K3)+3*K4+4*K5))
2040 GOTO 720
2050 LET Q0=46*Q1*L1*L2/45
2060 LET M0=90*Q0*L2
2070 LET M0=M0/(2+L0*(3*K1+4*K2+2*K3)+8*K4+6*K5+4*K6)
2080 GOTO 720
2090 LET M0=54*Q0*L2/(2+L0*(3*K1+4*K2+2*K3)+6*K4+4*K5)
2100 GOTO 720
2110 LET Q0=61*Q1*L1*L2/60
2120 GOTO 690
2130 LET M0=36*Q0*L2/(1+L0*(3*K1+2*K2+K3)+3*K4+2*K5)
2140 GOTO 720
2150 LET M0=60*Q0*L2
2160 LET M0=M0/(1+L0*(3*K1+2*K2+K3)+4*K4+3*K5+2*K6)
2170 GOTO 720
2180 LET X(2,7)=X(6,2)
2190 LET X(7,2)=X(6,2)
2200 LET X(3,7)=X(6,2)
2210 LET X(7,3)=X(6,2)
2220 IF N1<10 THEN 810
2230 LET X(2,8)=X(6,2)
2240 LET X(8,2)=X(6,2)
2250 LET X(3,8)=X(6,2)
2260 LET X(8,3)=X(6,2)
2270 LET X(7,1)=(K7*M0/L2-2*X(7,2)-X(7,3))/3
2280 LET X(8,1)=(M0/L2-2*X(8,2)-X(8,3))/3
2285 LET X(1,8)=Q0-X(8,1)
2290 LET X(1,7)=Q0-X(7,1)
2295 GOTO 810
2300 LET X0=4*X(1,5)+3*X(1,6)+2*X(1,7)+X(1,8)
2310 LET X(1,4)=2*(K1*M0/L1-X0)/5
2320 LET X0=4*X(2,5)+3*X(2,6)+2*X(2,7)+X(2,8)
2330 LET X(2,4)=2*(K2*M0/L1-X0)/5
2340 LET X0=4*X(3,5)+3*X(3,6)+2*X(3,7)+X(3,8)
2350 LET X(3,4)=2*(K3*M0/L1-X0)/5
2360 GOTO 980
2370 LET X(6,1)=2*(M0/L2-2*X(6,2)-X(6,3))/3
2380 GOTO 870
2390 LET X(6,1)=X(6,1)/2
2400 GOTO 875
2410 LET X(1,4)=2*(K1*M0/L1-2*X(1,5)-X(1,6))/3
2420 LET X(2,4)=2*(K2*M0/L1-2*X(2,5)-X(2,6))/3
2430 LET X(3,4)=2*(K3*M0/L1-2*X(3,5)-X(3,6))/3
2440 IF N1<7 THEN 980
```

```
2450 LET X(1,4)=X(1,4)/2
2460 LET X(2,4)=X(2,4)/2
2470 LET X(3,4)=X(3,4)/2
2480 GOTO 980
2490 LET X(1,7)=O0-X(7,1)
2500 GOTO 1030
2510 LET V4=X(4,1)+X(4,2)+X(4,3)
2520 LET V5=X(5,1)+X(5,2)+X(5,3)
2530 LET V6=X(6,1)+X(6,2)+X(6,3)
2540 IF N1<8 THEN 1090
2550 LET V7=X(7,1)+X(7,2)+X(7,3)
2560 GOTO 1090
2570 LET V7=X(7,1)/2+X(7,2)+X(7,3)
2580 GOTO 1100
2590 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)
2600 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)
2610 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)
2620 GOTO 1160
2630 LET V1=X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)
2640 LET V2=X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)
2650 LET V3=X(3,4)+X(3,5)+X(3,6)
2660 GOTO 1160
2670 LET V1=X(1,4)/2+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)
2680 LET V2=X(2,4)/2+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)
2690 LET V3=X(3,4)/2+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)
2700 GOTO 1160
2710 LET V1=X(1,4)+X(1,5)+X(1,6)+X(1,7)
2720 LET V2=X(2,4)+X(2,5)+X(2,6)+X(2,7)
2730 LET V3=X(3,4)+X(3,5)+X(3,6)+X(3,7)
2740 GOTO 1160
2750 LET M(1,5)=L1*(2*V1-X(1,6))
2760 LET M(1,6)=V1*L1
2770 LET M(6,1)=M0
2780 LET M(2,5)=L1*(2*V2-X(2,6))
2790 LET M(2,6)=V2*L1
2800 LET M(3,5)=L1*(2*V3-X(3,6))
2810 LET M(3,6)=V3*L1
2820 GOTO 1480
2830 LET M(1,5)=L1*(3*V1-X(1,6)-2*X(1,7))
2840 LET M(1,6)=L1*(2*V1-X(1,7))
2850 LET M(2,5)=L1*(3*V2-X(2,6)-2*X(2,7))
2860 LET M(2,6)=L1*(2*V2-X(2,7))
2870 LET M(3,5)=L1*(3*V3-X(3,6)-2*X(3,7))
2880 LET M(3,6)=L1*(2*V3-X(3,7))
2890 LET M(1,7)=V1*L1
2900 LET M(7,1)=M0
2910 LET M(2,7)=V2*L1
2920 LET M(3,7)=V3*L1
2930 GOTO 1480
2940 PRINT TAB(4);"V7      =";V7
2950 GOTO 1960
2960 LET I=I+1
2970 GOTO 410
3000 DATA 1
3010 DATA 10,7,2,2,10,1.5,1.25,0.75,2,2,1.5,1.25
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR
CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI ORTOGONALE
ALCATUIND 6 X 6 ... 10 X 7 CASETE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE


     NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S = 1.00000


                PLANSEUL  1.00000

                      DATE
     N1    = 10.0000           N2     = 7.00000
     L1    = 2.00000           L2     = 2.00000
     Q1    = 10.0000           K1     = 1.50000
     K2    = 1.25000           K3     = .750000
     K4    = 2.00000           K5     = 2.00000
     K6    = 1.50000           K7     = 1.25000

       MOMENTE                     FORTE
     M(1,4)= 318.261           X(1,4)= 45.9716
     M(1,5)= 272.292           X(1,5)=-9.72480
     M(1,6)= 245.768           X(1,6)= 7.95630
     M(1,7)= 203.334           X(1,7)= 16.7972
     M(1,8)= 127.305           X(1,8)= 25.6378
     M(2,4)= 265.218           X(2,4)=-28.2900
     M(2,5)= 293.508           X(2,5)= 20.3334
     M(2,6)= 281.132           X(2,6)= 20.3334
     M(2,7)= 228.088           X(2,7)= 20.3334
     M(2,8)= 134.377           X(2,8)= 20.3334
     M(3,4)= 159.131           X(3,4)=-49.5072
     M(3,5)= 208.640           X(3,5)= 20.3334
     M(3,6)= 217.480           X(3,6)= 20.3334
     M(3,7)= 185.654           X(3,7)= 20.3334
     M(3,8)= 113.160           X(3,8)= 20.3334
     M(4,1)= 424.348           X(4,1)=-5.30490
     M(4,2)= 434.956           X(4,2)= 68.9567
     M(4,3)= 307.652           X(4,3)= 90.1739
     M(5,1)= 424.348           X(5,1)= 50.3915
     M(5,2)= 323.568           X(5,2)= 20.3334
     M(5,3)= 182.117           X(5,3)= 20.3334
     M(6,1)= 318.261           X(6,1)= 32.7104
     M(6,2)= 252.842           X(6,2)= 20.3334
     M(6,3)= 146.754           X(6,3)= 20.3334
     M(7,1)= 265.218           X(7,1)= 23.8695
     M(7,2)= 217.480           X(7,2)= 20.3334
     M(7,3)= 129.073           X(7,3)= 20.3334
     M(8,1)= 212.174           X(8,1)= 15.0289
     M(8,2)= 182.116           X(8,2)= 20.3334
     M(8,3)= 111.391           X(8,3)= 20.3334

                   REACTIUNI
     V1    = 63.6523           V2     = 67.1886
     V3    = 56.5800           V4     = 153.826
     V5    = 91.0583           V6     = 73.3772
     V7    = 64.5363           V8     = 55.6957
```

14. PLANŞEE CASETATE CU GRINZI DIAGONALE

14.1. CARACTERISTICI DE ALCĂTUIRE

Planşeele casetate cu grinzi diagonale se identifică prin indicativul $n_1 \times n_2$, în care n_1 este numărul de diviziuni ale laturilor lungi, iar n_2 este numărul de diviziuni ale laturilor scurte ale planşeelor ($n_1 \geqslant n_2$).

În această lucrare sînt considerate 24 de planşee casetate cu grinzi diagonale, separate în două grupuri notate cu I şi II, în funcţie de numărul de diviziuni de pe direcţia laturilor scurte.

Grupul I cuprinde 15 planşee mici şi mijlocii, la care numărul de diviziuni ale laturilor scurte este cel mult egal cu 3, ($n_2 \leqslant 3$). Ele au următoarele indicative : 1 × 1, 2 × 1, 3 × 1, 2 × 2, 3 × 2, 4 × 2, 5 × 2, 6 × 2, 3 × 3, 4 × 3, 5 × 3, 6 × 3, 7 × 3, 8 × 3, şi 9 × 3. Schemele acestor planşee sînt prezentate în figurile 14.1—14.3.

Grupul II cuprinde 9 planşee mari, la care numărul de diviziuni ale laturii scurte este egal cu 4, ($n_2 = 4$). Ele au indicativele 4 × 4, 5 × 4, 6 × 4, 7 × 4 8 × 4, 9 × 4, 10 × 4, 11 × 4 şl 12 × 4. Schemele acestor planşee sînt rezentate în figurile 14.4 şi 14.5.

14.2. ORGANIGRAME DE CALCUL

La fiecare dintre planşeele diagonale considerate, încărcarea echivalentă, momentul capabil de referinţă, forţele nodale, reacţiunile din rezemări şi momentele încovoietoare din secţiunile caracteristice ale grinzilor au fost determinate în conformitate cu procedeele de calcul expuse şi exemplificate în capitolul 12 pentru acest tip de planşee.

Pe baza rezultatelor obţinute au fost elaborate două organigrame de calcul, dintre care prima se referă la planşeele din grupul I (planşee mici şi mijlocii cu 1 × 1. . . 9 × 3 diviziuni), iar a doua la planşeele din grupul II (planşee mari cu 4 × 4. . . 12 × 4 diviziuni).

14.3. PROGRAME DE CALCUL

Transcrierea operaţiilor conţinute de organigramele de calcul sub formă de instrucţiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 12.1,

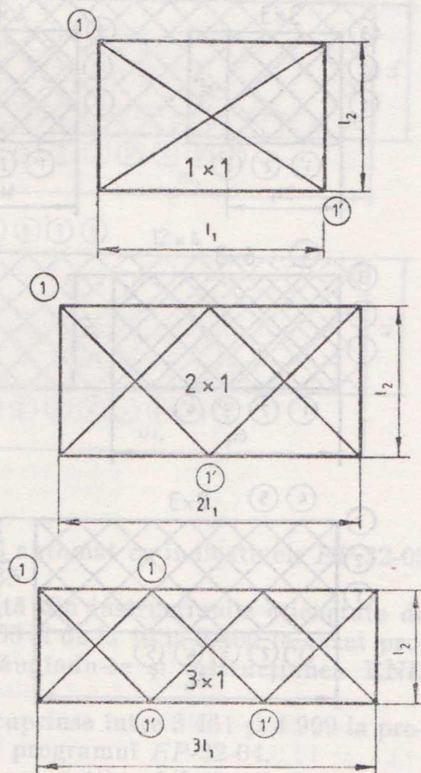


Fig. 14.1

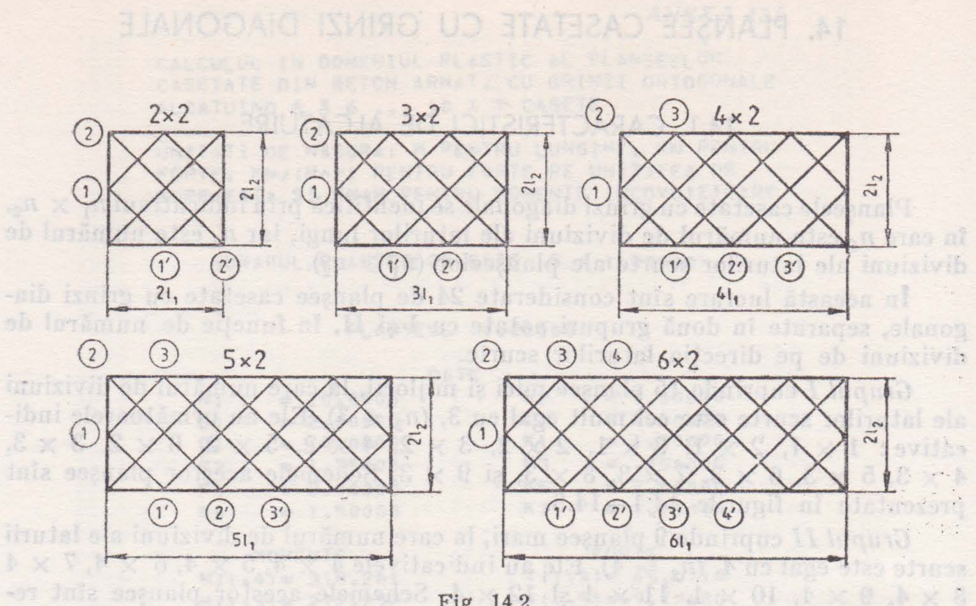


Fig. 14.2

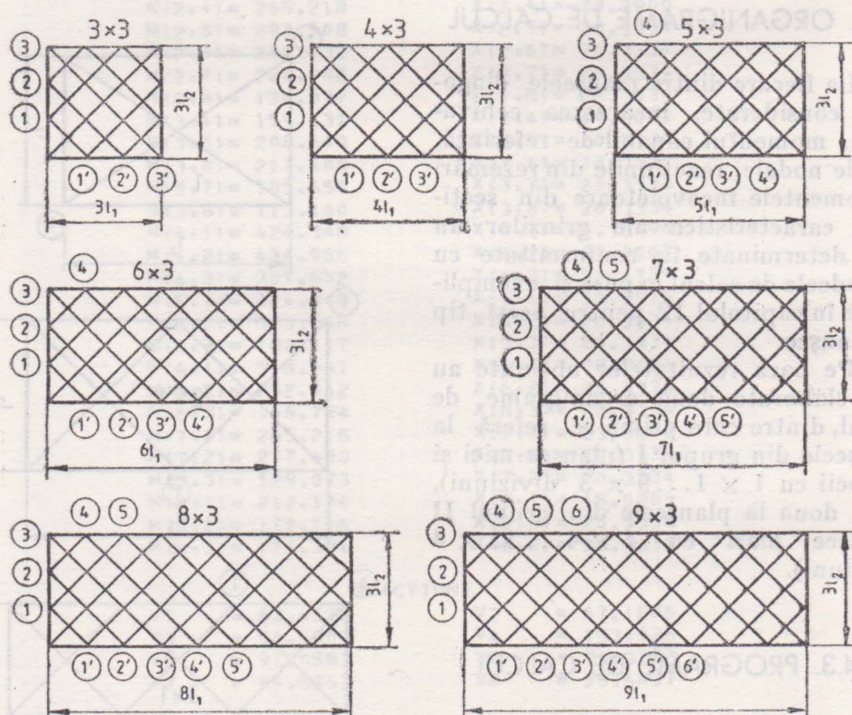


Fig. 14.3

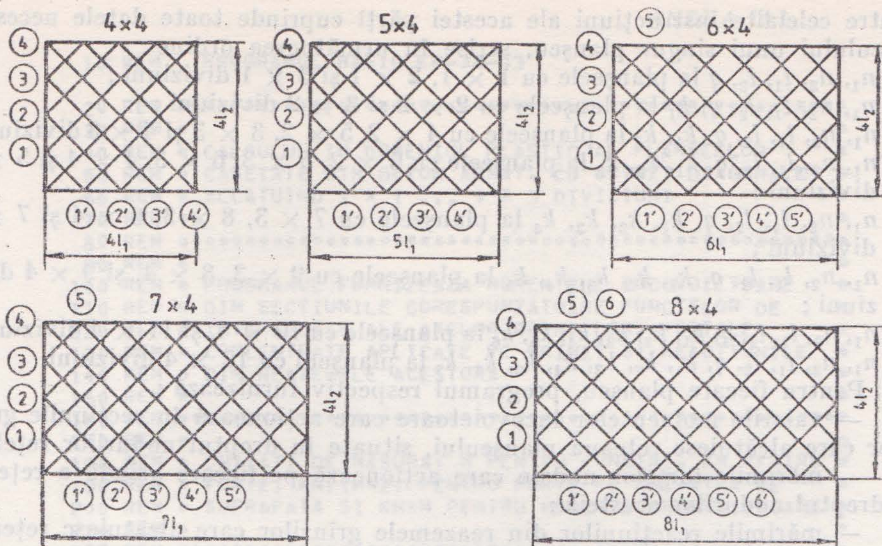


Fig. 14.4

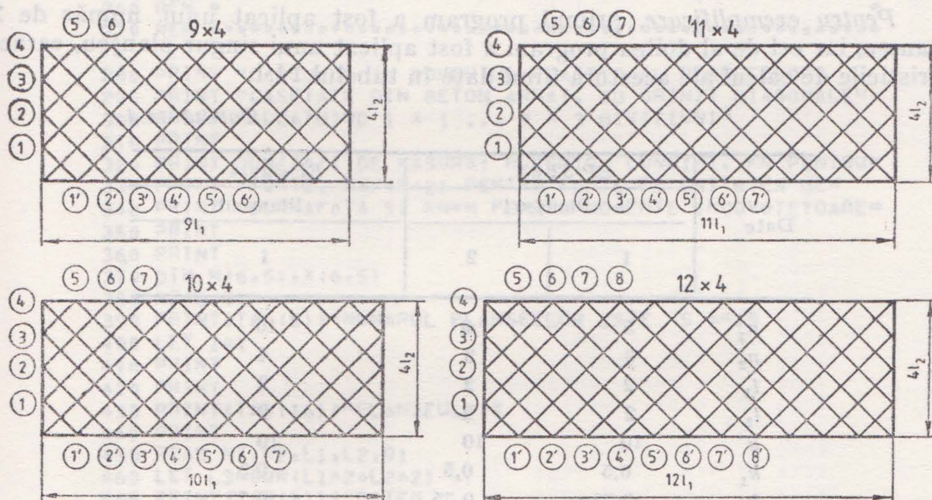


Fig. 14.5

a condus la obţinerea programelor de calcul automat cu indicativele *EP*-32-03 şi *EP*-32-04, listate în anexele 14.1 şi 14.3.

Partea fixă a programelor este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 3 460 în cazul programului *EP*-32-03 şi de la 10 la 3 490 în cazul programului *EP*-32-04, în ambele cazuri adăugîndu-se şi instrucţiunea END cu eticheta 5 000.

Partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 3 461 şi 4 999 la programul *EP*-32-03 şi între 3 491 şi 4 999 la programul *EP*-32-04.

La ambele programe, prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de planşee diagonale care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare

dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde toate datele necesare calculului unui singur planşeu, scrise în următoarea ordine :

— n_1, n_2, l_1, l_2, q la planşeele cu 1 × 1, 2 × 1 şi 3 × 1 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1 la planşeele cu 2 × 2 şi 3 × 2 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2 la planşeele cu 4 × 2, 5 × 2, 3 × 3 şi 4 × 3 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3 la planşeele cu 6 × 2, 5 × 3, 6 × 3, 4 × 4 şi 5 × 4 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4 la planşeele cu 7 × 3, 8 × 3, 6 × 4 şi 7 × 4 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 la planşeele cu 9 × 3, 8 × 4, şi 9 × 4 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 la planşeele cu 10 × 4, şi 11 × 4 diviziuni ;

— n_1, n_2, l_1, l_2, q, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7 la planşeul cu 12 × 4 diviziuni.

Pentru fiecare planşeu, programul respectiv furnizează :

— valorile momentelor încovoietoare care acţionează în secţiunile grinzilor care alcătuiesc reţeaua planşeului, situate în dreptul nodurilor reţelei ;

— mărimile forţelor nodale care acţionează pe fiecare grindă a reţelei, în dreptul nodurilor acesteia ;

— mărimile reacţiunilor din reazemele grinzilor care alcătuiesc reţeaua planşeului.

Unităţile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forţe, kN/m^2 pentru forţe pe unitatea de suprafaţă şi kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, primul program a fost aplicat unui număr de 2 planşee, iar cel de al doilea program a fost aplicat unui singur planşeu, caracteristicile de calcul ale acestora fiind date în tabelul 14.1.

Tabelul 14.1

Date	*EP*-32-03		*EP*-32-04
	Planşeu l		Planşeul
	1	2	1
n_1	5	9	10
n_2	3	3	4
l_1	2	2	2
l_2	2	2	2
q	10	10	10
k_1	0,5	0,5	0,5
k_2	0,75	0,75	0,75
k_3	0,75	0,75	0,75
k_4	—	1	1
k_5	—	1	1
k_6	—	—	1

Partea mobilă a programului *EP*-32-03 este alcătuită în acest caz din 3 instrucţiuni DATA, avînd etichetele 4 000, 4 010 şi 4 020, iar partea mobilă a programului *EP*-32-04 este alcătuită din 2 instrucţiuni DATA avînd etichetele 4 000 şi 4 010, aşa cum se poate vedea în listările conţinute de anexele 14.1 şi 14.3.

În anexele 14.2 şi 14.4 sînt reproduse rezultatele obţinute prin rularea programelor de calcul pentru cele 3 planşee considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-32-03
20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR   *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE *
60 REM * ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI          *
70 REM *                                              *
80 REM ************************************************
90 REM *                                              *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE  *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE    *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA                       *
150 REM *                                              *
160 REM ************************************************
170 REM *                                              *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *                                              *
220 REM ************************************************
230 REM *                                              *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT  *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118   *
260 REM *                                              *
270 REM ************************************************

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(6,5),X(6,5)
380 READ S
390 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S =";S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAB(16);"PLANSEUL";I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1
460 LET L3=SQR(L1^2+L2^2)
465 PRINT;TAB(21);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"N1    =";N1;TAB(28);"N2    =";N2
480 PRINT;TAB(4);"L1    =";L1;TAB(28);"L2    =";L2
490 PRINT;TAB(4);"L3    =";L3;TAB(28);"Q1    =";Q1
500 IF N2<2 THEN 620
510 READ K1
520 IF N2<3 THEN 2400
530 READ K2
540 PRINT;TAB(4);"K1    =";K1;TAB(28);"K2    =";K2
550 IF N2<3 THEN 2430
560 IF N1<5 THEN 680
570 READ K3
580 IF N1<7 THEN 2450
590 READ K4
```

```
600 PRINT;TAB(4);"K3      =";K3;TAB(28);"K4      =";K4
610 IF N1>8 THEN 2470
620 IF N2>1 THEN 680
630 IF N1<2 THEN 2500
640 IF N1<3 THEN 2520
650 LET Q0=4*Q1*L1*L2/9
660 LET M0=Q0*L3/8
670 IF N2<2 THEN 2820
680 IF N2>2 THEN 760
690 IF N1<3 THEN 2540
700 IF N1<4 THEN 2570
710 IF N1<5 THEN 2600
720 IF N1<6 THEN 2630
730 LET Q0=16*Q1*L1*L2/33
740 LET M0=11*Q0*L3/(4*(1+2*(K1+K2+K3)))
750 IF N2<3 THEN 860
760 IF N1<4 THEN 2660
780 IF N1<5 THEN 2685
790 IF N1<6 THEN 2705
800 IF N1<7 THEN 2730
810 IF N1<8 THEN 2760
820 IF N1<9 THEN 2790
830 LET Q0=36*Q1*L1*L2/73
840 LET M0=73*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5)))
850 IF N2<2 THEN 2820
860 LET X(1,1)=4*K1*M0/L3
870 IF N2>2 THEN 1020
880 LET X(2,1)=Q0-X(1,1)
890 LET X(2,2)=Q0/2
900 IF N1<3 THEN 2840
910 IF N1<4 THEN 2860
920 LET X(2,3)=4*K2*M0/L3-X(2,1)-2*X(2,2)
930 LET X(3,1)=Q0-X(2,3)
940 LET X(3,2)=Q0/2
950 IF N1<5 THEN 2880
960 IF N1<6 THEN 2900
970 LET X(3,3)=4*K3*M0/L3-X(3,1)-2*X(3,2)
980 LET X(4,1)=Q0-X(3,3)
990 LET X(4,2)=Q0/2
1000 LET X(4,3)=X(4,1)
1010 IF N2<3 THEN 1320
1020 LET X(2,1)=Q0/2
1040 LET X(2,3)=Q0/2
1050 LET X(2,2)=(4*K2*M0/L3-X(2,1)-X(2,3))/2
1060 LET X(3,1)=Q0-X(1,1)
1070 LET X(3,2)=Q0-X(2,2)
1080 LET X(3,3)=Q0/2
1090 IF N1<4 THEN 2950
1100 IF N1<5 THEN 2980
1110 LET X(3,5)=Q0/2
1115 LET X0=X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+X(3,5)
1120 LET X(3,4)=(4*K3*M0/L3-X0)/2
1130 LET X(4,1)=Q0-X(2,3)
1140 LET X(4,2)=Q0-X(3,4)
1150 LET X(4,3)=Q0/2
1160 IF N1<6 THEN 3010
1170 LET X(4,5)=Q0/2
1180 IF N1<7 THEN 3040
1190 LET X0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+X(4,5)
1195 LET X(4,4)=(4*K4*M0/L3-X0)/2
1200 LET X(5,1)=Q0-X(3,5)
1210 LET X(5,2)=Q0-X(4,4)
```

```
1220 LET X(5,3)=Q0/2
1230 IF N1<8 THEN 3060
1240 LET X(5,5)=Q0/2
1250 IF N1<9 THEN 3090
1260 LET X0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+X(5,5)
1265 LET X(5,4)=(4*K5*M0/L3-X0)/2
1270 LET X(6,1)=Q0-X(4,5)
1280 LET X(6,2)=Q0-X(5,4)
1290 LET X(6,3)=Q0/2
1300 LET X(6,4)=X(6,2)
1310 LET X(6,5)=X(6,1)
1320 LET V1=X(1,1)/2
1330 LET W1=V1
1340 IF N2<2 THEN 3180
1350 LET V2=(3*X(2,1)+2*X(2,2)+X(2,3))/4
1360 LET W2=(X(2,1)+2*X(2,2)+3*X(2,3))/4
1370 IF N2<3 THEN 3110
1380 LET V3=(5*X(3,1)+4*X(3,2)+3*X(3,3)+2*X(3,4)+X(3,5))/6
1390 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+4*X(3,4)+5*X(3,5))/6
1400 IF N1<5 THEN 1500
1410 LET V4=(5*X(4,1)+4*X(4,2)+3*X(4,3)+2*X(4,4)+X(4,5))/6
1420 LET W4=(X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)+5*X(4,5))/6
1430 IF N1<7 THEN 1500
1440 LET V5=(5*X(5,1)+4*X(5,2)+3*X(5,3)+2*X(5,4)+X(5,5))/6
1450 LET W5=(X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)+5*X(5,5))/6
1460 IF N1<9 THEN 1500
1470 LET V6=(5*X(6,1)+4*X(6,2)+3*X(6,3)+2*X(6,4)+X(6,5))/6
1480 LET W6=(X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)+5*X(6,5))/6
1490 IF N2<2 THEN 3180
1500 LET M(1,1)=K1*M0
1510 LET M(2,1)=V2*L3/2
1520 IF N2>2 THEN 1650
1540 LET M(2,3)=W2*L3/2
1550 IF N1<4 THEN 3200
1560 LET M(2,2)=K2*M0
1570 LET M(3,1)=V3*L3/2
1580 LET M(3,3)=W3*L3/2
1590 IF N1<6 THEN 3250
1600 LET M(3,2)=K3*M0
1610 LET M(4,1)=V4*L3/2
1620 LET M(4,2)=M0
1630 LET M(4,3)=W4*L3/2
1640 IF N2<3 THEN 1910
1650 LET M(2,2)=K2*M0
1655 LET M(2,3)=W2*L3/2
1660 LET M(3,1)=V3*L3/2
1670 LET M(3,2)=L3*(V3-X(3,1)/2)
1675 LET M(3,4)=L3*(W3-X(3,5)/2)
1680 LET M(3,5)=W3*L3/2
1690 IF N1<5 THEN 3280
1700 LET M(3,3)=K3*M0
1740 LET M(4,1)=V4*L3/2
1750 LET M(4,2)=L3*(V4-X(4,1)/2)
1760 LET M(4,4)=L3*(W4-X(4,5)/2)
1770 LET M(4,5)=W4*L3/2
1780 IF N1<7 THEN 3330
1790 LET M(4,3)=K4*M0
1800 LET M(5,1)=V5*L3/2
1810 LET M(5,2)=L3*(V5-X(5,1)/2)
1820 LET M(5,4)=L3*(W5-X(5,5)/2)
1830 LET M(5,5)=W5*L3/2
1840 IF N1<9 THEN 3350
```

```
1850 LET M(5,3)=K5*M0
1860 LET M(6,1)=V6*L3/2
1870 LET M(6,2)=L3*(V6-X(6,1)/2)
1880 LET M(6,3)=M0
1890 LET M(6,4)=L3*(W6-X(6,5)/2)
1900 LET M(6,5)=W6*L3/2
1910 PRINT
1920 PRINT;TAB(8);"MOMENTE";TAB(33);"FORTE"
1930 PRINT;TAB(4);"M(1,1)=";M(1,1);TAB(28);"X(1,1)=";X(1,1)
1940 IF N2<2 THEN 2240
1950 PRINT;TAB(4);"M(2,1)=";M(2,1);TAB(28);"X(2,1)=";X(2,1)
1960 PRINT;TAB(4);"M(2,2)=";M(2,2);TAB(28);"X(2,2)=";X(2,2)
1970 PRINT;TAB(4);"M(2,3)=";M(2,3);TAB(28);"X(2,3)=";X(2,3)
1980 IF N2<3 THEN 3370
1990 PRINT;TAB(4);"M(3,1)=";M(3,1);TAB(28);"X(3,1)=";X(3,1)
2000 PRINT;TAB(4);"M(3,2)=";M(3,2);TAB(28);"X(3,2)=";X(3,2)
2010 PRINT;TAB(4);"M(3,3)=";M(3,3);TAB(28);"X(3,3)=";X(3,3)
2020 IF N2<3 THEN 3390
2030 PRINT;TAB(4);"M(3,4)=";M(3,4);TAB(28);"X(3,4)=";X(3,4)
2040 PRINT;TAB(4);"M(3,5)=";M(3,5);TAB(28);"X(3,5)=";X(3,5)
2050 IF N1<5 THEN 2240
2060 PRINT;TAB(4);"M(4,1)=";M(4,1);TAB(28);"X(4,1)=";X(4,1)
2070 PRINT;TAB(4);"M(4,2)=";M(4,2);TAB(28);"X(4,2)=";X(4,2)
2080 PRINT;TAB(4);"M(4,3)=";M(4,3);TAB(28);"X(4,3)=";X(4,3)
2090 IF N2<3 THEN 2240
2100 PRINT;TAB(4);"M(4,4)=";M(4,4);TAB(28);"X(4,4)=";X(4,4)
2110 PRINT;TAB(4);"M(4,5)=";M(4,5);TAB(28);"X(4,5)=";X(4,5)
2120 IF N1<7 THEN 2240
2130 PRINT;TAB(4);"M(5,1)=";M(5,1);TAB(28);"X(5,1)=";X(5,1)
2140 PRINT;TAB(4);"M(5,2)=";M(5,2);TAB(28);"X(5,2)=";X(5,2)
2150 PRINT;TAB(4);"M(5,3)=";M(5,3);TAB(28);"X(5,3)=";X(5,3)
2160 PRINT;TAB(4);"M(5,4)=";M(5,4);TAB(28);"X(5,4)=";X(5,4)
2170 PRINT;TAB(4);"M(5,5)=";M(5,5);TAB(28);"X(5,5)=";X(5,5)
2180 IF N1<9 THEN 2240
2190 PRINT;TAB(4);"M(6,1)=";M(6,1);TAB(28);"X(6,1)=";X(6,1)
2200 PRINT;TAB(4);"M(6,2)=";M(6,2);TAB(28);"X(6,2)=";X(6,2)
2210 PRINT;TAB(4);"M(6,3)=";M(6,3);TAB(28);"X(6,3)=";X(6,3)
2220 PRINT;TAB(4);"M(6,4)=";M(6,4);TAB(28);"X(6,4)=";X(6,4)
2230 PRINT;TAB(4);"M(6,5)=";M(6,5);TAB(28);"X(6,5)=";X(6,5)
2240 PRINT
2250 PRINT;TAB(19);"REACTIUNI"
2260 PRINT;TAB(4);"V1      =";V1;TAB(28);"W1      =";W1
2270 IF N2<2 THEN 2380
2280 PRINT;TAB(4);"V2      =";V2;TAB(28);"W2      =";W2
2290 IF N2<3 THEN 3410
2300 PRINT;TAB(4);"V3      =";V3;TAB(28);"W3      =";W3
2310 IF N1<5 THEN 2380
2320 IF N2<3 THEN 3430
2330 PRINT;TAB(4);"V4      =";V4;TAB(28);"W4      =";W4
2340 IF N1<7 THEN 2380
2350 PRINT;TAB(4);"V5      =";V5;TAB(28);"W5      =";W5
2360 IF N1<9 THEN 2380
2370 PRINT;TAB(4);"V6      =";V6;TAB(28);"W6      =";W6
2380 IF I<S THEN 3450
2390 GOTO 5000
2400 IF N1>3 THEN 530
2410 PRINT;TAB(4);"K1      =";K1
2420 GOTO 680
2430 IF N1<6 THEN 680
2440 GOTO 570
2450 PRINT;TAB(4);"K3      =";K3
2460 GOTO 680
```

```
2470 READ K5
2480 PRINT;TAB(4);"K5      =";K5
2490 GOTO 680
2500 LET Q0=Q1*L1*L2/3
2510 GOTO 660
2520 LET Q0=5*Q1*L1*L2/12
2530 GOTO 660
2540 LET Q0=4*Q1*L1*L2/9
2550 LET M0=3*Q0*L3/(4*(1+2*K1))
2560 GOTO 860
2570 LET Q0=14*Q1*L1*L2/30
2580 LET M0=5*Q0*L3/(8*(1+K1))
2590 GOTO 860
2600 LET Q0=10*Q1*L1*L2/21
2610 LET M0=7*Q0*L3/(4*(1+2*(K1+K2)))
2620 GOTO 860
2630 LET Q0=13*Q1*L1*L2/27
2640 LET M0=9*Q0*L3/(8*(1+K1+K2))
2650 GOTO 860
2660 LET Q0=9*Q1*L1*L2/19
2670 LET M0=19*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2)))
2680 GOTO 860
2685 LET Q0=27*Q1*L1*L2/56
2690 LET M0=7*Q0*L3/(4*(1+K1+K2))
2700 GOTO 860
2705 LET Q0=36*Q1*L1*L2/74
2710 LET M0=37*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3)))
2720 GOTO 860
2730 LET Q0=45*Q1*L1*L2/92
2740 LET M0=23*Q0*L3/(8*(1+K1+K2+K3))
2750 GOTO 860
2760 LET Q0=54*Q1*L1*L2/110
2770 LET M0=55*Q0*L3/(8*(1+2*(K1+K2+K3+K4)))
2780 GOTO 860
2790 LET Q0=63*Q1*L1*L2/128
2800 LET M0=4*Q0*L3/(1+K1+K2+K3+K4)
2810 GOTO 860
2820 LET X(1,1)=Q0/2
2830 GOTO 1320
2840 LET X(2,3)=Q0-X(1,1)
2850 GOTO 1320
2860 LET X(2,3)=Q0/2
2870 GOTO 1320
2880 LET X(3,3)=Q0-X(2,3)
2890 GOTO 1320
2900 LET X(3,3)=Q0/2
2910 GOTO 1320
2950 LET X(3,4)=X(3,2)
2960 LET X(3,5)=X(3,1)
2970 GOTO 1320
2980 LET X(3,4)=Q0/2
2990 LET X(3,5)=Q0-X(2,3)
3000 GOTO 1320
3010 LET X(4,4)=X(4,2)
3020 LET X(4,5)=X(4,1)
3030 GOTO 1320
3040 LET X(4,4)=Q0/2
3050 GOTO 1320
3060 LET X(5,4)=X(5,2)
3070 LET X(5,5)=X(5,1)
3080 GOTO 1320
3090 LET X(5,4)=Q0/2
```

```
3100 GOTO 1320
3110 IF N1<4 THEN 1500
3120 LET V3=(3*X(3,1)+2*X(3,2)+X(3,3))/4
3130 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3))/4
3140 IF N1<6 THEN 1500
3150 LET V4=(3*X(4,1)+2*X(4,2)+X(4,3))/4
3160 LET W4=(X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3))/4
3170 GOTO 1500
3180 LET M(1,1)=M0
3190 GOTO 1910
3200 LET M(2,2)=M0
3220 GOTO 1910
3250 LET M(3,2)=M0
3260 GOTO 1910
3280 LET M(3,3)=M0
3300 GOTO 1910
3330 LET M(4,3)=M0
3340 GOTO 1910
3350 LET M(5,3)=M0
3360 GOTO 1910
3370 IF N1<4 THEN 2240
3380 GOTO 1990
3390 IF N1<6 THEN 2240
3400 GOTO 2060
3410 IF N1<4 THEN 2380
3420 GOTO 2300
3430 IF N1<6 THEN 2380
3440 GOTO 2330
3450 LET I=I+1
3460 GOTO 410
4000 DATA 2
4010 DATA 5,3,2,2,10,0.5,0.75,0.75
4020 DATA 9,3,2,2,10,0.5,0.75,0.75,1,1
5000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSFELOR
CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE
ALCATUIND 1 X 1 ... 9 X 3 DIVIZIUNI

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE

   NUMARUL PLANSEELOR ESTE  S = 2.00000

              PLANSEUL 1.00000

                   DATE
   N1     = 5.00000         N2     = 3.00000
   L1     = 2.00000         L2     = 2.00000
   L3     = 2.82843         Q1     = 10.0000
   K1     = .500000         K2     = .750000
   K3     = .750000

      MOMENTE                    FORTE
   M(1,1)= 25.4560          X(1,1)= 36.0002
   M(2,1)= 25.9721          X(2,1)= 9.72975
   M(2,2)= 38.1840          X(2,2)= 17.2704
   M(2,3)= 25.9721          X(2,3)= 9.72975
   M(3,1)=-1.83476          X(3,1)=-16.5407
   M(3,2)= 19.7226          X(3,2)= 2.18910
   M(3,3)= 38.1840          X(3,3)= 9.72975
   M(3,4)= 42.8855          X(3,4)= 13.6219
   M(3,5)= 28.3228          X(3,5)= 9.72975
   M(4,1)= 28.8955          X(4,1)= 9.72970
   M(4,2)= 44.0310          X(4,2)= 5.83760
   M(4,3)= 50.9120          X(4,3)= 9.72975
   M(4,4)= 44.0310          X(4,4)= 5.83760
   M(4,5)= 28.8955          X(4,5)= 9.72970

                 REACTIUNI
   V1     = 18.0001         W1     = 18.0001
   V2     = 18.3650         W2     = 18.3650
   V3     =-1.29737         W3     = 20.0272
   V4     = 20.4322         W4     = 20.4322

              PLANSEUL 2.00000

                   DATE
   N1     = 9.00000         N2     = 3.00000
   L1     = 2.00000         L2     = 2.00000
   L3     = 2.82843         Q1     = 10.0000
   K1     = .500000         K2     = .750000
   K3     = .750000         K4     = 1.00000
   K5     = 1.00000
```

```
MOMENTE                      FORTE
M(1,1)= 28.2843              X(1,1)= 39.9999
M(2,1)= 28.1876              X(2,1)= 9.86300
M(2,2)= 42.4265              X(2,2)= 20.1371
M(2,3)= 28.1876              X(2,3)= 9.86300
M(3,1)=-5.16610              X(3,1)=-20.2739
M(3,2)= 18.3395              X(3,2)=-.411100
M(3,3)= 42.4265              X(3,3)= 9.86300
M(3,4)= 52.5650              X(3,4)= 20.8221
M(3,5)= 33.2567              X(3,5)= 9.86300
M(4,1)= 27.6385              X(4,1)= 9.86300
M(4,2)= 41.3285              X(4,2)=-1.09610
M(4,3)= 56.5686              X(4,3)= 9.86300
M(4,4)= 57.8603              X(4,4)= 16.4386
M(4,5)= 35.9044              X(4,5)= 9.86300
M(5,1)= 29.7049              X(5,1)= 9.86300
M(5,2)= 45.4614              X(5,2)= 3.28740
M(5,3)= 56.5686              X(5,3)= 9.86300
M(5,4)= 53.7274              X(5,4)= 12.0551
M(5,5)= 33.8379              X(5,5)= 9.86300
M(6,1)= 31.7711              X(6,1)= 9.86300
M(6,2)= 49.5937              X(6,2)= 7.67090
M(6,3)= 56.5686              X(6,3)= 9.86300
M(6,4)= 49.5931              X(6,4)= 7.67090
M(6,5)= 31.7708              X(6,5)= 9.86300

                  REACTIUNI
V1    = 20.0000              W1    = 20.0000
V2    = 19.9316              W2    = 19.9316
V3    =-3.65297              W3    = 23.5160
V4    = 19.5433              W4    = 25.3882
V5    = 21.0045              W5    = 23.9270
V6    = 22.4655              W6    = 22.4653
```

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-32-04
20 REM ***************************************************
30 REM *                                                 *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR      *
50 REM * CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE   *
60 REM * ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI            *
70 REM *                                                 *
80 REM ***************************************************
90 REM *                                                 *
100 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE   *
110 REM * DIN SECTIUNILE CORESPUNZATOARE PUNCTELOR DE    *
120 REM * INTERSECTIE ALE AXELOR GRINZILOR, FORTELE      *
130 REM * CONCENTRATE APLICATE PE GRINZI SI REACTIUNILE  *
140 REM * DIN REAZEMELE ACESTORA                         *
150 REM *                                                *
160 REM **************************************************
170 REM *                                                *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE    *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE *
210 REM *                                                *
220 REM **************************************************
230 REM *                                                *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT    *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
260 REM *                                                *
270 REM **************************************************
280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR"
290 PRINT "CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE"
300 PRINT "ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE"
350 PRINT
360 PRINT
370 DIM M(8,7),X(8,7)
380 READ S
390 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLANSEELOR ESTE   S =":S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(16):"PLANSEUL":I
440 PRINT
450 READ N1,N2,L1,L2,Q1,K1,K2,K3
460 LET L3=SQR(L1^2+L2^2)
465 PRINT:TAB(21):"DATE"
470 PRINT:TAB(4):"N1   =":N1:TAB(28):"N2   =":N2
480 PRINT:TAB(4):"L1   =":L1:TAB(28):"L2   =":L2
490 PRINT:TAB(4):"L3   =":L3:TAB(28):"Q1   =":Q1
500 PRINT:TAB(4):"K1   =":K1:TAB(28):"K2   =":K2
510 IF N1<6 THEN 2760
520 READ K4
530 PRINT:TAB(4):"K3   =":K3:TAB(28):"K4   =":K4
540 IF N1<8 THEN 640
550 READ K5
560 IF N1<10 THEN 2780
570 READ K6
580 PRINT:TAB(4):"K5   =":K5:TAB(28):"K6   =":K6
590 IF N1<12 THEN 680
```

```
600 READ K7
610 PRINT;TAB(4);"K7    =";K7
620 IF N1<5 THEN 2800
630 IF N1<6 THEN 2830
640 IF N1<7 THEN 2860
650 IF N1<8 THEN 2890
660 IF N1<9 THEN 2920
670 IF N1<10 THEN 2950
680 IF N1<11 THEN 2980
690 IF N1<12 THEN 3020
700 LET Q0=64*Q1*L1*L2/129
710 LET M0=43*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5+K6+K7)))
730 LET X(1,1)=4*K1*M0/L3
740 LET X(2,1)=Q0/2
745 LET X(2,3)=X(2,1)
750 LET X(3,1)=X(2,1)
760 LET X(3,2)=X(2,1)
765 LET X(3,4)=X(2,1)
770 LET X(3,5)=X(2,1)
780 LET X(4,1)=Q0-X(1,1)
790 LET X(4,4)=X(2,1)
800 LET X(2,2)=(4*K2*M0/L3-X(2,1)-X(2,3))/2
820 LET X0=X(3,1)+2*X(3,2)+2*X(3,4)+X(3,5)
830 LET X(3,3)=(4*K3*M0/L3-X0)/3
840 LET X(4,2)=Q0-X(2,2)
850 LET X(4,3)=Q0-X(3,3)
860 IF N1<5 THEN 3120
865 LET X(4,6)=X(2,1)
870 LET X(4,7)=X(2,1)
880 IF N1<6 THEN 3150
890 LET X0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)
900 LET X(4,5)=(4*K4*M0/L3-X0-2*X(4,6)-X(4,7))/3
910 LET X(5,1)=Q0-X(2,3)
920 LET X(5,2)=Q0-X(3,4)
950 LET X(5,3)=Q0-X(4,5)
960 LET X(5,4)=X(2,1)
970 IF N1<7 THEN 3190
980 LET X(5,6)=X(2,1)
990 LET X(5,7)=X(2,1)
1000 IF N1<8 THEN 3230
1010 LET X0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)
1020 LET X(5,5)=(4*K5*M0/L3-X0-2*X(5,6)-X(5,7))/3
1030 LET X(6,3)=Q0-X(5,5)
1040 LET X(6,4)=X(2,1)
1050 LET X(6,6)=X(2,1)
1060 LET X(6,7)=X(2,1)
1070 IF N1<9 THEN 3250
1080 LET X(6,1)=X(2,1)
1090 LET X(6,2)=X(2,1)
1100 IF N1<10 THEN 3290
1105 LET X0=X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)
1110 LET X(6,5)=(4*K6*M0/L3-X0-2*X(6,6)-X(6,7))/3
1120 LET X(7,1)=X(2,1)
1130 LET X(7,2)=X(2,1)
1140 LET X(7,3)=Q0-X(6,5)
1150 LET X(7,4)=X(2,1)
1160 LET X(7,6)=X(2,1)
1170 LET X(7,7)=X(2,1)
1180 IF N1<11 THEN 3310
1190 IF N1<12 THEN 3330
1195 LET X0=X(7,1)+2*X(7,2)+3*X(7,3)+4*X(7,4)
1200 LET X(7,5)=(4*K7*M0/L3-X0-2*X(7,6)-X(7,7))/3
```

```
1210 LET X(8,1)=X(2,1)
1220 LET X(8,2)=X(2,1)
1230 LET X(8,3)=Q0-X(7,5)
1240 LET X(8,4)=X(2,1)
1250 LET X(8,5)=X(8,3)
1260 LET X(8,6)=X(2,1)
1270 LET X(8,7)=X(2,1)
1280 LET V1=X(1,1)/2
1290 LET W1=V1
1300 LET V2=(3*X(2,1)+2*X(2,2)+X(2,3))/4
1310 LET W2=(X(2,1)+2*X(2,2)+3*X(2,3))/4
1320 LET V3=(5*X(3,1)+4*X(3,2)+3*X(3,3)+2*X(3,4)+X(3,5))/6
1330 LET W3=(X(3,1)+2*X(3,2)+3*X(3,3)+4*X(3,4)+5*X(3,5))/6
1340 LET V0=7*X(4,1)+6*X(4,2)+5*X(4,3)+4*X(4,4)
1350 LET V4=(V0+3*X(4,5)+2*X(4,6)+X(4,7))/8
1360 LET W0=X(4,1)+2*X(4,2)+3*X(4,3)+4*X(4,4)
1370 LET W4=(W0+5*X(4,5)+6*X(4,6)+7*X(4,7))/8
1380 IF N1<6 THEN 1580
1390 LET V0=7*X(5,1)+6*X(5,2)+5*X(5,3)+4*X(5,4)
1400 LET V5=(V0+3*X(5,5)+2*X(5,6)+X(5,7))/8
1410 LET W0=X(5,1)+2*X(5,2)+3*X(5,3)+4*X(5,4)
1420 LET W5=(W0+5*X(5,5)+6*X(5,6)+7*X(5,7))/8
1430 IF N1<8 THEN 1580
1440 LET V0=7*X(6,1)+6*X(6,2)+5*X(6,3)+4*X(6,4)
1450 LET V6=(V0+3*X(6,5)+2*X(6,6)+X(6,7))/8
1460 LET W0=X(6,1)+2*X(6,2)+3*X(6,3)+4*X(6,4)
1470 LET W6=(W0+5*X(6,5)+6*X(6,6)+7*X(6,7))/8
1480 IF N1<10 THEN 1580
1490 LET V0=7*X(7,1)+6*X(7,2)+5*X(7,3)+4*X(7,4)
1500 LET V7=(V0+3*X(7,5)+2*X(7,6)+X(7,7))/8
1510 LET W0=X(7,1)+2*X(7,2)+3*X(7,3)+4*X(7,4)
1520 LET W7=(W0+5*X(7,5)+6*X(7,6)+7*X(7,7))/8
1530 IF N1<12 THEN 1580
1540 LET V0=7*X(8,1)+6*X(8,2)+5*X(8,3)+4*X(8,4)
1550 LET V8=(V0+3*X(8,5)+2*X(8,6)+X(8,7))/8
1560 LET W0=X(8,1)+2*X(8,2)+3*X(8,3)+4*X(8,4)
1570 LET W8=(W0+5*X(8,5)+6*X(8,6)+7*X(8,7))/8
1580 LET M(1,1)=K1*M0
1590 LET M(2,1)=V2*L3/2
1600 LET M(2,2)=K2*M0
1605 LET M(2,3)=W2*L3/2
1610 LET M(3,1)=V3*L3/2
1620 LET M(3,2)=L3*(V3-X(3,1)/2)
1630 LET M(3,3)=K3*M0
1635 LET M(3,4)=L3*(W3-X(3,5)/2)
1640 LET M(3,5)=W3*L3/2
1650 LET M(4,1)=V4*L3/2
1660 LET M(4,2)=L3*(V4-X(4,1)/2)
1670 LET M(4,3)=L3*(3*V4-2*X(4,1)-X(4,2))/2
1675 LET M(4,5)=L3*(3*W4-X(4,6)-2*X(4,7))/2
1680 LET M(4,6)=L3*(W4-X(4,7)/2)
1690 LET M(4,7)=W4*L3/2
1740 IF N1<6 THEN 3370
1750 LET M(4,4)=K4*M0
1760 LET M(5,1)=V5*L3/2
1770 LET M(5,2)=L3*(V5-X(5,1)/2)
1780 LET M(5,3)=L3*(3*V5-2*X(5,1)-X(5,2))/2
1790 LET M(5,5)=L3*(3*W5-X(5,6)-2*X(5,7))/2
1800 LET M(5,6)=L3*(W5-X(5,7)/2)
1810 LET M(5,7)=W5*L3/2
1830 IF N1<8 THEN 3420
1840 LET M(5,4)=K5*M0
```

```
1850 LET M(6,1)=V6*L3/2
1860 LET M(6,2)=L3*(V6-X(6,1)/2)
1870 LET M(6,3)=L3*(3*V6-2*X(6,1)-X(6,2))/2
1880 LET M(6,5)=L3*(3*W6-X(6,6)-2*X(6,7))/2
1890 LET M(6,6)=L3*(W6-X(6,7)/2)
1900 LET M(6,7)=W6*L3/2
1920 IF N1<10 THEN 3440
1930 LET M(6,4)=K6*M0
1940 LET M(7,1)=V7*L3/2
1950 LET M(7,2)=L3*(V7-X(7,1)/2)
1960 LET M(7,3)=L3*(3*V7-2*X(7,1)-X(7,2))/2
1970 LET M(7,5)=L3*(3*W7-X(7,6)-2*X(7,7))/2
1980 LET M(7,6)=L3*(W7-X(7,7)/2)
1990 LET M(7,7)=W7*L3/2
2010 IF N1<12 THEN 3460
2020 LET M(7,4)=K7*M0
2030 LET M(8,1)=V8*L3/2
2040 LET M(8,2)=L3*(V8-X(8,1)/2)
2050 LET M(8,3)=L3*(3*V8-2*X(8,1)-X(8,2))/2
2060 LET M(8,4)=M0
2070 LET M(8,5)=L3*(3*W8-X(8,6)-2*X(8,7))/2
2080 LET M(8,6)=L3*(W8-X(8,7)/2)
2090 LET M(8,7)=W8*L3/2
2100 PRINT
2110 PRINT;TAB(8);"MOMENTE";TAB(33);"FORTE"
2120 PRINT;TAB(4);"M(1,1)=";M(1,1);TAB(28);"X(1,1)=";X(1,1)
2130 PRINT;TAB(4);"M(2,1)=";M(2,1);TAB(28);"X(2,1)=";X(2,1)
2140 PRINT;TAB(4);"M(2,2)=";M(2,2);TAB(28);"X(2,2)=";X(2,2)
2150 PRINT;TAB(4);"M(2,3)=";M(2,3);TAB(28);"X(2,3)=";X(2,3)
2160 PRINT;TAB(4);"M(3,1)=";M(3,1);TAB(28);"X(3,1)=";X(3,1)
2170 PRINT;TAB(4);"M(3,2)=";M(3,2);TAB(28);"X(3,2)=";X(3,2)
2180 PRINT;TAB(4);"M(3,3)=";M(3,3);TAB(28);"X(3,3)=";X(3,3)
2190 PRINT;TAB(4);"M(3,4)=";M(3,4);TAB(28);"X(3,4)=";X(3,4)
2200 PRINT;TAB(4);"M(3,5)=";M(3,5);TAB(28);"X(3,5)=";X(3,5)
2210 PRINT;TAB(4);"M(4,1)=";M(4,1);TAB(28);"X(4,1)=";X(4,1)
2220 PRINT;TAB(4);"M(4,2)=";M(4,2);TAB(28);"X(4,2)=";X(4,2)
2230 PRINT;TAB(4);"M(4,3)=";M(4,3);TAB(28);"X(4,3)=";X(4,3)
2240 PRINT;TAB(4);"M(4,4)=";M(4,4);TAB(28);"X(4,4)=";X(4,4)
2250 PRINT;TAB(4);"M(4,5)=";M(4,5);TAB(28);"X(4,5)=";X(4,5)
2260 PRINT;TAB(4);"M(4,6)=";M(4,6);TAB(28);"X(4,6)=";X(4,6)
2270 PRINT;TAB(4);"M(4,7)=";M(4,7);TAB(28);"X(4,7)=";X(4,7)
2280 IF N1<6 THEN 2600
2290 PRINT;TAB(4);"M(5,1)=";M(5,1);TAB(28);"X(5,1)=";X(5,1)
2300 PRINT;TAB(4);"M(5,2)=";M(5,2);TAB(28);"X(5,2)=";X(5,2)
2310 PRINT;TAB(4);"M(5,3)=";M(5,3);TAB(28);"X(5,3)=";X(5,3)
2320 PRINT;TAB(4);"M(5,4)=";M(5,4);TAB(28);"X(5,4)=";X(5,4)
2330 PRINT;TAB(4);"M(5,5)=";M(5,5);TAB(28);"X(5,5)=";X(5,5)
2340 PRINT;TAB(4);"M(5,6)=";M(5,6);TAB(28);"X(5,6)=";X(5,6)
2350 PRINT;TAB(4);"M(5,7)=";M(5,7);TAB(28);"X(5,7)=";X(5,7)
2360 IF N1<8 THEN 2600
2370 PRINT;TAB(4);"M(6,1)=";M(6,1);TAB(28);"X(6,1)=";X(6,1)
2380 PRINT;TAB(4);"M(6,2)=";M(6,2);TAB(28);"X(6,2)=";X(6,2)
2390 PRINT;TAB(4);"M(6,3)=";M(6,3);TAB(28);"X(6,3)=";X(6,3)
2400 PRINT;TAB(4);"M(6,4)=";M(6,4);TAB(28);"X(6,4)=";X(6,4)
2410 PRINT;TAB(4);"M(6,5)=";M(6,5);TAB(28);"X(6,5)=";X(6,5)
2420 PRINT;TAB(4);"M(6,6)=";M(6,6);TAB(28);"X(6,6)=";X(6,6)
2430 PRINT;TAB(4);"M(6,7)=";M(6,7);TAB(28);"X(6,7)=";X(6,7)
2440 IF N1<10 THEN 2600
2450 PRINT;TAB(4);"M(7,1)=";M(7,1);TAB(28);"X(7,1)=";X(7,1)
2460 PRINT;TAB(4);"M(7,2)=";M(7,2);TAB(28);"X(7,2)=";X(7,2)
2470 PRINT;TAB(4);"M(7,3)=";M(7,3);TAB(28);"X(7,3)=";X(7,3)
2480 PRINT;TAB(4);"M(7,4)=";M(7,4);TAB(28);"X(7,4)=";X(7,4)
```

```
2490 PRINT;TAB(4);"M(7,5)=";M(7,5);TAB(28);"X(7,5)=";X(7,5)
2500 PRINT;TAB(4);"M(7,6)=";M(7,6);TAB(28);"X(7,6)=";X(7,6)
2510 PRINT;TAB(4);"M(7,7)=";M(7,7);TAB(28);"X(7,7)=";X(7,7)
2520 IF N1<12 THEN 2600
2530 PRINT;TAB(4);"M(8,1)=";M(8,1);TAB(28);"X(8,1)=";X(8,1)
2540 PRINT;TAB(4);"M(8,2)=";M(8,2);TAB(28);"X(8,2)=";X(8,2)
2550 PRINT;TAB(4);"M(8,3)=";M(8,3);TAB(28);"X(8,3)=";X(8,3)
2560 PRINT;TAB(4);"M(8,4)=";M(8,4);TAB(28);"X(8,4)=";X(8,4)
2570 PRINT;TAB(4);"M(8,5)=";M(8,5);TAB(28);"X(8,5)=";X(8,5)
2580 PRINT;TAB(4);"M(8,6)=";M(8,6);TAB(28);"X(8,6)=";X(8,6)
2590 PRINT;TAB(4);"M(8,7)=";M(8,7);TAB(28);"X(8,7)=";X(8,7)
2600 PRINT
2610 PRINT;TAB(19);"REACTIUNI"
2620 PRINT;TAB(4);"V1      =";V1;TAB(28);"W1      =";W1
2630 PRINT;TAB(4);"V2      =";V2;TAB(28);"W2      =";W2
2640 PRINT;TAB(4);"V3      =";V3;TAB(28);"W3      =";W3
2650 PRINT;TAB(4);"V4      =";V4;TAB(28);"W4      =";W4
2660 IF N1<6 THEN 2740
2670 PRINT;TAB(4);"V5      =";V5;TAB(28);"W5      =";W5
2680 IF N1<8 THEN 2740
2690 PRINT;TAB(4);"V6      =";V6;TAB(28);"W6      =";W6
2700 IF N1<10 THEN 2740
2710 PRINT;TAB(4);"V7      =";V7;TAB(28);"W7      =";W7
2720 IF N1<12 THEN 2740
2730 PRINT;TAB(4);"V8      =";V8;TAB(28);"W8      =";W8
2740 IF I<S THEN 3480
2750 GOTO 5000
2760 PRINT;TAB(4);"K3      =";K3
2770 GOTO 620
2780 PRINT;TAB(4);"K5      =";K5
2790 GOTO 660
2800 LET Q0=16*Q1*L1*L2/33
2810 LET M0=11*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3)))
2820 GOTO 730
2830 LET Q0=22*Q1*L1*L2/45
2840 LET M0=15*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3))
2850 GOTO 730
2860 LET Q0=28*Q1*L1*L2/57
2870 LET M0=19*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4)))
2880 GOTO 730
2890 LET Q0=34*Q1*L1*L2/69
2900 LET M0=23*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3+K4))
2910 GOTO 730
2920 LET Q0=40*Q1*L1*L2/81
2930 LET M0=27*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5)))
2940 GOTO 730
2950 LET Q0=46*Q1*L1*L2/93
2960 LET M0=31*Q0*L3/(4*(1+K1+K2+K3+K4+K5))
2970 GOTO 730
2980 LET Q0=52*Q1*L1*L2/105
2990 LET M0=35*Q0*L3/(2*(1+2*(K1+K2+K3+K4+K5+K6)))
3010 GOTO 730
3020 LET Q0=58*Q1*L1*L2/117
3030 LET M0=117*Q0*L3/(12*(1+K1+K2+K3+K4+K5+K6))
3050 GOTO 730
3120 LET X(4,5)=X(4,3)
3130 LET X(4,6)=X(4,2)
3135 LET X(4,7)=X(4,1)
3140 GOTO 1280
3150 LET X(4,5)=X(2,1)
3180 GOTO 1280
3190 LET X(5,5)=X(5,3)
```

```
3200 LET X(5,6)=X(5,2)
3210 LET X(5,7)=X(5,1)
3220 GOTO 1280
3230 LET X(5,5)=X(2,1)
3240 GOTO 1280
3250 LET X(6,1)=Q0-X(3,5)
3260 LET X(6,2)=Q0-X(4,6)
3270 LET X(6,5)=Q0-X(5,5)
3280 GOTO 1280
3290 LET X(6,5)=X(2,1)
3300 GOTO 1280
3310 LET X(7,5)=X(7,3)
3320 GOTO 1280
3330 LET X(7,5)=X(2,1)
3340 GOTO 1280
3370 LET M(4,4)=M0
3390 GOTO 2100
3420 LET M(5,4)=M0
3430 GOTO 2100
3440 LET M(6,4)=M0
3450 GOTO 2100
3460 LET M(7,4)=M0
3470 GOTO 2100
3480 LET I=I+1
3490 GOTO 410
4000 DATA 1
4010 DATA 10,4,2,2,10,0.5,0.75,0.75,1,1,1
5000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLANSEELOR
CASETATE DIN BETON ARMAT, CU GRINZI DIAGONALE
ALCATUIND 4 X 4 ... 12 X 4 DIVIZIUNI

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M**2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE INCOVOIETOARE


NUMARUL PLANSEELOR ESTE   S = 1.00000


              PLANSEUL 1.00000

                    DATE
N1      = 10.0000           N2      = 4.00000
L1      = 2.00000           L2      = 2.00000
L3      = 2.82843           Q1      = 10.0000
K1      = .500000           K2      = .750000
K3      = .750000           K4      = 1.00000
K5      = 1.00000           K6      = 1.00000

      MOMENTE                    FORTE
M(1,1)= 44.5691             X(1,1)= 63.0300
M(2,1)= 40.4307             X(2,1)= 9.90475
M(2,2)= 66.8537             X(2,2)= 37.3679
M(2,3)= 40.4307             X(2,3)= 9.90475
M(3,1)= 36.2923             X(3,1)= 9.90475
M(3,2)= 58.5771             X(3,2)= 9.90475
M(3,3)= 66.8537             X(3,3)= 11.7056
M(3,4)= 58.5765             X(3,4)= 9.90475
M(3,5)= 36.2920             X(3,5)= 9.90475
M(4,1)=-33.1082             X(4,1)=-43.2205
M(4,2)=-5.09315             X(4,2)=-17.5584
M(4,3)= 47.7530             X(4,3)= 8.10390
M(4,4)= 89.1382             X(4,4)= 9.90475
M(4,5)= 116.515             X(4,5)= 36.9173
M(4,6)= 91.6847             X(4,6)= 9.90475
M(4,7)= 52.8460             X(4,7)= 9.90475
M(5,1)= 33.7452             X(5,1)= 9.90470
M(5,2)= 53.4828             X(5,2)= 9.90470
M(5,3)= 59.2135             X(5,3)=-17.1078
M(5,4)= 89.1382             X(5,4)= 9.90475
M(5,5)= 105.055             X(5,5)= 26.1117
M(5,6)= 84.0440             X(5,6)= 9.90475
M(5,7)= 49.0258             X(5,7)= 9.90475
M(6,1)= 37.5658             X(6,1)= 9.90475
M(6,2)= 61.1241             X(6,2)= 9.90475
M(6,3)= 70.6750             X(6,3)=-6.30220
M(6,4)= 89.1382             X(6,4)= 9.90475
M(6,5)= 93.5935             X(6,5)= 15.3062
M(6,6)= 76.4032             X(6,6)= 9.90475
M(6,7)= 45.2054             X(6,7)= 9.90475
M(7,1)= 41.3876             X(7,1)= 9.90475
M(7,2)= 68.7676             X(7,2)= 9.90475
M(7,3)= 82.1405             X(7,3)= 4.50330
M(7,4)= 89.1382             X(7,4)= 9.90475
M(7,5)= 82.1400             X(7,5)= 4.50330
M(7,6)= 68.7673             X(7,6)= 9.90475
M(7,7)= 41.3875             X(7,7)= 9.90475

                 REACTIUNI
V1      = 31.5150           W1      = 31.5150
V2      = 28.5888           W2      = 28.5888
V3      = 25.6625           W3      = 25.6623
V4      =-23.4110           W4      = 37.3678
V5      = 23.8614           W5      = 34.6664
V6      = 26.5630           W6      = 31.9650
V7      = 29.2654           W7      = 29.2653
```

Partea a cincea. PLĂCI PLANE ŞI PLĂCI CURBE SUBŢIRI

15. PROBLEMĂ DE CONLUCRARE ÎN STRUCTURI CU PLĂCI CURBE SUBŢIRI

Schimbarea tehnologiei de ridicare a unui capac de rezervor interior a impus verificarea comportării cupolei (constituind capacul) şi a inelului de ridicare. Deoarece prinderea de cupolă a inelului de ridicare s-a făcut în 32 puncte, s-a admis în mod justificat că rezemarea este continuă*.

Calculul a fost făcut utilizînd teoria plăcilor curbe subţiri de rotaţie.

15.1. INTRODUCERE

La o placă curbă subţire de rotaţie, legată cu elemente similare (alte plăci curbe subţiri de rotaţie, inele, centuri), deplasările radiale şi unghiulare nu pot fi neglijate ; rezemarea plăcii este o încastrare elastică, al cărei grad depinde de forma şi de dimensiunile elementelor în contact.

Datorită simetriei stării de eforturi şi de deformaţii în raport cu axa de rotaţie, studiul poate fi redus la o secţiune transversală (diametrală), tratarea fiind asemănătoare celei din statica sistemelor de bare. Prin utilizarea metodei eforturilor sau metodei deplasărilor, pot fi determinate valorile necunoscutelor marginale corespunzătoare momentelor la noduri din teoria cadrelor. Odată cunoscute aceste valori, fiecare element poate fi tratat separat, după metodele amintite mai înainte.

Dificultatea problemei constă în faptul că nodurile nu sînt fixe astfel încît necunoscutele sînt atît rotiri, cît şi deplasări liniare (radiale).

Pentru a ajunge la un sistem de ecuaţii canonice trebuie să se determine anumiţi coeficienţi de influenţă ; aceştia au o anumită semnificaţie fizică, după cum se lucrează cu metoda eforturilor sau cu metoda deplasărilor.

Avantajul faţă de sistemele de bare constă în faptul că, în cazul de faţă, amortizarea perturbaţiilor este atît de puternică, încît este suficient studiul local al fiecărui *nod*.

---

* Această ipoteză este admisibilă pentru $n \geqslant 10\ldots12$ puncte de prindere echidistante

Este mai comod să se plece de la relațiile deduse prin metoda eforturilor însă se aleg ca necunoscute finale deplasările comune ale elementelor în contact [27].

15.2. METODA EFORTURILOR

Este cunoscut că, în metoda eforturilor, ecuațiile canonice exprimă continuitatea deformațiilor. Necunoscutele sînt eforturi și momente, iar coeficienții de influență reprezintă deplasări radiale, respectiv rotiri.

Separînd dintr-o structură de rotație complexă o placă curbă subțire, se disting următoarele trei cazuri elementare de solicitare ale marginii inferioare :

a) acțiunea încărcărilor exterioare în ipoteza că marginea inferioară este liberă de orice legături ;

b) acțiunea unor eforturi radiale R la marginea inferioară ;

c) acțiunea unor momente meridiane M la marginea inferioară.

Primul caz *a*) reprezintă o solicitare static determinată, care poate fi reprezentată printr-o soluție particulară din teoria încovoierii sau, cu o foarte bună aproximație, de soluția de membrană ; celelalte două cazuri *b*) și *c*) reprezintă acțiunea necunoscutelor static nedeterminate pentru a restabili egalitatea de deformații radiale și de rotiri ale plăcii curbe considerate și ale celorlalte elemente în contact. Fie

χ_R — rotirea marginii inferioare cînd pe conturul respectiv acționează eforturile static nedeterminate $R = 1$ (fig. 15.1, *a*) ;

ξ_R — deplasarea radială în cazul de solicitare precedent (fig. 15.1, *a*) ;

χ_M — rotirea marginii inferioare cînd pe conturul respectiv acționează momentele static nedeterminate $M = 1$ (fig. 15.1, *b*) ;

ξ_M — deplasarea radială în cazul de solicitare precedent (fig. 15.1, *b*) ;

χ_0, ξ_0 — deformațiile datorite cazului static determinat.

Valorile χ_R, χ_M, ξ_R, ξ_M reprezintă coeficienții de influență. Conform teoremei reciprocității după Maxwell-Betti, este satisfăcută relația

$$\xi_M = \chi_R. \tag{15.1}$$

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor, deplasările totale ale cercului paralel inferior se scriu :

$$\begin{aligned} \xi &= R\xi_R + M\xi_M + \xi_0, \\ \chi &= R\chi_R + M\chi_M + \chi_0. \end{aligned} \tag{15.2}$$

Ca o aplicație directă a relațiilor precedente poate fi studiat cazul incastrării perfecte. Pentru aceasta este suficient să se considere $\xi = 0$ și $\chi = 0$ în (15.2).

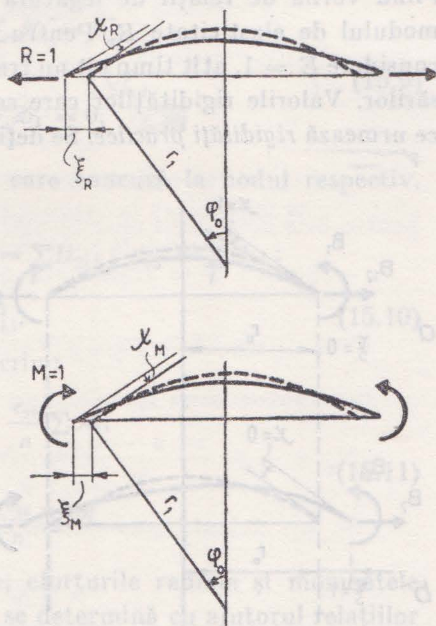


Fig. 15.1

Necunoscutele R și M, cu noile notații $\mathscr{H}$ și respectiv $\mathscr{M}$, rezultă sub forma generală

$$R = \mathscr{H} = -\frac{\xi_0\chi_M - \chi_0\xi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}, \tag{15.3}$$

$$M = \mathscr{M} = -\frac{\chi_0\xi_R - \xi_0\chi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}.$$

Se recunoaște că, în cazul legăturii a mai mult de două elemente, numărul necunoscutelor crește și rezolvarea problemei devine foarte laborioasă.

15.3. METODA DEPLASĂRILOR

În metoda deplasărilor numărul necunoscutelor poate fi redus la numai două ținînd seama că, la un nod, deplasarea radială și rotirea sînt identice oricare ar fi numărul elementelor în contact.

Se pleacă de la relațiile generale (15.2) în care, considerînd necunoscute pe R și M, se obține în funcție de ξ și χ:

$$R = \frac{\chi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}\xi - \frac{\xi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}\chi - \frac{\xi_0\chi_M - \chi_0\xi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M},$$

$$M = \frac{\xi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}\chi - \frac{\chi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}\xi - \frac{\chi_0\xi_R - \xi_0\chi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M}. \tag{15.4}$$

Se observă că termenii liberi reprezintă tocmai mărimile $\mathscr{H}$, $\mathscr{M}$ date de relațiile (15.3) pentru cazul încastrării perfecte.

Se introduce, ca și în statica sistemelor de bare, noțiunea de rigiditate. Fiind vorba de relații de legătură între eforturi și deformații, intervine și modulul de elasticitate E. Pentru comoditatea calculelor este indicat să se considere $E = 1$, atît timp cît nu trebuie calculată adevărata mărime a deplasărilor. Valorile rigidităților care se obțin pentru $E = 1$ sînt numite în cele ce urmează *rigidități practice*. Se definesc astfel (fig. 15.2):

a) rigiditatea la rotire B_1 — momentele uniform distribuite pe contur, care produc o rotire unitate a elementului considerat, deplasările radiale fiind împiedicate (fig. 15.2, *a*);

b) B_{12} — eforturile radiale care apar în situația de la punctul *a*);

c) rigiditatea la translație B_2 — eforturile radiale uniform distribuite pe contur, care produc o deplasare radială unitate, rotirile fiind împiedicate (fig. 15.2, *b*);

d) $B_{21} = B_{12}$ — momentele uniform distribuite care apar în situația de la punctul *c*).

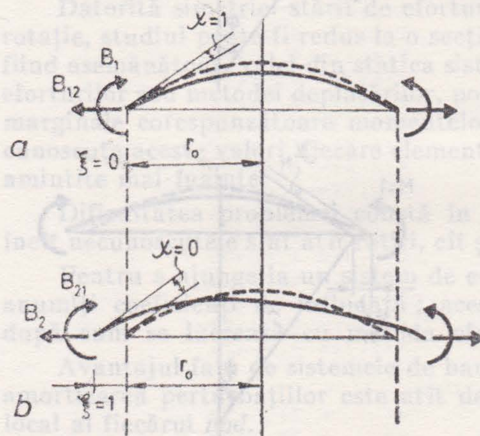


Fig. 15.2

Pentru deducerea expresiilor rigidităților practice se înlătură în primul rînd încărcarea exterioară ; pentru aceasta se anulează termenii liberi în relațiile (15.4).

Se consideră mai departe $\chi = 1$ și $\xi = 0$. În această situație, din relațiile (15.4) rezultă (fig. 15.2, *a*) :

$$M = \frac{\xi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M} = B_1 ; \quad R = -\frac{\xi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M} = B_{12}. \tag{15.5}$$

Analog se consideră $\xi = 1$ și $\chi = 0$. În această situație, din relațiile (15.4) rezultă (fig. 15.2, *b*) :

$$R = \frac{\chi_M}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M} = B_2 ; \quad M = -\frac{\chi_R}{\xi_R\chi_M - \chi_R\xi_M} = B_{21} = B_{12}. \tag{15.6}$$

Cu noile notații (15.5), (15.6), (15.3), relațiile (15.4) se scriu

$$\begin{aligned} M &= B_1\chi + B_{21}\xi + \mathcal{M} ; \\ R &= B_2\xi + B_{12}\chi + \mathcal{H}. \end{aligned} \tag{15.7}$$

Observînd că expresiile eforturilor R și momentelor M date de expresiile (15.7) — relative la fiecare element care se întîlnește la nod — cuprind doar două necunoscute ξ și χ (deformațiile egale ale elementelor în secțiunea de contact), este necesar să se exprime echilibrul. Ecuațiile de proiecții (pe normala la axa de rotație) și de momente se scriu în cazul general

$$\sum_i M = 0 ; \sum_i R = 0, \tag{15.8}$$

sau introducînd expresiile de forma (15.7) și grupînd convenabil termenii

$$\begin{aligned} \chi\sum_i B_{1i} + \xi\sum_i B_{21i} + \sum_i \mathcal{M}_i = 0 ; \\ \chi\sum_i B_{12i} + \xi\sum_i B_{2i} + \sum_i \mathcal{H}_i = 0. \end{aligned} \tag{15.9}$$

Sumele se extind la toate elementele care concură la nodul respectiv. Dacă se mai notează

$$c_{11} = \sum_i B_{1i} ; \; c_{12} = c_{21} = \sum_i B_{12i} = \sum_i B_{21i} ; \; c_{22} = \sum_i B_{2i} ;$$

$$n = c_{11}c_{22} - c_{12}^2, \tag{15.10}$$

rădăcinile ξ și χ ale sistemului (15.9) se scriu :

$$\begin{aligned} \xi &= -\frac{c_{11}}{n}\sum \mathcal{H} + \frac{c_{21}}{n}\sum \mathcal{M}, \\ \chi &= +\frac{c_{12}}{n}\sum \mathcal{H} - \frac{c_{22}}{n}\sum \mathcal{M}. \end{aligned} \tag{15.11}$$

Odată determinate aceste necunoscute, eforturile radiale și momentele static nedeterminate pentru fiecare element se determină cu ajutorul relațiilor (15.7).

15.4. VERIFICAREA CAPACULUI REZERVORULUI LA RIDICARE

Capacul are forma unei calote sferice de rază a și grosime t. Diametrul calotei este D, iar raza inelului de ridicare este r.

Cu ajutorul acestor date se calculează

— semideschiderea unghiulară a cupolei

$$\sin \varphi_i = \frac{D}{2a} ; \tag{15.12}$$

— semideschiderea unghiulară a cercului de rezemare

$$\sin \alpha = \frac{r}{a} . \tag{15.13}$$

Datorită simetriei axiale, în cupolă se dezvoltă eforturi meridiane N_φ și eforturi inelare N_Θ ; ele rezultă din relațiile

$$N_\varphi = -\frac{P_\varphi}{2\pi a \sin^2 \varphi}; \quad N_\Theta = -N_\varphi - ga \cos \varphi, \tag{15.14}$$

în care

φ reprezintă unghiul meridian care precizează poziția unui cerc paralel curent,

$g = \gamma t$ — greutatea proprie a cupolei pe unitatea de suprafață ;

γ — greutatea specifică a materialului ;

P_φ — greutatea totală a cupolei deasupra unui inel curent

Greutatea totală a cupolei este

$$P = 2\pi g a^2 (1 - \cos \varphi_i), \tag{15.15}$$

iar reacțiunea verticală în inelul de ridicare (pe unitatea de lungime)

$$V = \frac{P}{2\pi a \sin \alpha} = ga \frac{1 - \cos \varphi i}{\sin \alpha}. \tag{15.16}$$

În dreptul inelului de rezemare, diagramele N_φ și N_θ au discontinuități pentru cele două zone rezultă următoarele expresii :

— pentru zona superioară $\varphi \in (0, \alpha)$,

$$N_\varphi = -\frac{ga}{1 + \cos \varphi}; \quad N_0 = -ga\left(\cos \varphi - \frac{1}{1 + \cos \varphi}\right); \tag{15.17}$$

— pentru zona inferioară $\varphi \in (\alpha, \varphi_i)$,

$$N_\varphi = -ga \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_i}{\sin^2 \varphi}; \quad N_0 = -ga\left(\cos \varphi - \frac{\cos \varphi - \cos \varphi_i}{\sin^2 \varphi}\right) \tag{15.18}$$

Se mai notează coeficientul de amortizare al plăcii subțiri sferice :

$$\beta = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \sqrt{\frac{a}{t}}, \tag{15.19}$$

în care μ este coeficientul de contracție transversală al materialului.

Tabelul 15.1

Notații	Codificări	Definiții
A	SØ	Aria secțiunii transversale a inelului.
a	A1	Raza cupolei sferice.
b	B1	Lățimea secțiunii inelului.
B_{11}	B (1,1)	Rigiditatea la rotire a elementului *1* (cupola sferică interioară)
B_{12}	B (1,2)	Rigiditatea la rotire a elementului *2* (cupola sferică exterioară)
B_{13}	B (1,3)	Rigiditatea la rotire a inelului.
B_{21}	B (2,1)	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului *1*.
B_{22}	B (2,2)	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului *2*.
B_{23}	B (2,3)	Efortul radial corespunzător rigidității la rotire a elementului *3*.
B_{31}	B (3,1)	Rigiditatrea la translație a elementului *1*.
B_{32}	B (3,2)	Rigiditatea la translație a elementului *2*.
B_{33}	B (3,3)	Rigiditatea la translație a elementului *3*.
c_{11}	C1	$c_{11} = B_{11} + B_{12} + B_{13}$.
c_{22}	C2	$c_{22} = B_{21} + B_{22} + B_{23}$.
c_{12}	C3	$c_{12} = B_{31} + B_{32} + B_{33}$.
D	D1	Diametrul cercului de bază al calotei sferice.
e	E1	Excentricitatea inelului față de suprafața mediană a cupolei.
g	G1	Greutatea proprie pe unitatea de suprafață curbă.
h	K1	Înălțimea secțiunii inelului.
$\mathcal{H}_1$	H1	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului *1*.
$\mathcal{H}_2$	H2	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului *2*.
$\mathcal{H}_3$	H3	Efortul radial la marginea încastrată perfect a elementului *3*
M_1	M1	Momentul static nedeterminat pentru elementul *1*.
M_2	M2	Momentul static nedeterminat pentru elementul *2*.
M_3	M3	Momentul static nedeterminat pentru elementul *3*.
$\mathcal{M}_1$	U1	Momentul de încastrare perfectă a elementului *1*.
$\mathcal{M}_2$	U2	Momentul de încastrare perfectă a elementului *2*.
$\mathcal{M}_3$	U3	Momentul de încastrare perfectă a elementului *3*.
n	NØ	$n = c_{11}c_{22} - c_{12}^2$.
R_1	R1	Efortul radial static nedeterminat al elementului *1*.
R_2	R2	Efortul radial static nedeterminat al elementului *2*.
R_3	R3	Efortul radial static nedeterminat al elementului *3*.
r	V1	Raza inelului de ridicare.
t	T1	Grosimea cupolei.
α	AØ	Semideschiderea unghiulară a cercului de rezemare.
β	BØ	$\beta = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)}\cdot\sqrt{\frac{a}{t}}$ Coeficientul de amortizare al plăcii.
γ		Greutatea specifică a materialului.
φ_i	FØ	Semideschiderea unghiulară a cupolei.
μ	MØ	Coeficientul de contracție transversală.
χ	KØ	Rotire.
ξ	XØ	Deplasare radială.
i	I	Numărul de ordine al problemelor.
s	S	Numărul total de probleme.

Element	Figura	Deplasări radiale ξ	Rotiri χ	Rigiditate B_1
	R_1, M_1, t, α	$\zeta_{R1} = \frac{2\beta a \sin^2\alpha}{Et}$ $\xi_{M1} = \frac{2\beta^2 \sin\alpha}{Et}$ $\xi_{O1} = \frac{D\alpha^2}{Et}\left(\frac{1+\mu}{1+\cos\alpha} - \cos\alpha\right)\sin\alpha$	$\chi_{R1} = \frac{2\beta^2 \sin\alpha}{Et}$ $\chi_{M1} = \frac{4\beta^3}{Ela}$ $\chi_{O1} = -\frac{ga}{Et}(2+\mu)\sin\alpha$	$\frac{E\beta l^3}{6(1-\mu^2)a}$
	M_2, R_2, t, α	$\xi_{R2} = \frac{2\beta a \sin^2\alpha}{Et}$ $\xi_{M2} = -\frac{2\beta^2 \sin\alpha}{Et}$ $\xi_{O2} = \frac{ga^2}{Et}\left[-\cos\alpha + 1(1+\mu)\frac{\cos\alpha - \cos\varphi_i}{\sin^2\alpha}\right]$	$\chi_{R2} = -\frac{2\beta^2 \sin\alpha}{Et}$ $\chi_{M2} = \frac{4\beta^3}{Eta}$ $\chi_{O2} = -\frac{ga}{Et}(2+\mu)\sin\alpha$	$\frac{E\beta l^3}{6(1-\mu^2)a}$
	R_3, M_3, e, α	$\xi_{R3} = \frac{a^2 \sin^2\alpha}{E}\left(\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2}\right)$ $\xi_{M3} = \frac{6a^2 \sin^2\alpha}{Ebd^2}$ $\xi_{O3} = \frac{ga^3}{E}(1-\cos\varphi_i)\cdot \cos\alpha\left(\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2}\right)$	$\chi_{R3} = \frac{6a^2 \sin^2\alpha}{Ebd^3}$ $\chi_{M3} = \frac{12a^2 \sin^2\alpha}{Ebd^3}$ $\chi_{O3} = \frac{6\,ga^3}{Ebd^3}(1-\cos\varphi_i)\cos\alpha$	$E \cdot \frac{bd^3}{a^2 \sin^2\alpha} \cdot \frac{\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2}}{\frac{1}{A} + \frac{6e}{bd^2} - \frac{3}{bd}}$

Inelul de montaj are o secțiune casetată de laturi b și h și de arie A*. El este legat de cupolă prin niște diafragme care asigură o legătură rigidă, cu excentricitatea e. Datorită modului de prindere, aceste diafragme sînt considerate de arie nulă.

Față de secțiunea de legătură inel-capac, se disting trei elemente în contact și anume :

— partea superioară a cupolei ;
— partea inferioară a cupolei ;
— inelul de montaj.

* Se observă că secțiunea fiind casetată, $A \neq bh$.

Tabelul 15.2

Rigidități $B_{12} = B_{21}$	Rigiditate B_2	Moment de încastrare perfectă $\mathcal{M}$	Efort radial $\mathcal{H}$
$-\frac{E\beta^2 l^3}{6(1-\mu^2)O^2 \sin\alpha}$	$\frac{E\beta^3 l^3}{3(1-\mu)^2 a^3 \sin^2\alpha}$	$\frac{2gt^2\beta}{3(1-\mu^2)}\left[2\beta\left(\frac{1+\mu}{1+\cos\alpha}-\cos\alpha\right)+(2\times\mu)\sin\alpha\right.$	$\frac{gt}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}\left[\frac{2+\mu}{2}+\frac{\beta}{\sin\alpha}\left(\frac{1+\mu}{1+\cos\alpha}-\cos\alpha\right)\right]$
$+\frac{E\beta^2 l^3}{6(1-\mu^2)a^2 \sin\alpha}$	$\frac{E\beta^3 l^3}{3(1-\mu^2)a^3 \sin^2\alpha}$	$\frac{gt^2\beta}{6(1-\mu^2)}\left\{\frac{\beta}{\sin\alpha}\left[\cos\alpha-(1+\mu)\frac{\cos\alpha-\cos\varphi_i)}{\sin^2\alpha}\right]-(2+\mu)\sin\alpha\right\}$	$\frac{gt}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}\left\{\frac{2+\mu}{2}+\frac{\beta}{\sin^2\alpha}\left(\cos\alpha-(1+\mu)\frac{\cos\alpha-\cos\varphi_i}{\sin^2\alpha}\right]\right\}$
$-E\frac{d}{2a^2\sin^3\alpha}\cdot\frac{1}{\frac{1}{A}+\frac{6e}{bd^2}-\frac{3}{bd}}$	$+E\frac{1}{a^2\sin^2\alpha}\cdot\frac{1}{\frac{1}{A}+\frac{6e}{bd^2}-\frac{3}{bd}}$	0	$-ga\frac{(1-\cos\varphi_i)\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$

Deplasările radiale ξ, rotirile χ, rigiditățile practice B_1, $B_{21} = B_{21}$, B_2, momentele de încastrare prefectă $\mathcal{M}$ și eforturile radiale $\mathcal{H}$ pentru cele trei elemente în contact au fost trecute în tabelul 15.2.

15.5. PROGRAMUL DE CALCUL

Organigrama necesară pentru elaborarea programului de calcul a fost construită pentru determinarea momentelor static nedeterminate și eforturilor radiale static nedeterminate corespunzătoare elementelor componente 1, 2 și 3, prin folosirea notațiilor sintetizate și definite în tabelul 15.1.

Transcrierea organigramei sub formă de instrucţiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 15.2 a condus la obţinerea *programului de calcul EP*-41-01, listat în anexa 15.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 900 inclusiv, la care se adaugă instrucţiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 901 şi 1 999.

Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul problemelor de rezolvat. Fiecare dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde datele necesare rezolvării unei singure probleme, scrise în ordinea : A, μ, a, t, D, r, b, h, e, g.

Pentru fiecare problemă de conlucrare, programul furnizează mărimile momentelor static nedeterminate şi ale eforturilor radiale static nedeterminate de conlucrare dintre elementele componente ale structurii cu plăci subţiri de rotaţie.

Unităţile de măsură folosite sînt specificate prin instrucţiunile 150...175 ale programului.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unei structuri ale cărei elemente caracteristice au următoarele valori :

$$\begin{aligned} &A = 84{,}6\ \mathrm{cm}^2\ ;\ \mu = 0{,}3\ ; \\ &a = 24{,}0046\ \mathrm{m}\ ;\ t = 0{,}92\ \mathrm{cm}\ ;\ D = 29{,}396\ \mathrm{m}\ ; \\ &r = 13{,}014\ \mathrm{m}\ ;\ b = 17\ \mathrm{cm}\ ;\ h = 24\ \mathrm{cm}\ ; \\ &e = 24\ \mathrm{cm}\ ;\ g = 72{,}22\ \mathrm{kN/m}^2. \end{aligned} \qquad (15.20)$$

Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din două instrucţiuni, DATA, avînd etichetele 1 000 şi 1 010.

Anexa 15.2 reproduce rezultatele obţinute prin rularea programului *EP*-41-01 pentru structura considerată.

ANEXA 15.1

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-41-01

20 REM ***************************************************
30 REM *                                                 *
40 REM * O PROBLEMA DE CONLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI  *
50 REM * SUBTIRI DE ROTATIE                              *
60 REM *                                                 *
70 REM ***************************************************
80 REM *                                                 *
90 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE INCOVOIETOARE SI *
100 REM * EFORTURILE RADIALE DE CONLUCRARE INTRE CUPOLA  *
110 REM * SFERICA SI INELUL DE BAZA, PE METRU LINIAR     *
120 REM *                                                *
130 REM **************************************************
140 REM *                                                *
150 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU RAZE SI DIAMETRE, CM *
155 REM * PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI ALE *
160 REM * SECTIUNILOR, CM^2 PENTRU ARII, DAN/(M^2) PENTRU *
165 REM * FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M PENTRU    *
170 REM * FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN*M/M PENTRU  *
175 REM * MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME                 *
180 REM *                                                *
190 REM **************************************************
200 REM *                                                *
210 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT    *
220 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
230 REM *                                                *
240 REM **************************************************
```

```
250 PRINT "O PROBLEMA DE CONLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI"
260 PRINT;TAB(15);"SUBTIRI DE ROTATIE"
262 PRINT
264 PRINT;"UNITATI DE MASURA: M PENTRU RAZE SI DIAMETRE,"
266 PRINT;"CM PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI"
268 PRINT;"ALE SECTIUNILOR, CM^2 PENTRU ARII, DAN/(M^2)"
270 PRINT;"PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M"
272 PRINT;"PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN*M/M"
274 PRINT;"PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME"
276 PRINT
280 PRINT
290 DIM B(3,3)
300 READ S
310 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PROBLEMELOR ESTE  S =";S
320 LET I=1
330 PRINT
340 PRINT
350 PRINT;TAB(16);"PROBLEMA ";I
360 PRINT
370 PRINT;TAB(22);"DATE"
380 READ S0,M0,A1,T1,D1,V1,B1,K1,E1,G1
385 PRINT;TAB(6);"S0 =";S0;TAB(30);"M0 =";M0
390 PRINT;TAB(6);"A1 =";A1;TAB(30);"T1 =";T1
400 PRINT;TAB(6);"D1 =";D1;TAB(30);"V1 =";V1
410 PRINT;TAB(6);"B1 =";B1;TAB(30);"K1 =";K1
420 PRINT;TAB(6);"E1 =";E1;TAB(30);"G1 =";G1
440 PRINT
450 LET B0=10*SQR(A1/T1)*SQR(SQR(3*(1-M0^2)))
460 LET A0=ATN(V1/(SQR(A1^2-V1^2)))
470 LET F0=ATN(D1/(SQR(4*A1^2-D1^2)))
480 LET B(1,1)=B0*T1^3/(6000000*A1*(1-M0^2))
490 LET B(1,2)=B(1,1)
495 LET Q2=1/S0+6*E1/(B1*K1^2)-3/(B1*K1)
500 LET Q1=(1/S0+6*E1/(B1*K1^2))/Q2
510 LET B(1,3)=Q1*B1*K1^3/((10000*A1*SIN(A0))^2)
520 LET B(2,1)=-T1^3*(B0/(1000*A1))^2/(6*(1-M0^2)*SIN(A0))
530 LET B(2,2)=-B(2,1)
540 LET B(2,3)=-K1/(2*Q2*(1000*A1*SIN(A0))^2)
550 LET B(3,1)=(B0*T1/(100*A1))^3/(3*(1-M0^2)*(SIN(A0))^2)
560 LET B(3,2)=B(3,1)
570 LET B(3,3)=1/(Q2*(100*A1*SIN(A0))^2)
580 LET Q1=2*B0*((1+M0)/(1+COS(A0))-COS(A0))
590 LET Q1=Q1+(2+M0)*SIN(A0)
600 LET U1=2*B0*G1*Q1*T1^2/(3*10^6*(1-M0^2))
610 LET Q2=(1+M0)*(COS(A0)-COS(F0))/((SIN(A0))^2)
620 LET Q2=B0*(COS(A0)-Q2)/(SIN(A0))-(2+M0)*SIN(A0)
630 LET U2=B0*G1*Q2*T1^2/(6*10^6*(1-M0^2))
640 LET U3=0
650 LET Q1=B0*((1+M0)/(1+COS(A0))-COS(A0))/(SIN(A0))
660 LET H1=-G1*T1*(Q1+(2+M0)/2)/(10^4*SQR(3*(1-M0^2)))
670 LET Q2=COS(A0)-(1+M0)*(COS(A0)-COS(F0))/((SIN(A0))^2)
680 LET Q2=B0*Q2/((SIN(A0))^2)+(2+M0)/2
690 LET H2=G1*T1*Q2/(10^4*SQR(3*(1-M0^2)))
700 LET H3=-G1*A1*COS(A0)*(1-COS(F0))/((10*SIN(A0))^2)
710 LET C1=B(1,1)+B(1,2)+B(1,3)
720 LET C2=B(2,1)+B(2,2)+B(2,3)
730 LET C3=B(3,1)+B(3,2)+B(3,3)
740 LET N0=C1*C3-C2^2
750 LET X0=(C2*(U1+U2+U3)-C1*(H1+H2+H3))/N0
760 LET K0=(C2*(H1+H2+H3)-C3*(U1+U2+U3))/N0
770 LET M1=B(1,1)*K0+B(2,1)*X0+U1
780 LET M2=B(1,2)*K0+B(2,2)*X0+U2
790 LET M3=B(1,3)*K0+B(2,3)*X0+U3
800 LET R1=B(3,1)*X0+B(2,1)*K0+H1
810 LET R2=B(3,2)*X0+B(2,2)*K0+H2
```

Anexa 15.1 (continuare)

```
 820 LET R3=B(3,3)*X0+B(2,3)*K0+H3
 830 PRINT;TAB(8);"MOMENTE";TAB(32);"EFORTURI"
 840 PRINT;TAB(6);"M1 =";M1;TAB(30);"R1 =";R1
 850 PRINT;TAB(6);"M2 =";M2;TAB(30);"R2 =";R2
 860 PRINT;TAB(6);"M3 =";M3;TAB(30);"R3 =";R3
 870 IF I<S THEN 890
 880 GOTO 2000
 890 LET I=I+1
 900 GOTO 330
1000 DATA 1
1010 DATA 84.6,0.3,24.0046,0.92,29.396,13.014,17,24,24,72.22
2000 END
```

ANEXA 15.2

```
O PROBLEMA DE CONLUCRARE IN STRUCTURI CU PLACI
              SUBTIRI DE ROTATIE

UNITATI DE MASURA: M PENTRU RAZE SI DIAMETRE,
CM PENTRU GROSIMI, EXCENTRICITATI SI DIMENSIUNI
ALE SECTIUNILOR, CM^2 PENTRU ARII, DAN/(M^2)
PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA, KN/M
PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME SI KN*M/M
PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME


    NUMARUL PROBLEMELOR ESTE  S = 1.00000


               PROBLEMA  1.00000

                     DATE
     S0 = 84.6000               M0 = .300000
     A1 = 24.0046               T1 = .920000
     D1 = 29.3960               V1 = 13.0140
     B1 = 17.0000               K1 = 24.0000
     E1 = 24.0000               G1 = 72.2200

       MOMENTE                   EFORTURI
     M1 =-.312954               R1 = 2.78407
     M2 = .339173               R2 = 3.38610
     M3 =-.262240E-01           R3 =-6.17000
```

16. ASPECTE GENERALE ALE CALCULULUI ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR PLANE DIN BETON ARMAT

16.1. COMPORTAREA PLASTICĂ A PLĂCILOR ARMATE PE DOUĂ DIRECŢII

Studiile experimentale efectuate în ţară şi în străinătate [20] au arătat că, în procesul de creştere progresivă a încărcărilor, plăcile plane armate pe două direcţii ating un stadiu de solicitare în care, în punctul cel mai solicitat al armăturii se atinge limita de curgere. Acest stadiu separă *domeniul elastic* de *domeniul plastic* de comportare a plăcilor. Creşterea în continuare a încărcărilor face ca plastificarea armăturii să se producă şi în alte puncte ale acesteia.

În același timp, din punctele intrate deja în curgere, plastificarea începe să se extindă și asupra armăturii din zonele învecinate, de-a lungul unor linii drepte, denumite *linii de curgere*. În final, plăcile cedează prin transformarea lor în mecanisme, ca urmare a formării de linii de curgere datorită cărora plăcile își pierd succesiv legăturile suplimentare, devenind în cele din urmă sisteme cu un grad de libertate cinematică.

Modelarea comportării în domeniul plastic a plăcilor armate pe două direcții, efectuată pe baza unor ipoteze simplificatoare de calcul, a avut ca rezultat elaborarea *Teoriei liniilor de curgere* [13] ca instrument de determinare a capacității portante a unor astfel de plăci, aceasta fiind parte integrantă a *Teoriei plastice simple* a structurilor.

16.2. IPOTEZE DE CALCUL ȘI SEMNE CONVENȚIONALE

Teoria liniilor de curgere folosește următoarele ipoteze simplificatoar de calcul :

— comportarea la încovoiere a secțiunilor plăcilor este caracterizată prin diagrama moment-curbură biliniară, specifică materialelor ideal elastoplastice ;

— stadiul de cedare a plăcilor corespunde transformării lor în mecanisme ca urmare a formării de linii de curgere pe suprafața lor, de-a lungul cărora armătura întinsă este complet plastificată ; datorită ipotezei precedente, momentele încovoietoare care acționează pe lungimea liniilor de curgere rămîn constante după atingerea valorilor maxime, care se iau egale cu *momentele capabile* ale secțiunilor respective ;

— în stadiul de cedare, săgețile elastice ale porțiunilor de placă delimitate de liniile de curgere sînt neglijabile în raport cu săgețile plăcilor provenind exclusiv din rotirile plastice care se produc pe lungimea liniilor de curgere în acest stadiu. Ca urmare, porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere se consideră plane, ceea ce face ca intersecțiile acestor porțiuni, în pozițiile deformate ale plăcilor, care sînt reprezentate chiar de liniile de curgere, să fie linii drepte ;

— în stadiul de amorsare a mecanismelor de cedare, săgețile plăcilor sînt suficient de mici în raport cu dimensiunile plăcilor, fapt care permite scrierea ecuațiilor de echilibru-limită pe schemele nedeformate ale plăcilor;

— epuizarea capacității portante la încovoiere a plăcilor solicitate de încărcări aplicate concentrat sau care sprijină pe reazeme punctuale se produce înainte de manifestarea fenomenului de străpungere ;

— armarea zonelor de colț ale plăcilor asigură trecerea liniilor de curgere care pătrund în aceste zone prin punctele de intersecție ale laturilor plăcilor.

În teoria liniilor de curgere aplicată în cadrul acestei lucrări se folosesc semnele convenționale reproduse în figura 16.1.

16.3. METODE DE CALCUL

Calculul în domeniul plastic al plăcilor armate pe două direcții poate fi efectuat prin folosirea uneia dintre cele două metode furnizate de Teoria liniilor de curgere, denumite *metoda cinematică* și *metoda sta-*

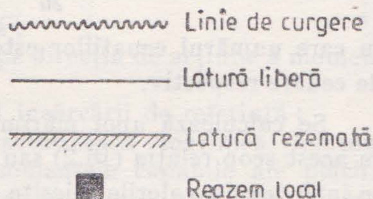


Fig. 16.1

tică. De regulă, metoda cinematică se utilizează pentru determinarea capacității portante a plăcilor, iar metoda statică pentru determinarea reacțiunilor din reazemele acestora.

Aplicarea metodei cinematice la calculul în domeniul plastic al unei plăci armate pe două direcții constă în parcurgerea următoarelor etape de calcul :

Etapa 1, în care se identifică și se trasează toate mecanismele posibile de cedare a plăcii, punîndu-se în evidență parametrii, de valori inițial necunoscute, care precizează pozițiile liniilor de curgere ale fiecărui mecanism ;

Etapa 2, în care pentru fiecare mecanism posibil de cedare se scrie *ecuația de echilibru-limită* al plăcii în stadiul de formare a mecanismului respectiv, folosindu-se în acest scop *principiul lucrului mecanic virtual.*

Forma generală a acestei ecuații este

$$L_M + L_Q = 0 \tag{16.1}$$

în care : L_M este lucrul mecanic virtual al *momentelor capabile* care acționează pe lungimea liniilor de curgere ;

L_Q — lucrul mecanic virtual al *încărcărilor ultime*, care solicită placa în stadiul de formare a mecanismului de cedare.

Din ecuația (16.1) se explicitează *momentul capabil de referință* M_{k1}, sub forma funcției.

$$M_{k1} = F(Q_u, M_{k2}, M_{k3}, \ldots, x, y, \ldots) \tag{16.2}$$

sau

$$M_{k1} = F(Q_u, M_{k2}, M_{k3}, \ldots, u, v, \ldots) \tag{16.3}$$

unde : Q_u este valoarea ultimă a încărcării totale de cedare ;

$M_{k2}, M_{k3}, \ldots$ — momentele capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere ale mecanismului de cedare ;

$x, y, \ldots$ — parametrii care precizează pozițiile liniilor de

sau $u, v, \ldots$ curgere ale mecanismului de cedare.

Etapa 3, în care pentru fiecare mecanism posibil de cedare se determină valorile parametrilor $x, y, \ldots$ sau $u, v, \ldots$ din *condiția de maximum* a valorii momentului capabil de referință. Această condiție conduce la următorul sistem de ecuații neliniare.

$$\frac{\partial M_{k1}}{\partial x} = 0\ ;\ \frac{\partial M_{k1}}{\partial y} = 0\ ;\ \ldots, \tag{16.4}$$

sau

$$\frac{\partial M_{k1}}{\partial u} = 0\ ;\ \frac{\partial M_{k1}}{\partial v} = 0\ ;\ \ldots, \tag{16.5}$$

în care numărul ecuațiilor este egal cu numărul parametrilor mecanismului de cedare respectiv.

Se calculează apoi mărimea momentului capabil de referință, folosind în acest scop relația (16.2) sau (16.3), în care parametrii $x, y \ldots$ sau $u, v, \ldots$ se introduc în valorile reieșite din rezolvarea sistemului de ecuații (16.4) sau (16.5).

Dintre momentele capabile de referinţă astfel obţinute pentru toate mecanismele posibile de cedare a plăcii, se reţine cel care are valoarea cea mai mare, după care se trece la determinarea mărimilor celorlalte momente capabile ale plăcii, pe baza relaţiilor de proporţionalitate a acestora cu momentul capabil de referinţă admise iniţial.

Aplicarea metodei statice la calculul reacţiunilor din reazemele unei plăci armate pe două direcţii, în stadiul de formare a mecanismului ei de cedare, comportă următoarele etape de calcul :

Etapa 1, în care se izolează fiecare porţiune de placă delimitată de liniile de curgere ale mecanismului de cedare. În urma efectuării acestei operaţii, pe fiecare porţiune de placă acţionează :

— încărcările ultime aplicate pe suprafaţa ei,

— momentele capabile de pe lungimile liniilor de curgere care mărginesc porţiunea de placă,

— forţele tăietoare care apar la legăturile porţiunii de placă cu restul plăcii, înlocuite prin rezultanta lor convenţională, denumită *forţă nodală* [13],

— reacţiunea reazemului aferent porţiunii de placă.

Etapa 2, în care pentru fiecare porţiune de placă se scrie ecuaţia de momente în raport cu linia reazemului, precum şi ecuaţia de proiecţii în raport cu o axă perpendiculară pe suprafaţa porţiunii de placă.

Din ecuaţia de momente se obţine mărimea forţei nodale, iar din ecuaţia de proiecţii — mărimea reacţiunii reazemului respectiv.

16.4. RELAŢII GENERALE DE CALCUL

La fiecare placă, momentul capabil din cîmpul ei, pe direcţia lungimii l_1, notat cu M_{k1}, este considerat moment capabil de referinţă. Celelalte momente capabile ale plăcii se exprimă în funcţie de momentul capabil de referinţă prin relaţiile

$$M_{k2} = k_2 M_{k1},\ M_{k3} = k_3 M_{k1}, \ldots, \tag{16.6}$$

în care : k_2, k_3, ... sînt factori numerici stabiliţi în prealabil.

Lucrurile mecanice virtuale care apar în ecuaţia de echilibru-limită (16.1) pot fi exprimate astfel :

$$L_M = -\lambda_M \frac{M_{k1}}{l_1} \tag{16.7}$$

şi

$$L_Q = \lambda_Q \cdot q_1 l_1^2, \tag{16.8}$$

în care :

M_{k1} este momentul capabil de referinţă ;

l_1 — lungimea caracteristică a plăcii pe direcţia de acţiune a momentului M_{k1} ;

q_1 — valoarea de calcul a intensităţii încărcării de referinţă ;

λ_M — factor adimensional care caracterizează mărimea lucrului mecanic virtual efectuat de momentele capabile ale plăcii ;

λ_Q — factor adimensional care caracterizează mărimea lucrului mecanic virtual efectuat de încărcările suportate de placă, luate cu valorile lor de calcul.

Ţinînd seama de expresiile (16.7) şi (16.8), din ecuaţia (16.1) se obţine :

$$M_{k1} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_M} q_1 l_1^3, \qquad (16.9)$$

aceasta fiind expresia generală a momentului capabil de referinţă.

Reacţiunea de pe fiecare latură rezemată a unei plăci poate fi exprimată prin relaţia

$$R_j = Q_j + F_j, \; (j = 3, 4, \ldots) \qquad (16.10)$$

în care Q_j şi F_j sînt încărcarea totală de calcul şi forţa nodală suportate de porţiunea de placă aferentă laturii pe care acţionează momentul capabil M_{kj}, delimitată de liniile de curgere ale mecanismului de cedare al plăcii. (Momentul capabil M_{kj} poate fi nul dacă latura respectivă este simplu rezemată).

Forţele nodale ale unei plăci îndeplinesc condiţia

$$\Sigma F_j = 0. \qquad (16.11)$$

Observaţie. Forţele nodale au valori pozitive cînd au sensul forţelor gravitaţionale.

16.5. EXEMPLU DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi $l_1 = 6$ m şi $l_2 = 4$ m, încastrată pe cele două laturi de lungime l_2 şi pe una dintre laturile de lungime l_1, cealaltă latură de lungime l_1 fiind liberă. Reazemele de pe direcţia deschiderii l_1 sînt notate cu 3 şi 5, iar reazemul de pe direcţia deschiderii l_2 este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare de suprafaţă distribuită uniform, cu intensitatea de calcul $q = 10$ kN/m². Schema generală de calcul a plăcii este prezentată în figura 16.2.

Se fac următoarele notaţii :

M_{k1} – momentul capabil din cîmpul plăcii, pe direcţia deschiderii l_1, pe toată lăţimea l_2, luat ca moment capabil de referinţă ;

M_{k2} – momentul capabil din cîmpul plăcii, pe direcţia deschiderii l_2, pe toată lăţimea l_1 ;

M_{k3} – momentul capabil pe toată lungimea l_2 a reazemului notat cu 3 ;

M_{k4} – momentul capabil pe toată lungimea l_1 a reazemului notat cu 4 ;

M_{k5} – momentul capabil pe toată lungimea l_2 a reazemului notat cu 5.

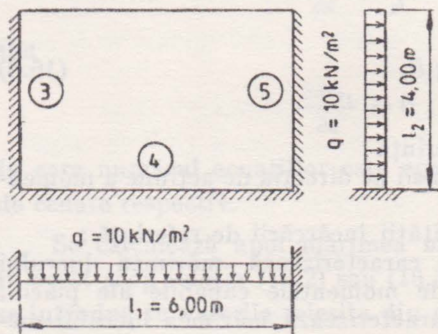


Fig. 16.2

Momentele capabile ale plăcii se iau proporţionale cu momentul capabil de referinţă M_{k1} sub forma

$$M_{k2} = k_2 M_{k1} \; ; \quad M_{k3} = k_3 M_{k1} \; ; \qquad (16.12)$$

$$M_{k4} = k_4 M_{k1} \; ; \quad M_{k5} = k_5 M_{k1},$$

unde k_2, k_3, k_4 şi k_5 sînt factori de proporţionalitate, pentru care se consideră următoarele valori

$$k_2 = 0{,}75 \; ; \; k_3 = 2 \; ;$$

$$k_4 = 1{,}5 \; ; \; k_5 = 2. \qquad (16.13)$$

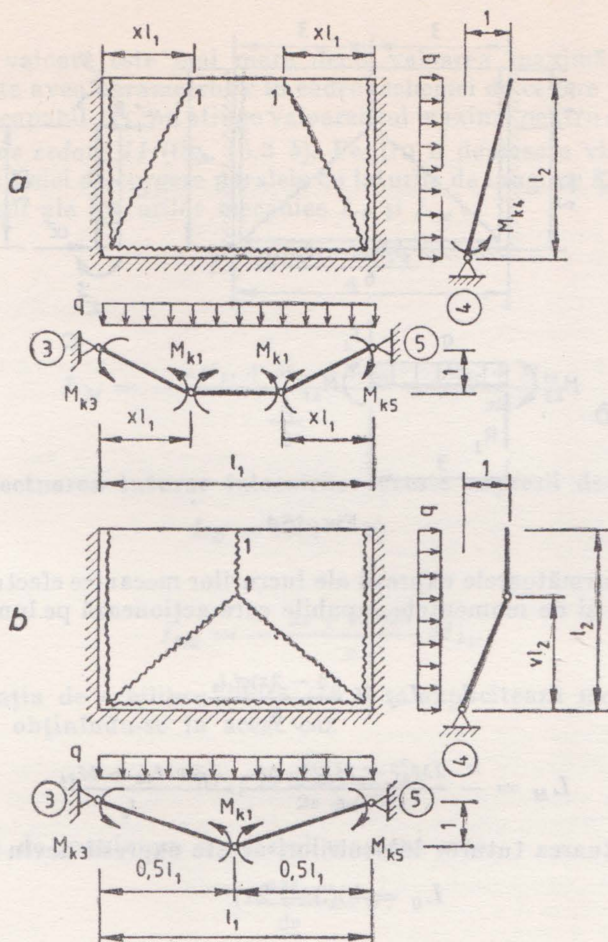


Fig. 16.3

Placa considerată prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu *I* şi *II*, ale căror configuraţii sînt trasate în figurile 16.3, *a*, *b*. Ambele scheme prezintă o axă de simetrie perpendiculară pe latura liberă a plăcii, deoarece coeficienţii de influenţă ai momentelor capabile M_{k3} şi M_{k5} sînt egali între ei ($k_3 = k_5 = 2$).

Ca urmare, schema de cedare *I* prezintă un singur parametru, notat cu x, egal cu raportul dintre distanţa care separă una dintre laturile de lungime l_2 de punctul de intersecţie a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, şi lungimea l_1 a acesteia.

De asemenea, schema de cedare *II* prezintă un singur parametru, notat cu v, egal cu raportul dintre distanţa care separă latura încastrată de lungime l_1 de punctul de intersecţie a liniilor de curgere şi lungimea l_2.

Schema de cedare I, (fig. 16.3, *a*). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată punctelor de intersecţie a liniilor de curgere cu latura liberă a

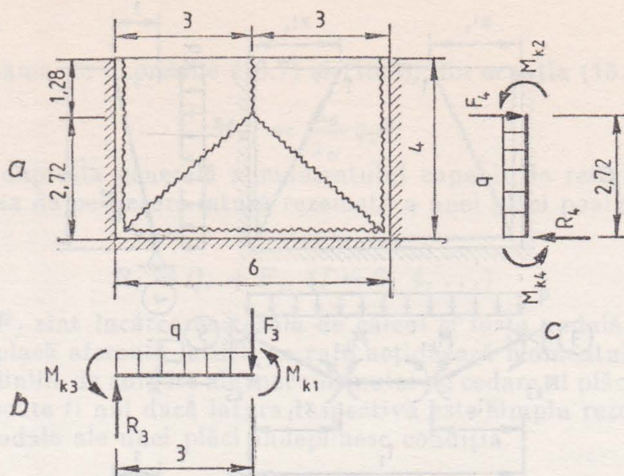


Fig. 16.4

plăcii se obțin următoarele expresii ale lucrurilor mecanice efectuate de încărcarea de calcul și de momentele capabile care acționează pe lungimea liniilor de curgere :

$$L_Q = \frac{(3-2x)ql_1l_2}{6} \tag{16.14}$$

și

$$L_M = -\frac{2M_{k1}+M_{k3}+M_{k5}}{xl_1} - \frac{2xM_{k2}+M_{k4}}{l_2}. \tag{16.15}$$

După efectuarea tuturor înlocuirilor, aceste expresii devin

$$L_Q = 40(3-2x) \tag{16.16}$$

și

$$L_M = -\frac{3x^2+3x+8}{8x} \cdot M_{k1}. \tag{16.17}$$

În această situație, din ecuația de echilibru-limită (16.1) se explicitează momentul capabil de referință sub forma

$$M_{k1} = \frac{320(3x-2x^2)}{3x^2+3x+8}. \tag{16.18}$$

Mărimea efectivă a parametrului x se obține din condiția de maximum a momentului capabil de referință, care în acest caz este

$$\frac{dM_{k1}}{dx} = 0 \tag{16.19}$$

sau

$$15x^2 + 32x - 24 = 0. \tag{16.20}$$

Rădăcina pozitivă a acestei ecuații, (cea negativă neavînd semnificație fizică) are valoarea

$$x = 0{,}588. \tag{16.21}$$

Această valoare este mai mare decît valoarea maximă, egală cu 0,5, pe care o poate avea parametrul x în cadrul schemei de cedare I, ceea ce arată că momentul capabil M_{k1} nu atinge valoarea lui maximă pentru această schemă.

Schema de cedare II (fig. 16.3 *b*). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_2, se obţin următoarele expresii ale lucrurilor mecanice L_Q şi L_M :

$$L_Q = \frac{(3 - v)ql_1l_2}{6} \tag{16.22}$$

şi

$$L_M = -\frac{2M_{k1} + M_{k3} + M_{k5}}{\frac{l_1}{2}} - \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} . \tag{16.23}$$

După efectuarea tuturor înlocuirilor aceste expresii devin

$$L_Q = 40(3 - v) \tag{16.24}$$

şi

$$L_M = -\frac{2v + 0,5625}{v} M_{k1}. \tag{16.25}$$

Din ecuaţia de echilibru-limită (16.1) se explicitează momentul capabil de referinţă, obţinîndu-se în acest caz

$$M_{k1} = \frac{40(3v - v^2)}{2v + 0,5625} . \tag{16.26}$$

Condiţia de maximum a acestui moment este

$$\frac{dM_{k1}}{dv} = 0 . \tag{16.27}$$

Această condiţie conduce la ecuaţia

$$2v^2 + 1,125v - 1,6875 = 0, \tag{16.28}$$

a cărei rădăcină pozitivă este

$$v = 0,679. \tag{16.29}$$

Valoarea maximă a momentului capabil de referinţă, calculată cu relaţia (16.26), este deci

$$M_{k1} = 32,82 \text{ kNm}, \tag{16.30}$$

pentru celelalte momente capabile rezultînd următoarele valori

$$M_{k3} = M_{k5} = 65,64 \text{ kNm} ; \quad M_{k2} = 24,62 \text{ kNm} ; M_{k4} = 49,23 \text{ kNm}. \tag{16.31}$$

Schema efectivă de cedare a plăcii este reprezentată în figura 16.4, *a*.

Prin izolarea porţiunii de placă aferentă laturii pe care acţionează momentul capabil M_{k3} se obţine schema de calcul din figura 16.4, *b*, în care F_3 este forţa nodală aferentă acestei porţiuni, iar R_3 este reacţiunea laturii rezemate.

Ecuaţia de momente scrisă în raport cu latura rezemată este

$$\frac{(3-2\nu)ql_1^2l_2}{24}+\frac{F_3l_1}{2}-M_{k1}-M_{k3}=0. \qquad (16.32)$$

Din această ecuaţie se deduce mărimea forţei nodale:

$$F_3=\frac{2(M_{k1}+M_{k3})}{l_1}-\frac{(3-2\nu)ql_1l_2}{12}=0. \qquad (16.33)$$

Datorită axei de simetrie prezentate de schema de cedare din figura 16.4, *a*, rezultă $F_5=0$ şi deci $F_4=0$ (fig. 16.4, *c*).

În consecinţă reacţiunile pe care laturile rezemate le exercită asupra plăcii sînt egale cu încărcările aplicate pe porţiunile aferente laturilor respective:

$$R_3=R_5=\frac{(2-\nu)ql_1l_2}{4}=79{,}26 \text{ kN} \qquad (16.34)$$

şi

$$R_4=\frac{\nu ql_1l_2}{2}=81{,}48 \text{ kN}. \qquad (16.35)$$

16.6. NOTAŢII

Notaţiile folosite în studiul comportării plastice a plăcilor plane armate pe două direcţii considerate în cadrul acestui volum, precum şi în elaborarea organigramelor şi programelor de calcul automat corespunzătoare acestora, sînt prezentate, codificate şi definite în tabelul 16.1. (În paranteze sînt date indicativele programelor de calcul respective).

Tabelul 16.1

Notaţia	Codificarea	Definiţia
A_1	A1	Valoarea curentă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *I*, (*EP*-42-01,... *EP*-42-11).
A_2	A2	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *I*, obţinută: — prin varierea parametrului x penru valori constante ale parametrilor y şi z, sau prin varierea parametrului y pentru valori constante ale parametrilor x şi z, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-07); — prin varierea parametrului x pentru o valoare constantă a parametrului y, sau prin varierea parametrului y pentru o valoare constantă a parametrului x, (*EP*-42-04, *EP*-42-05, *EP*-42-06); — prin varierea parametrului x, (*EP*-42-08, *EP*-42-11); — prin varierea parametrului x pentru o valoare constantă a parametrului z, (*EP*-42-09); — prin varierea parametrului z, (*EP*-42-10, *EP*-42-11).
A_{2j}	A (2, J)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare I_j, ($j = 1, 2, \ldots, 7$), obţinută prin varierea parametrului y pentru valori constante ale parametrilor x şi z, (*EP*-42-03).

Notaţia	Codificarea	Definiţia
A_3	*A*3	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *I*, obţinută : — prin varierea parametrilor x şi y pentru o valoare constantă a parametrului z, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-07) ; — prin varierea parametrilor x şi y, (*EP*-42-04, *EP*-42-05 *EP*-42-06) ; — prin varierea parametrilor y şi z (*EP*-42-09).
A_{3j}	*A* (3, *J*)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare I_j, ($j = 1, 2, \ldots, 7$), obţinută prin varierea parametrilor x şi y pentru o valoare constantă a arametrului z, (*EP*-42-03).
A_4	*A*4	1. Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *I*, obţinută prin varierea parametrilor x, y, şi z, (*EP*-42-01, *EP*-42-07). 2. Cea mai mare dintre valorile A_{41} şi A_{42}, (*EP*-42-02). 3. Cea mai mare dintre valorile $A_{41} \ldots A_{47}$, (*EP*-42-03).
A_{4j}	*A* (4, *J*)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare I_j, obţinută prin varierea parametrilor x, y, şi z : — $j = 1, 2$, (*EP*-42-02) ; — $j = 1 \ldots 5$, (*EP*-42-03).
A_{5j}	*A* (5, *J*)	Ultima valoare a mărimii A_{4j}, (*EP*-42-03).
B_1	*B*1	Valoarea curentă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *II*, (*EP*-42-01...*EP*-42-06, *EP*-42-08, *EP*-42-09, *EP*-42-10).
B_2	*B*2	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *II*, obţinută : — prin varierea parametrului w pentru valori constante ale parametrilor u şi v sau prin varierea parametrului v pentru valori constante ale parametrilor u şi w, (*EP*-42-01, *EP*-42-02) ; — prin varierea parametrului v pentru o valoare constantă a parametrului u, (*EP*-42-04, *EP*-42-05) ; — prin varierea parametrului z pentru o valoare constantă a parametrului x, (*EP*-42-06) ; — prin varierea parametrului y pentru o valoare constantă a parametrului x, (*EP*-42-08) ; — prin varierea parametrului v pentru o valoare constantă a parametrului w, (*EP*-42-09) ; — prin varierea parametrului x, (*EP*-42-10).
B_{2j}	*B* (2, *J*)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare I_j, ($j = 1, 2, \ldots, 7$), obţinuta prin varierea parametrului w pentru valori constante ale parametrilor u şi v, (*EP*-42-03).
B_3	*B*3	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare scheme de cedare *II*, obţinută prin : — varierea parametrilor v şi w pentru o valoare constantă a parametrului u, (*EP*-42-01, *EP*-42-02) ; — varierea parametrilor u şi v, (*EP*-42-04, *EP*-42-05) ; — varierea parametrilor x şi z, (*EP*-42-06) ; — varierea parametrilor x şi y, (*EP*-42-08) ; — varierea parametrilor v şi w, (*EP*-42-09).
B_{3j}	(*B* 3, *J*)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *II*, obţinută prin : — varierea parametrilor u şi v pentru $j = 1, 2$, (*EP*-42-04) ; — varierea parametrilor v şi w pentru o valoare constantă a parametrului u, pentru $j = 1 \ldots 7$, (*EP*-42-03).

Tabelul 16.1 (continuare)

Notaţia	Codificarea	Definiţia
B_4	B4	1. Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *II*, obţinută prin varierea parametrilor *u*, *v* şi *w*, (*EP*-42-01, *EP*-42-02). 2. Cea mai mare dintre valorile B_{41}, B_{42} şi B_{43} (*EP*-42-02). 3. Cea mai mare dintre valorile $B_{41} \ldots B_{47}$, (*EP*-42-03).
B_{4j}	B(4, J)	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare II_j, obţinută prin varierea parametrilor *u*, *v* şi *w* : — pentru $j = 1, 2, 3$, (*EP*-42-02) ; — pentru $j = 1 \ldots 7$, (*EP*-42-03).
C_1	C1	Valoarea curentă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *III* , (*EP*-42-06, *EP*-42-08).
C_2	C2	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *III*, obţinută prin : — varierea parametrului *u* pentru o valoare constantă a parametrului *v*, (*EP*-42-06) ; — varierea parametrului *z* pentru o valoare constantă a parametrului *x*, (*EP*-42-08).
C_3	C3	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *III* , obţinută prin : — varierea parametrilor *u* şi *v*, (*EP*-42-06) ; — varierea parametrilor *x* şi *z*, (*EP*-42-08).
D_1	D1	Valoarea curentă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *IV*, (*EP*-42-06).
D_2	D2	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare *IV*, obţinută prin varierea parametrului *w* pentru o valoare constantă a parametrului *v*, (*EP*-42-06).
D_3	D3	Valoarea maximă a momentului M_{k1} corespunzătoare schemei de cedare IV, obţinută prin varierea parametrilor *v* şi *w*,(*EP*-42-06).
E_3	E3	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea Q_3, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-11).
E_4	E4	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea Q_4, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-07, *EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).
E_5	E5	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea Q_5 (*EP*-42-01 ... *EP*-42-05).
E_6	E6	Lucrul mecanic virtual efectuat de încărcarea Q_6, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09).
F_0	FØ	Forţa nodală corespunzătoare porţiunii de placă pe care acţionează încărcarea Q_0, (*EP*-42-07).
F_3	F3	Forţa nodală corespunzătoare porţiunii de placă pe care acţionează încărcarea Q_3, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-11).

Notaţia	Codificarea	Definiţia
F_4	*F*4	Forţa nodală corespunzătoare porţiunii de placă pe care acţionează încărcarea Q_4, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-07, *EP*-42-09 . . .*EP*-42-11)
F_5	*F*5	Forţa nodală corespunzătoare porţiunii de placă pe care acţionează încărcarea Q_5, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-05).
F_6	*F*6	Forţa nodală corespunzătoare porţiunii de placă pe care acţionează încărcarea Q_6, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09).
i	*I*	Numărul de ordine al unei plăci, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-12).
j	*J*	Parametru de identitate a schemelor de cedare: $j = 1$ p ntru schema de cedare I ; $j = 2$ pentru schema de cedare II, (*EP*-42-01, *EP*-42-04, *EP*-42.09 *EP*-42-10) ; $j = 1$ pentru schema de cedare I şi $t_0' \leqslant z_0$; $j = 2$ pentru schema de cedare I şi $t_0 > z_0$; $j = 3$ pentru schema de cedare II şi $t_0 \leqslant v_0$; $j = 4$ pentru schema de cedare II şi $v_0 < t_0 \leqslant 1 - w_0$; $j = 5$ pentru schema de cedaie II şi $t_0 > 1 - w_0$ (*EP*-42-02). $j = 1$ pentru varianta 1 a schemelor de cedare I şi II, (I_1, II_1) ; $j = 2$ pentru varianta 2 a schemelor de cedare I şi II, (I_2, II_2) ; $j = 3$ pentru varianta 3 a schemelor de cedare I şi II, (I_3, II_3) ; $j = 4$ pentru varianta 4 a schemelor de cedare I şi II, (I_4, II_4) ; $j = 5$ pentru varianta 5 a schemelor de cedare I şi II, (I_5, II_5) ; $j = 6$ pentru varianta 6 a schemelor de cedare I şi II, (I_6 II_6) ; $j = 7$ pentru varianta 7 a schemelor de ceaare I şi II, (I_7, II_7) ; (*EP*-42-03) ; $j = 1$ pentru schema de cedare I ; $j = 2$ pentru schema de cedare II şi $t_0 \leqslant v_0$; $j = 3$ pentru schema de cedare II şi $t_0 > v_0$; (*EP*-42-05). $j = 1$ pentru schema de cedare I ; $j = 2$ pentru schema de cedare II ; $j = 3$ pentru schema de cedare III ; $j = 4$ pentru schema de cedare IV ; (*EP*-42-06). $j = 1$ pentru schema de cedare I : $j = 2$ pentru schema de cedare II ; $j = 3$ pentru schema de cedare III ; (*EP*-42-08).
k_2	*K*2	$k_2 = \dfrac{M_{k2}}{M_{k1}}$, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-11).
k_3	*K*3	$k_3 = \dfrac{\lvert M_{k3}\rvert}{M_{k1}}$, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-11).
k_4	*K*4	$k_4 = \dfrac{\lvert M_{k4}\rvert}{M_{k1}}$ (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-07, *EP*-42-09 . . .*EP*-42-11).
k_5	*K*5	$k_5 = \dfrac{\lvert M_{k5}\rvert}{M_{k1}}$, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-05, *EP*-42-11)
k_6	*K*6	$k_6 = \dfrac{\lvert M_{k6}\rvert}{M_{k1}}$, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09).
l_1	*L*1	1. Lungimea deschiderii unei plăci dreptunghiulare pe prima direcţie de armare, (*EP*-42-01 . .*EP*-42-08). 2. Lungimea bazei mari a unei plăci trapezoidale, (*EP*-42-09, *EP*-42-10). 3. Lungimea bazei unei plăci triunghiulare (*EP*-42-11).

Notația	Codificarea	Definiția
l_2	*L*2	1. Lungimea deschiderii unei plăci dreptunghiulare pe a doua direcție de armare, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-08). 2. Lungimea înălțimii unei plăci trapezoidale sau triunghiulare, (*EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).
l_3	*L*3	1. Distanța dintre încărcarea liniară și latura de lungime l_1 a unei plăci dreptunghiulare, pe care acționează momentul M_{k4}, (*EP*-42-02, *EP*-42-05). 2. Latura suprafeței dreptunghiulare pe care se aplică încărcarea de intensitate q_2, paralelă cu latura de lungime l_1 a unei plăci dreptunghiulare, (*EP*-42-03). 3. Lungimea bazei mici a unei plăci trapezoidale, (*EP*-42-09, *EP*-42-10). 4. Lungimea uneia dintre laturile egale ale unei plăci în formă de triunghi isoscel, (*EP*-42-11).
l_4	*L*4	1. Lungimea uneia dintre cele două laturi neparalele ale unei plăci în formă de trapez isoscel, (*EP*-42-09, *EP*-42-10). 2. Latura suprafeței dreptunghiulare pe care se aplică încărcarea de intensitate q_2, paralelă cu latura de lungime l_2 a unei plăci dreptunghiulare, (*EP*-42-03).
l_0	*LØ*	$l_0 = \frac{l_2}{l_1}$, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-11).
M_{k1}	*M*1	1. Momentul capabil din cîmpul unei plăci dreptunghiulare, pe direcția deschiderii l_1, acționînd pe toată lățimea l_2 a plăcii, considerat ca moment capabil de referință (*EP*-42-01 ... *EP*-42-08). 2. Momentul capabil din cîmpul unei plăci trapezoidale, pe direcția celor două baze, acționînd pe toată înălțimea l_2 a plăcii considerat ca moment capabil de referință, (*EP*-42-09. *EP*-42-10). 3. Momentul capabil din cîmpul unei plăci triunghiulare pe direcția bazei acesteia, acționînd pe toată înălțimea l_2 a plăcii, considerat ca moment capabil de referință, (*EP*-42-11). 4. Momentul capabil din cîmpul unei plăci inelare, pe direcția circulară, acționînd pe unitatea de lățime a coroanei plăcii, considerat ca moment capabil de referință, (*EP*-42-12).
M_{k2}	*M*2	1. Momentul capabil din cîmpul unei plăci dreptunghiulare, pe direcția deschiderii l_2, acționînd pe toată lățimea l_1 a plăcii, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-08). 2. Momentul capabil din cîmpul unei plăci trapezoidale, pe direcția înălțimii l_2, acționînd pe o lățime egală cu lungimea l_1 a bazei mari a plăcii, (*EP*-42-09, *EP*-42-10). 3. Momentul capabil din cîmpul unei plăci triunghiulare, pe direcția înălțimii l_2, acționînd pe o lățime egală cu lungimea l_1 a bazei plăcii (*EP*-42-11). 4. Momentul capabil din cîmpul unei plăci inelare, pe direcția radială, acționînd pe unitatea de lățime a coroanei plăcii, (*EP*-42-12).
M_{k3}	*M*3	1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii l_1 a unei plăci dreptunghiulare, acționînd pe una dintre laturile de lungime l_2 ale plăcii, (*EP*-42-01 ... *EP*-42-08). 2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea l_3 a uneia dintre laturile neparalele ale unei plăci trapezoidale, acționînd pe direcția perpendicularei la această latură, (*EP*-42-09, *EP*-42-10).

Notația	Codificarea	Definiția
		3. Valoarea absolută a momentului capabil pe lungimea l_3 a uneia dintre laturile egale ale unei plăci triunghiulare, acționînd pe direcția perpendicularei la această latură, (*EP*-42-11).
		4. Valoarea absolută a momentului capabil negativ, pe direcția circulară, acționînd pe unitatea de lățime a unei plăci inelare, (*EP*-42-12).
M_{k4}	*M*4	1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii l_2 a unei plăci dreptunghiulare, acționînd pe una dintre laturile de lungime l_1 a plăcii, (*EP*-42-01...*EP*-42-07).
		2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea l_3 a bazei mici a unei plăci trapezoidale, acționînd pe direcția înălțimii l_2 a plăcii, (*EP*-42-09, *EP*-42-10).
		3. Valoarea absolută a momentului capabil de pe lungimea l_1 a bazei unei plăci triunghiulare, acționînd pe direcția înălțimii l_2 a plăcii, (*EP*-42-11).
		4. Valoarea absolută a momentului capabil negativ, pe direcția radială, acționînd pe unitatea de lățime a unei plăci inelare, (*EP*-42-12).
M_{k5}	*M*5	Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii l_1 a unei plăci dreptunghiulare, acționînd pe cealaltă latură de lungime l_2 a plăcii, (*EP*-42-01...*EP*-42-05).
M_{k6}	*M*6	1. Valoarea absolută a momentului capabil pe direcția deschiderii l_2 a unei plăci dreptunghiulare, acționînd pe cealaltă latură de lungime l_1 a plăcii, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03).
		2. Valoarea absolută a momentului capabil pe toată lungimea l_1 a bazei mari a unei plăci trapezoidale, acționînd pe direcția înălțimii l_2 a plăcii, (*EP*-42-09).
m_0	*MØ*	$m_0 = -\frac{l_3}{l_1}$, (*EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).
n_1	*N*1	Expresie intermediară în calculul momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01...*EP*-42-11).
n_2	*N*2	Expresia intermediară în calculul momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01...*EP*-42-11).
n_0	*NØ*	$n_0 = \frac{l_4}{l_1}$, (*EP*-42-09, *EP*-42-10).
q_1	*Q*1	1. Valoarea cea mai mare a intensității unei încărcări de suprafață distribuită liniar, (*EP*-42-01, *EP*-42-04, *EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).
		2. Intensitatea unei încărcări de suprafață distribuită uniform, (*EP*-42-02, *EP*-42-05,....*EP*-42-08, *EP*-42-11).
q_2	*Q*2	1. Valoarea cea mai mică a intensității unei încărcări de suprafață distribuită liniar, (*EP*-42-01, *EP*-42-04, *EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).
		2. Intensitatea unei încărcări de suprafață distribuită uniform, (*EP*-42-03).
		3. Intensitatea unei încărcări liniare distribuită uniform, (*EP*-42-02, *EP*-42-05, *EP*-42-06).
q_7	*Q*7	Expresie intermediară în calculul încărcărilor Q_4 și Q_6 și al lucrurilor mecanice virtuale E_4 și E_6, (*EP*-42-02).

Notația	Codificarea	Definiția
q_0	QØ	1. $q_0 = \frac{q_2}{q_1}$, (EP-42-01, EP-42-03, EP-42-04, EP-42-09, EP-42-10, EP-42-11). 2. $q_0 = \frac{q_2}{q_1 l_2}$, (EP-42-02, EP-42-05, EP-42-06).
Q_3	Q3	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul M_{k3} și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01 . . .EP-42-11).
Q_4	Q4	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul M_{k4} și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01 . . .EP-42-07, EP-42-09 . . .EP-42-11).
Q_5	Q5	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul M_{k5} și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01 . . .EP-42-05).
Q_6	Q6	Rezultanta încărcării totale de pe porțiunea de placă delimitată de latura pe care acționează momentul M_{k6} și liniile de curgere învecinate acesteia, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
Q_0	QØ	Rezultanta încărcării de pe porțiunea de placă aferentă colțului rezemat punctual, delimitată de liniile de curgere învecinate acestuia, (EP-42-07).
R_3	R3	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul M_{k3}, (EP-42-01 . . .EP-42-11).
R_4	R4	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul M_{k4}, (EP-42-01 . . .EP-42-07, EP-42-09 . . .EP-42-11).
R_5	R5	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul M_{k5}, (EP-42-01 . . .EP-42-05).
R_6	R6	Reacțiunea de pe latura unei plăci, pe care acționează momentul M_{k6}, (EP-42-01, EP-42-02, EP-42-03, EP-42-09).
R_0	RØ	Reacțiunea colțului rezemat punctual, la o placă dreptunghiulară, (EP-42-07, EP-42-08).
s	S	Numărul total al plăcilor, (EP-42-01 . . .EP-42-12).
t_0	TØ	$t_0 = \frac{l_3}{l_2}$, (EP-42-02, EP-42-05).
u		1. Parametru al schemei de cedare II la o placă dreptunghiulară, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de linia de curgere paralelă cu laturile de lungime l_2, și lungimea l_1, (EP-42-01 . . .EP-42-05). 2. Parametru al schemei de cedare III, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de punctul situat pe latura liberă de lungime l_1 prin care trece linia de curgere învecinată, și lungimea l_1, (EP-42-06).
u_0	UØ	Valoarea efectivă a parametrului u, (EP-42-01. . .EP-42-06).
u_1	U1	Valoare curentă a parametrului u, (EP-42-01 . . .EP-42-06).
u_2	U2	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (EP-42-01 . . .EP-42-06).

Notația	Codificarea	Definiția
u_{2j}	U(2, J)	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_{2j} a momentului M_{k1}.
u_3	U3	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-06).
u_{31}	U(3, 1)	Valoarea u_3 a parametrului u pentru $t_0 \leqslant v_0$, (*EP*-42-05).
u_{32}	U(3, 2)	Valoarea u_3 a parametrului u pentru $t_0 > v_0$, (*EP*-42-05).
u_{3j}	U(3, J)	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_{3j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
u_4	U4	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_4 a momentului capabil M_{k1} (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03).
u_{41}	U(4, 1)	Valoarea u_4 a parametrului u pentru $t_0 \leqslant v_0$, (*EP*-42-02).
u_{42}	U(4, 2)	Valoarea u_4 a parametrului u pentru $v_0 < t_0 \leqslant 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
u_{43}	U(4, 3)	Valoarea u_4 a parametrului u pentru $t_0 > 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
u_{4j}	U(4, J)	Valoare a parametrului u corespunzătoare mărimii B_{4j} a momentului M_{k1}, (*EP*-42-03).
v		1. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k4} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea l_2, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-05). 2. Parametru al schemelor de cedare III și IV, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k4} de punctul de pe latura pe care acționează momentul M_{k3} prin care trec două linii de curgere, și lungimea l_2, (*EP*-42-06). 3. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k6} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei laturi, și lungimea l_2, (*EP*-42-09).
v_0	V Ø	Valoarea efectivă a parametrului v, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-06, *EP*-42-09).
v_1	V1	Valoare curentă a parametrului v, (*EP*-42-01 . . . .*EP*-42-06, *EP*-42-09).
v_2	V2	1. Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-05, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii C_2 sau mărimii D_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06).
v_{2j}	V(2, J)	Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_{2j} a momentului M_{k1}, (*EP*-42-03).
v_3	V3	1. Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_3 a momentului M_{k1}, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-05, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii C_3 sau mărimii D_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06).
v_{31}	V(3, 1)	1. Valoarea v_3 a parametrului v pentru $t_0 \leqslant v_0$, (*EP*-42-05). 2. Valoarea v_3 a parametrului v corespunzătoare schemei de cedare III, (*EP*-42-06).

Notația	Codificarea	Definiții
v_{32}	V(3, 2)	1. Valoarea v_3 a parametrului v pentru $t_0 > v_0$, (*EP*-42-05). 2. Valoarea v_3 a parametrului v corespunzătoare schemei de cedare IV, (*EP*-42-06).
v_{3j}	V(3, J)	Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_{3j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
v_4	V4	Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_4 a momentului capabi M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02).
v_{41}	V(4, 1)	Valoarea v_4 a parametrului v pentru $t_0 \leqslant v_0$, (*EP*-42-02).
v_{42}	V(4, 2)	Valoarea v_4 a parametrului v pentru $v_0 < t_0 \leqslant 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
v_{43}	V(4, 3)	Valoarea v_4 a parametrului v pentru $t_0 > 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
v_{4j}	V(4, J)	Valoare a parametrului v corespunzătoare mărimii B_{4j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
w		1. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k6} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinată ei, și lungimea l_2, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03). 2. Parametru al schemei de cedare IV, egal cu raportul dintre proiecția pe latura pe care acționează momentul M_{k3} a liniei de curgere care intersectează latura liberă de lungime l_2, și mărimea acestei lungimi, (*EP*-42-06). 3. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k4} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei laturi, si lungimea l_2, (*EP*-42-09).
w	WØ	Valoare efectivă a parametrului w, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-06, *EP*-42-09).
w_1	W1	Valoarea curentă a parametrului w, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-06, *EP*-42-06, *EP*-42-09).
w_2	W2	1. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii D_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06).
w_{2j}	W(2, J)	1. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii D_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06).
w_3	W3	1. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii D_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06).
w_{3j}	W(3, J)	Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_{3j} a momentului capabil M_{k8}, (*EP*-42-03).
w_4	W4	Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_4 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03).
w_{41}	W(4, 1)	Valoarea w_4 a parametrului w pentru $t_0 \leqslant v_0$, (*EP*-42-02).

Notația	Codificarea	Definiția
w_{42}	W(4, 2)	Valoarea w_4 a parametrului w pentru $v_0 < t_0 \leqslant 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
w_{43}	W(4, 3)	Valoarea w_4 a parametrului w pentru $t_0 > 1 - w_0$, (*EP*-42-02).
w_{4J}	W(4, J)	Valoare a parametrului w corespunzătoare mărimii B_4, a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
x		1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea l_1, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-07) 2. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de punctul de intersecție a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, și lungimea l_1 a acesteia, (*EP*-42-04, *EP*-42-05). 3. Parametru al schemelor de cedare I și II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de punctul de pe latura de lungime l_1 în care concură liniile de curgere și mărimea acestei lungimi, (*EP*-42-06). 4. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de linia de curgere paralelă cu această latură și lungimea l_1, (*EP*-42-08). 5. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k3} de punctul de intersec ie a liniilor de curgere și lungimea l_1, (*EP*-42-08). 6. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre lungimea proiecției pe baza mare a uneia dintre liniile de curgere care trec prin extremitățile acestei baze, și lungimea l_1, (*EP*-42-09). 7. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre distanța care separă o extremitate a laturii libere de punctul de intersecție a acestei laturi cu linia de curgere învecinată extremității respective, și lungimea l_1, (*EP*-42-10). 8. Parametru al schemei de cedare a unei plăci inelare, egal cu raportul dintre distanța care separă centrul plăcii de linia de curgere circulară pe care acționează momentul M_{k2} și diametrul conturului exterior al plăcii (*EP*-42-12).
x_0	XØ	Valoarea efectivă a parametrului x, (*EP*-42-01...*EP*-42-10 *EP*-42-11).
x_1	X1	Valoarea curentă a parametrului x, (*EP*-42-01...*EP*-42-10, *EP*-42-11).
x_2	X2	1. Valoare a parametrului x, corespunzătoare mărimii A_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01...*EP*-42-05, *EP*-42-07, *EP*-42-09, *EP*-42-11). 2. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_2 sau mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06). 3. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_2, mărimii B_2 sau mărimii C_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08). 4. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-10).
x_{21}	X(2, 1)	Valoarea x_2 a parametrului x corespunzătoare schemei de cedare I, (*EP*-42-08).

Notația	Codificarea	Definiția
x_{2j}	X(2, J)	Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_{j2} a momentului capabil M_k, (*EP*-42-03).
x_3	X3	1. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01 . . . *EP*-42-05, *EP*-42-07, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_2 sau mărimii B_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06). 3. Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii B_3 sau mărimii C_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08).
x_{31}	X(3, 1)	1. Valoarea x_3 a parametrului x corespunzătoare schemei de cedare I, (*EP*-42-06). 2. Valoarea x_3 a parametrului x corespunzătoare schemei de cedare II, (*EP*-42-08).
x_{32}	X(3, 2)	1. Valoarea x_3 a parametrului x corespunzătoare schemei de cedare II, (*EP*-42-06). 2. Valoarea x_3 a parametrului x corespunzătoare schemei de cedare III, (*EP*-42-08).
x_{3j}	X(3, J)	Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_{3j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
x_4	X4	Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_4 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-07).
x_{41}	X(4, 1)	Valoarea x_4 a parametrului x pentru $t_0 \leqslant z_0$, (*EP*-42-02).
x_{42}	X(4, 2)	Valoarea x_4 a parametrului x pentru $t_0 > z_0$, (*EP*-42-02).
x_{4j}	X(4, J)	Valoare a parametrului x corespunzătoare mărimii A_{4j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
y		1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k5} de punctul de intersecție a liniilor de curgere învecinat ei, și lungimea l_1, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03). 2. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k5} de punctul de intersecție a liniei de curgere învecinată ei cu latura liberă, și lungimea l_1 a acesteia (*EP*-42-04, *EP*-42-05). 3. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre proiecția pe latura pe care acționează momentul M_{k4} a liniei de curgere care intersectează latura liberă de lungime l_1, și mărimea acestei lungimi, (*EP*-42-06). 4. Parametru al schemei de cedare, egal cu raportul dintre distanța care separă latura pe care acționează momentul M_{k4} de punctul de intersecție a liniilor de curgere, și lungimea l_2, (*EP*-42-07). 5. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre proiecția pe latura liberă de lungime l_1 a liniei de curgere care intersectează această latură și mărimea acestei lungimi, (*EP*-42-08).
y_0	YØ	Valoarea efectivă a parametrului y, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-08).
y_1	Y1	Valoare curentă a parametrului y, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-08).
y_2	Y2	1. Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-07). 2. Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08).

Notaţia	Codificarea	Definiţia
y_{2j}	Y(2, J)	Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_{2j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
y_3	Y3	1. Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01 . . .*EP*-42-07). 2. Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii B_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08).
y_{3j}	Y(3, J)	Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_{2j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
y_4	Y4	Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_4 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-07).
y_{41}	Y(4, 1)	Valoarea y_4 a parametrului y pentru $t_0 \leqslant z_0$.
y_{42}	Y(4, 2)	Valoarea y_4 a parametrului y pentru $t_0 > z_0$.
y_{4j}	Y(4, J)	Valoare a parametrului y corespunzătoare mărimii A_{4j} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
z		1. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanţa care separă latura pe care acţionează momentul M_{k4} de linia de curgere paralelă cu laturile de lungime l_1, şi lungimea l_2, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03). 2. Parametru al schemei de cedare II, egal cu raportul dintre proiecţia pe latura liberă de lungime l_2 a liniei de curgere care intersectează această latură şi mărimea acestei lungimi, (*EP*-42-06). 3. Parametru al schemei de cedare III, egal cu raportul dintre proiecţia pe latura liberă de lungime l_2 a uneia dintre liniile de curgere învecinate colţurilor rezemate punctual şi mărimea lungimii l_2, (*EP*-42-08). 4. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanţa care separă baza mare a unei plăci trapezoidale de linia de curgere paralelă cu aceasta, şi lungimea l_2, (*EP*-42-09). 5. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanţa care separă baza mare a unei plăci trapezoidale de punctul de intersecţie a liniilor de curgere, şi lungimea l_2, (*EP*-42-10). 6. Parametru al schemei de cedare I, egal cu raportul dintre distanţa care separă baza unei plăci triunghiulare de punctul de intersecţie a liniilor de curgere, şi înălţimea l_2, (*EP*-42-11).
z_0	ZØ	Valoarea efectivă a parametrului z, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-06 . . .*EP*-42-11).
z_1	Z1	Valoare curentă a parametrului z, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *E*-42-03, *EP*-42-06 . . .*EP*-42-11).
z_2	Z2	1. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09, *EP*-42-10, *EP*-42-11).

Notaţia	Codificarea	Definiţia
		2. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii B_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06). 3. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii C_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08).
z_{2J}	$Z(2, J)$	Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_{2J} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
z_3	Z3	1. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03, *EP*-42-09). 2. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii B_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-06). 3. Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii C_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-08).
z_{3J}	$Z(3, J)$	Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_{3J} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
z_4	Z4	Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_4 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-01, *EP*-42-02, *EP*-42-03).
z_{41}	$Z(4, 1)$	Valoarea z_4 a parametrului z pentru $t_0 \leqslant z_0$, (*EP*-42-02).
z_{42}	$Z(4, 2)$	Valoarea z_4 a parametrului z pentru $t_0 > z_0$, (*EP*-42-02).
z_{4J}	$Z(4, J)$	Valoare a parametrului z corespunzătoare mărimii A_{4J} a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-03).
α	AØ	$\alpha = \frac{l_3}{l_1}$.
β	BØ	$\beta = \frac{l_4}{l_2}$.
θ		Parametru al schemelor de cedare I, II şi III, egal cu mărimea exprimată în radiani a unghiului format de una dintre laturile de lungime l_2 şi axa de rotaţie care trece prin reazemul punctual al plăcilor, (*EP*-42-07).
θ_0	TØ	Valoarea efectivă a parametrului θ, (*EP*-42-07).
θ_1	T1	Valoare curentă a parametrului θ, (*EP*-42-07).
θ_2	T2	Valoare a parametrului θ corespunzătoare mărimii A_2 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-07).
θ_3	T3	Valoare a parametrului θ corespunzătoare mărimii A_3 a momentului capabil M_{k1}, (*EP*-42-07).
θ_{41}	$T(4, 1)$	Valoare a parametrului θ corespunzătoare mărimii A_4 a momentului capabil M_{k1} în cazul schemei de cedare I, (*EP*-42-07).
θ_{42}	$T(4, 2)$	Valoare a parametrului θ corespunzătoare mărimii B_4 a momentului capabil M_{k1} în cazul schemei de cedare II, (*EP*-42-07).
θ_{43}	$T(4, 3)$	Valoare a parametrului θ corespunzătoare mărimii C_4 a momentului capabil M_{k1} în cazul schemei de cedare III, (*EP*-42-07).

17. CALCULUL AUTOMAT AL PLĂCILOR PLANE DIN BETON ARMAT

17.1. TIPURI DE PLĂCI ȘI DE ÎNCĂRCĂRI

În acest volum sînt prezentate 12 programe pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor armate pe două direcții, dintre care opt se referă la plăci dreptunghiulare, două la plăci trapezoidale, unul la plăci triunghiulare și unul la plăci inelare. Programele referitoare la plăcile dreptunghiulare se deosebesc între ele prin modul de rezemare pe contur a plăcilor și prin tipul încărcărilor suportate de acestea, în timp ce programele referitoare la plăcile trapezoidale se deosebesc numai prin modul de rezemare pe contur a plăcilor.

Lista programelor elaborate se prezintă după cum urmează :

1. *Programul EP-42-01* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.1 *a*).

2. *Programul EP-42-02* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat, rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară, distribuite uniform (fig. 17.1, *b*).

3. *Programul EP-42-03* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața și de o încărcare distribuită uniform pe o zonă dreptunghiulară a suprafeței lor (fig. 17.1 *c*).

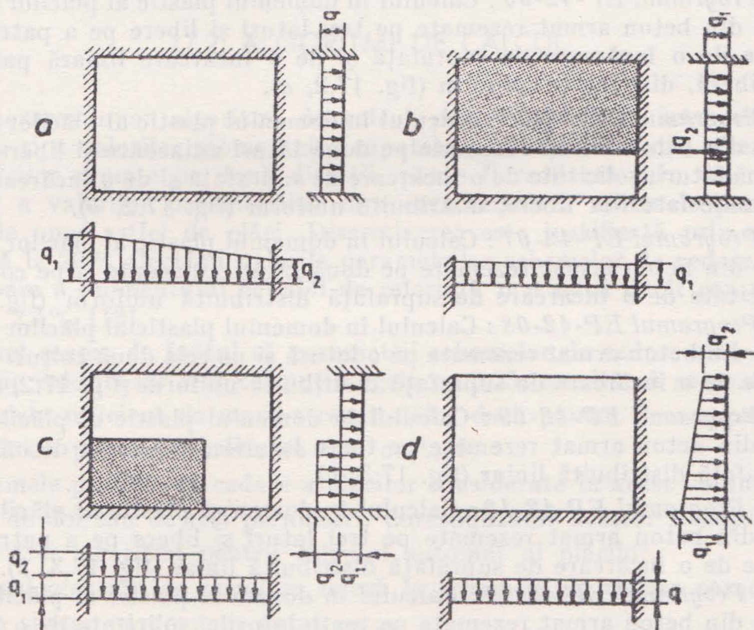


Fig. 17.1

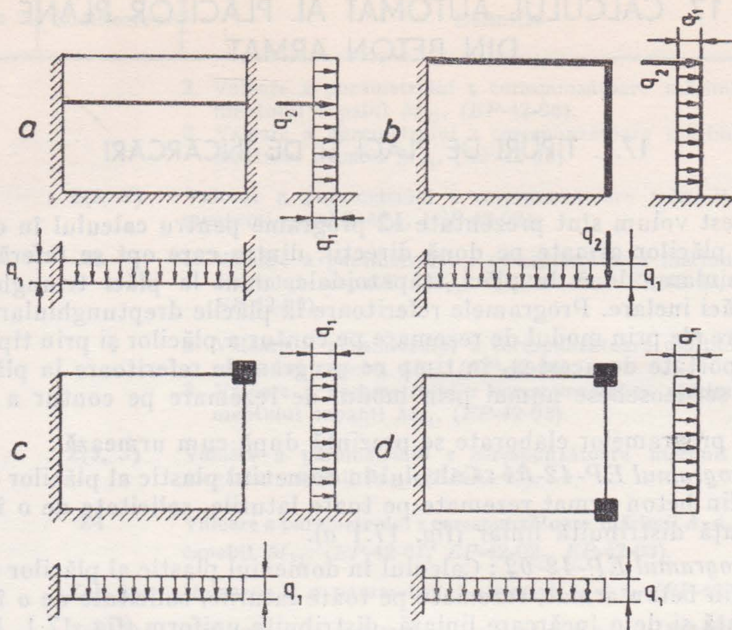


Fig. 17.2

4. *Programul EP-42-04* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.1, *d*).

5. *Programul EP-42-05* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară paralelă cu latura liberă, distribuite uniform (fig. 17.2, *a*).

6. *Programul EP-42-06* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și libere pe celelalte două laturi, solicitate de o încărcare de suprafață și de o încărcare liniară pe lungimile laturilor libere, distribuite uniform (fig. 17.2, *b*).

7. *Programul EP-42-07* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe două laturi adiacente și pe colțul opus lor, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform (fig. 17.2, *c*).

8. *Programul EP-42-08* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat rezemate pe o latură și pe cele două colțuri opuse ei, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită uniform (fig. 17.2, *d*).

9. *Programul EP-42-09* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, *a*).

10. *Programul EP-42-10* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor trapezoidale din beton armat rezemate pe trei laturi și libere pe a patra latură, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, *b*).

11. *Programul EP-42-11* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor triunghiulare din beton armat rezemate pe toate laturile, solicitate de o încărcare de suprafață distribuită liniar (fig. 17.3, *c*).

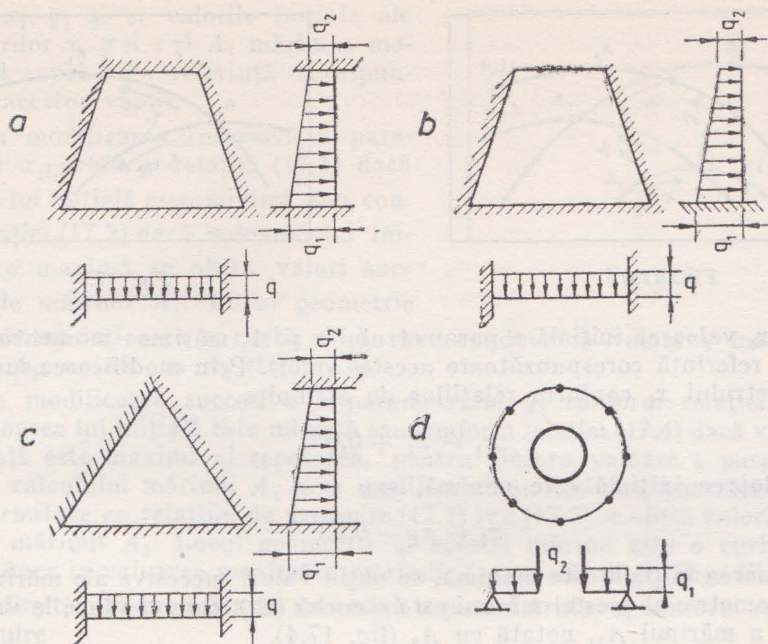


Fig. 17.3

12. *Programul EP-42-12* : Calculul în domeniul plastic al plăcilor inelare din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior, solicitate de o încărcare distribuită uniform pe lungimea conturului interior și de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața lor (fig. 17.3, *d*).

17.2. ALGORITMI DE CALCUL

Elaborarea unor algoritmi de calcul pentru stabilirea schemelor reale de cedare și a valorilor momentelor capabile și reacțiunilor din rezemări, în cazul plăcilor armate pe două direcții, poate fi realizată prin discretizarea uniformă a valorilor parametrilor care caracterizează schemele posibile de cedare ale unor astfel de plăci. Discretizarea este justificată prin aceea că erori pînă la 20% afectînd valorile parametrilor schemelor de cedare conduc la o valoare a momentului capabil de referință mai mică decît cea reală cu cel mult 2,5% [18].

Ținînd seama de faptul că parametrii schemelor de cedare sînt adimensionali, iar valorile lor sînt cel puțin egale cu 0,25, rezultă că se poate conta pe o precizie suficient de mare a rezultatelor dacă pentru fiecare parametru se adoptă un pas de discretizare egal cu 0,05.

Schemele posibile de cedare a plăcilor considerate în acest volum depind de unul, de doi sau de trei parametri. Corespunzător acestor situații au fost elaborați trei algoritmi pentru calculul automat al plăcilor.

Primul algoritm de calcul se referă la schemele de cedare caracterizate printr-un singur parametru, notat cu x.

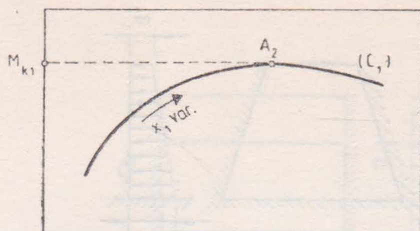


Fig. 17.4

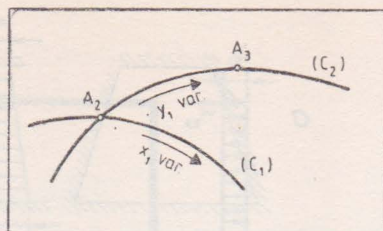


Fig. 17.5

Fie x_1 valoarea inițială a parametrului x și A_1 mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestei valori. Prin modificarea succesivă a parametrului x_1 conform relațiilor de atribuire

$$x_1 \leftarrow x_1 + 0{,}05 \quad (17.1)$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$x_1 \leftarrow x_1 - 0{,}05 \quad (17.2)$$

dacă valoarea inițială este maximă, se obțin valori succesive ale mărimii A_1. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_1), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_1, notată cu A_2 (fig. 17.4).

A_2 reprezintă deci valoarea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare care depind de un singur parametru.

Al doilea algoritm de calcul se referă la schemele de cedare caracterizate prin doi parametri, notați cu x și y [21].

Fie x_1 și y_1 valorile inițiale ale parametrilor x și y și A_1 mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestor valori.

Prin modificarea succesivă a parametrului x_1 conform relației (17.1) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.2) dacă valoarea lui inițială este maximă se obțin valori succesive ale mărimii A_1. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_1), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_1, notată cu A_2 (fig. 17.5).

Prin modificarea succesivă a parametrului y_1 conform relațiilor de atribuire

$$y_1 \leftarrow y_1 + 0{,}05 \quad (17.3)$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$y_1 \leftarrow y_1 - 0{,}05 \quad (17.4)$$

dacă valoarea inițială este maximă, și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului y_1, a calculului mărimii A_1 prin modificarea succesivă a parametrului x_1 în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1) sau (17.2) se obțin valori succesive ale mărimii A_2. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_2), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_2, notată cu A_3 (fig. 17.5).

A_3 reprezintă, prin urmare, valoarea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare ale plăcilor care depind de doi parametri.

Al treilea algoritm de calcul se referă la schemele de cedare caracterizate prin trei parametri notați cu x, y, și z [19].

Fie x_1, y_1 și z_1 valorile inițiale ale parametrilor x, y și z și A_1 mărimea momentului capabil de referință corespunzătoare acestor valori.

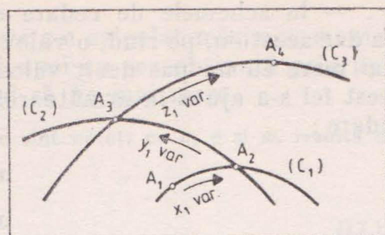


Fig. 17.6

Prin modificarea succesivă a parametrului x_1 conform relației (17.1) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.2) dacă valoarea lui inițială este maximă se obțin valori succesive ale mărimii A_1. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_1), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_1, notată cu A_2 (fig. 17.6).

Prin modificarea succesivă a parametrului y_1 conform relației (17.3) dacă valoarea lui inițială este minimă sau conform relației (17.4) dacă valoarea lui inițială este maximă și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului y_1, a calculului mărimii A_1 prin modificarea succesivă a parametrului x_1 în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1) sau (17.2) se obțin valori succesive ale mărimii A_2. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_2), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_2, notată cu A_3 (fig. 17.6).

În sfîrșit, prin modificarea succesivă a parametrului z_1 conform relațiilor de atribuire

$$z_1 \longleftarrow z_1 + 0{,}05 \tag{17.5}$$

dacă valoarea inițială este minimă, sau

$$z_1 \longleftarrow z_1 - 0{,}05 \tag{17.6}$$

dacă valoarea inițială este maximă și repetarea, pentru fiecare valoare a parametrului z_1, a calculului mărimii A_2 prin modificarea succesivă a parametrilor x_1 și y_1 în conformitate cu relațiile de atribuire (17.1), sau (17.2) și respectiv (17.3), sau (17.4), se obțin valori succesive ale mărimii A_3. Locul geometric al acestei mărimi este o curbă (C_3), care conduce la valoarea maximă a mărimii A_3, notată cu A_4 (fig. 17.6).

A_4 reprezintă, prin urmare, valorea maximă a momentului capabil de referință în cazul schemelor de cedare ale plăcilor care depind de trei parametri.

17.3. VERIFICAREA PROGRAMELOR DE CALCUL

Programele pentru calculul automat al plăcilor armate pe două direcții au fost obținute prin transcrierea, în limbajul de programare BASIC, a operațiilor conținute de organigramele respective, folosind codificarea adoptată pentru fiecare tip de placă.

Verificarea corectitudinii rezultatelor obținute prin rularea acestor programe a constat în *verificarea condiției de maximum* a momentului capabil de referință, după cum urmează ;

— pentru fiecare schemă de cedare s-a ales un număr de exemple de calcul care să asigure parcurgerea tuturor ramificațiilor organigramei ;

— la schemele de cedare caracterizate printr-un singur parametru x, s-a dat acestuia, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea x_0 furnizată de programul de calcul. În acest fel s-a ajuns la următoarele valori ale parametrului fiecărei scheme de cedare :

$$x = x_0 - 0{,}05 \; ; \qquad (17.7)$$
$$x = x_0 + 0{,}05.$$

Pentru fiecare dintre aceste valori s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, aceasta din urmă trebuind să fie întotdeauna mai mare ;

— la schemele de cedare caracterizate prin doi parametri x și y, fiecăruia dintre aceștia i s-a dat, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea x_0 sau y_0 furnizată de programul de calcul, celălalt parametru păstrîndu-și valoarea y_0 sau x_0 reieșită din aplicarea programului. În acest fel s-a ajuns la următoarele seturi de valori ale parametrilor fiecărei scheme de cedare :

$$a) \; x = x_0 - 0{,}05 \; ; \; y = y_0 \; ; \qquad (17.8)$$
$$x = x_0 + 0{,}05 \; ; \; y = y_0 \; ;$$

și

$$b) \; x = x_0 \; ; \; y = y_0 - 0{,}05 \; ; \qquad (17.9)$$
$$x = x_0 \; ; \; y = y_0 + 0{,}05.$$

Pentru fiecare set de valori astfel stabilite s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat apoi cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, ultima trebuind să fie mai mare.

Observație. Dacă parametrii schemelor de cedare sînt notați cu u și v, rezultă următoarele seturi de valori :

$$a) \; u = u_0 - 0{,}05 \; ; \; v = v_0 \qquad (17.10)$$
$$u = u_0 + 0{,}05 \; ; \; v = v_0$$

și

$$b) \; u = u_0 \; ; \; v = v_0 - 0{,}05 \qquad (17.11)$$
$$u = u_0 \; ; \; v = v_0 + 0{,}05.$$

— la schemele de cedare caracterizate prin trei parametri x, y și z, fiecăruia dintre aceștia i s-a dat, pe rînd, o valoare mai mică cu un pas și, respectiv, o valoare mai mare cu un pas decît valoarea x_0, y_0 sau z_0 furnizată de programul de calcul, ceilalți parametri păstrîndu-și valorile y_0 și z_0, x_0 și z_0 sau x_0 și y_0 reieșite din rularea programului. În acest fel s-a ajuns la următoarele seturi de valori ale parametrilor fiecărei scheme de cedare [19] :

$$a) \; x = x_0 - 0{,}05 \; ; \; y = y_0 \; ; \; z = z_0 \qquad (17.12)$$
$$x = x_0 + 0{,}05 \; ; \; y = y_0 \; ; \; z = z_0$$

$$b) \; x = x_0 \; ; \; y = y_0 - 0{,}05 \; ; \; z = z_0 \qquad (17.13)$$
$$x = x_0 \; ; \; y = y_0 + 0{,}05 \; ; \; z = z_0$$

$$c) \; x = x_0 \; ; \; y = y_0 \; ; \; z = z_0 - 0{,}05 \qquad (17.14)$$
$$x = x_0 \; ; \; y = y_0 \; ; \; z = z_0 + 0{,}05.$$

Pentru fiecare set de valori astfel stabilite s-a calculat mărimea momentului capabil de referință, care s-a comparat apoi cu cea obținută prin aplicarea programului de calcul, ultima trebuind să fie mai mare.

Observație. Dacă parametrii schemelor de cedare sînt notați cu u, v și w, rezultă următoarele seturi de valori :

$$a)\ u = u_0 - 0{,}05\ ;\ v = v_0\ ;\ w = w_0$$
$$u = u_0 + 0{,}05\ ;\ v = v_0\ ;\ w = w_0 \qquad (17.15)$$

$$b)\ u = u_0\ ;\ v = v_0 - 0{,}05\ ;\ w = w_0$$
$$u = u_0\ ;\ v = v_0 + 0{,}05\ ;\ w = w_0 \qquad (17.16)$$

$$c)\ u = u_0\ ;\ v = v_0\ ;\ w = w_0 - 0{,}05$$
$$u = u_0\ ;\ v = v_0\ ;\ w = w_0 + 0{,}05 \qquad (17.17)$$

18. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

18.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime l_1 și l_2, rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția laturii l_1 sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția laturii l_2 cu 4 și 6. Placa este solicitată pe toată suprafața ei de o încărcare cu distribuție uniformă pe direcția laturii l_2 și cu distribuție liniară pe direcția laturii l_1, avînd ordonata cea mai mare, q_1, în dreptul reazemului 3 și ordonata cea mai mică, q_2, în dreptul reazemului 5. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 18.1.

Plăcile de acest tip pot ceda după una dintre cele două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, trasate în figurile 18.2 și 18.3.

Schema de cedare I este caracterizată de parametrii x, y și z, iar schema de cedare II — de parametrii u, v și w. Liniile de curgere care apar în aceste scheme separă plăcile în cîte patru porțiuni, notate cu 3, 4, 5 și 6, fiecare dintre ele fiind alăturată unuia dintre reazemele plăcilor, numerele de ordine ale porțiunilor de placă coincizînd cu cele ale reazemelor alăturate.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3, Q_4, Q_5

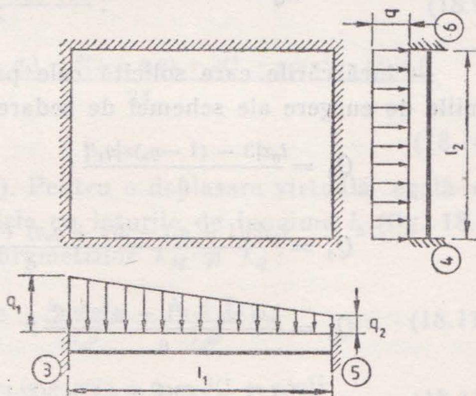


Fig. 18.1

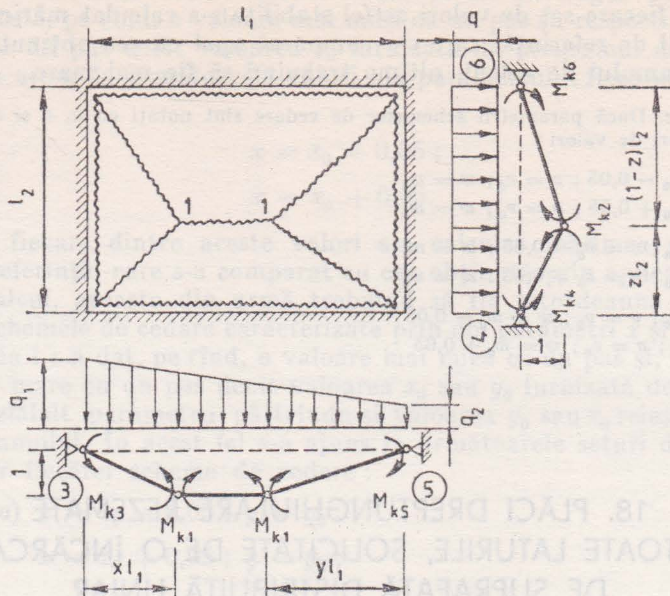


Fig. 18.2

şi Q_6 care solicită cele patru porţiuni de placă şi pentru forţele nodale F_3, F_4, F_5, F_6 care apar în zonele de legătură dintre aceste porţiuni, pentru fiecare dintre cele două scheme de cedare ale plăcilor.

a) Schema de cedare I (fig. 18.2). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_1 (fig. 18.2) se obţin următoarele expresii ale parametrilor λ_M şi λ_Q:

$$\lambda_M = \frac{1+k_3}{x} + \frac{1+k_5}{y} + \frac{k_2+k_4}{l_0 z} + \frac{k_2+k_6}{l_0(1-z)}; \tag{18.1}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0[6(1+q_0) - 4(x+q_0 y) + (1-q_0)(x^2-y^2)]}{24}. \tag{18.2}$$

— încărcările care solicită cele patru porţiuni de placă delimitate de liniile de curgere ale schemei de cedare I au următoarele expresii :

$$Q_3 = \frac{l_0 x[3-(1-q_0)x]q_1 l_1^2}{6}; \tag{18.3}$$

$$Q_4 = \frac{l_0 z[3(1+q_0) - 3(x+q_0 y) + (1-q_0)(x^2-y^2)]q_1 l_1^2}{6}; \tag{18.4}$$

$$Q_5 = \frac{l_0 y[3q_0 + (1-q_0)y]q_1 l_1^2}{6}; \tag{18.5}$$

$$Q_6 = \frac{l_0(1-z)[3(1+q_0) - 3(x+q_0 y) + (1-q_0)(x^2-y^2)]q_1 l_1^2}{6}. \tag{18.6}$$

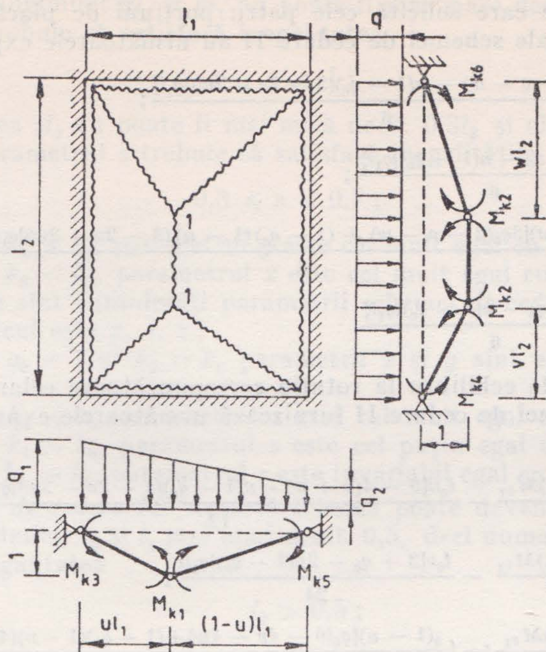


Fig. 18.3

— forţele nodale se obţin din ecuaţiile de echilibru rezultate din egalarea cu zero, pentru fiecare porţiune de placă, a sumei tuturor momentelor în raport cu axa reazemului aferent porţiunii respective. Aceste ecuaţii furnizează următoarele expresii ale forţelor nodale:

$$F_3 = \frac{(1+k_3)M_{k1}}{l_1 x} - \frac{l_0 x[2-(1-q_0)x]q_1 l_1^2}{12}; \tag{18.7}$$

$$F_4 = \frac{(k_2+k_4)M_{k1}}{l_2 z} - \frac{l_0 z[6(1+q_0)-8(x+q_0 y)+3(1-q_0)(x^2-y^2)]q_1 l_1^2}{24}; \tag{18.8}$$

$$F_5 = \frac{(1+k_5)M_{k1}}{l_1 y} - \frac{l_0 y[2q_0+(1-q_0)y]q_1 l_1^2}{12}; \tag{18.9}$$

$$F_6 = \frac{(k_2+k_6)M_{k1}}{l_2(1-z)} - \frac{l_0(1-z)[6(1+q_0)-8(x+q_0 y)+3(1-q_0)(x^2-y^2)]q_1 l_1^2}{24}. \tag{18.10}$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 18.3). Pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_3 (fig. 18.3) se obţin următoarele expresii ale parametrilor λ_M şi λ_Q:

$$\lambda_M = \frac{1+k_3}{u} + \frac{1+k_5}{1-u} + \frac{k_2+k_4}{l_0 v} + \frac{k_2+k_6}{l_0 w}; \tag{18.11}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0\{4(2+q_0)-4(1-q_0)u-(v+w)[3+q_0-2(1-q_0)u]\}}{24}. \tag{18.12}$$

— încărcările care solicită cele patru porțiuni de placă delimitate de liniile de curgere ale schemei de cedare II au următoarele expresii :

$$Q_3 = \frac{l_0 u[3(2 - v - w) - u(1 - q_0)(3 - 2v - 2w)]q_1 l_1^2}{6}; \qquad (18.13)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v[2 + q_0 - u(1 - q_0)]q_1 l_1^2}{6}; \qquad (18.14)$$

$$Q_5 = \frac{l_0(1 - u)[3q_0(2 - v - w) + (1 - q_0)(1 - u)(3 - 2v - 2w)]q_1 l_1^2}{6}; \qquad (18.15)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 w[2 + q_0 - u(1 - q_0)]q_1 l_1^2}{6}. \qquad (18.16)$$

— ecuațiile de echilibru la rotație corespunzătoare celor patru porțiuni de placă ale schemei de cedare II furnizează următoarele expresii ale forțelor nodale :

$$F_3 = \frac{(1 + k_3)M_{k1}}{l_1 u} - \frac{l_0 u[6 - 4(v + w) - u(1 - q_0)(4 - 3v - 3w)]q_1 l_1^2}{12}; \qquad (18.17)$$

$$F_4 = \frac{(k_2 + k_4)M_{k1}}{l_2 v} - \frac{l_0 v[3 + q_0 - 2u(1 - q_0)]q_1 l_1^2}{24}; \qquad (18.18)$$

$$F_5 = \frac{(1 + k_5)M_{k1}}{l_1(1 - u)} - l\frac{{}_0(1 - u)[q_0(6 - 4v - 4w) + (1 - q_0)(1 - u)(4 - 3v - 3w)]q_1 l_1^2}{12}; \qquad (18.19)$$

$$F_6 = \frac{(k_2 + k_6)M_{k1}}{l_2 w} - \frac{l_0 w[3 + q_0 - 2u(1 - q_0)]q_1 l_1^2}{24}. \qquad (18.20)$$

18.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul este prezentată în anexa 18.1 a acestui capitol. Elaborarea ei a fost efectuată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) Schema de cedare I. Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 < 2 \qquad (18.21)$$

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_2}{4}$ și deci valorile minime ale parametrilor x și y, exprimate ca multipli de 0,05, sînt

$$x_{min} = y_{min} = \frac{1}{20} int(5l_0); \qquad (18.22)$$

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mari decît l_2 și deci valorile maxime ale parametrilor x și y, exprimate ca multipli de 0,05, sînt :

$$x_{max} = y_{max} = \frac{1}{20} int(20l_0); \qquad (18.23)$$

— suma lungimilor xl_1 şi yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 şi deci parametrii x şi y trebuie să satisfacă inegalitatea

$$x + y \leqslant 1 ; \tag{18.24}$$

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}3l_2$ şi nici mai mare decît $0{,}7l_2$ şi deci parametrul z trebuie să satisfacă inegalităţile

$$0{,}3 \leqslant z \leqslant 0{,}7 ; \tag{18.25}$$

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul y este cel mult egal cu 0,5 ;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul x este cel mult egal cu 0,5. În acest caz ordinea în care sînt consideraţi parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este y, x, z ;

— pentru $q_0 = 1$ şi $k_3 = k_5$ parametrii x şi y sînt egali între ei, deci $x = y$;

— pentru $k_4 < k_6$, parametrul z este cel mult egal cu 0,5 ;

— pentru $k_4 > k_6$, parametrul z este cel puţin egal cu 0,5 ;

— pentru $k_4 = k_6$, parametrul z este invariabil egal cu 0,5, deci $z_0 = 0{,}5$.

b) *Schema de cedare II*. Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 şi l_1 mai mari decît 0,5, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 > 0{,}5 ; \tag{18.26}$$

— lungimile vl_2 şi wl_2 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_1}{4}$ şi deci valorile minime ale parametrilor v şi w, exprimate ca multipli de 0,05, sînt

$$v_{min} = w_{min} = \frac{1}{20} int\left(\frac{5}{l_0}\right) ; \tag{18.27}$$

— lungimile vl_2 şi wl_2 nu pot fi mai mari decît l_1 şi deci valorile maxime ale parametrilor v şi w, exprimate ca multipli de 0,05, sînt :

$$v_{max} = w_{max} = \frac{1}{20} int\left(\frac{20}{l_0}\right) ; \tag{18.28}$$

— suma lungimilor vl_2 şi wl_2 nu poate fi mai mare decît l_2 şi deci parametrii v şi w trebuie să satisfacă inegalitatea

$$v + w \leqslant 1 ; \tag{18.29}$$

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}3\ l_1$ şi nici mai mare decît $0{,}7\ l_1$ şi deci parametrul u trebuie să satisfacă inegalităţile

$$0{,}3 \leqslant u \leqslant 0{,}7 ; \tag{18.30}$$

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul u este mai mic decît 0,5 ;

— pentru $q_0 = 1$ şi $k_3 > k_5$, parametrul u este cel puţin egal cu 0,5 ;

— pentru $q_0 = 1$ şi $k_3 = k_5$, parametrul u este invariabil egal cu 0,5, deci $u_0 = 0{,}5$;

— pentru $k_4 < k_6$, parametrul v este cel mult egal cu 0,5 ;

— pentru $k_4 > k_6$, parametrul w este cel mult egal cu 0,5. În acest caz ordinea în care sînt consideraţi parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este v, w, u ;

— pentru $k_4 = k_6$, parametrii v şi w sînt egali între ei, deci $v = w$.

18.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama din anexa 18.1 sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-42-01 listat în anexa 18.2.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2 580 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2 581 și 3 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4, k_5 și k_6.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile parametrilor x_0, y_0 și z_0 (dacă cedarea plăcii se produce după schema I) sau u_0, v_0 și w_0 (dacă cedarea plăcii se produce după schema II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3}, M_{k4}, M_{k5} și M_{k6} de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3, R_4, R_5 și R_6 de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

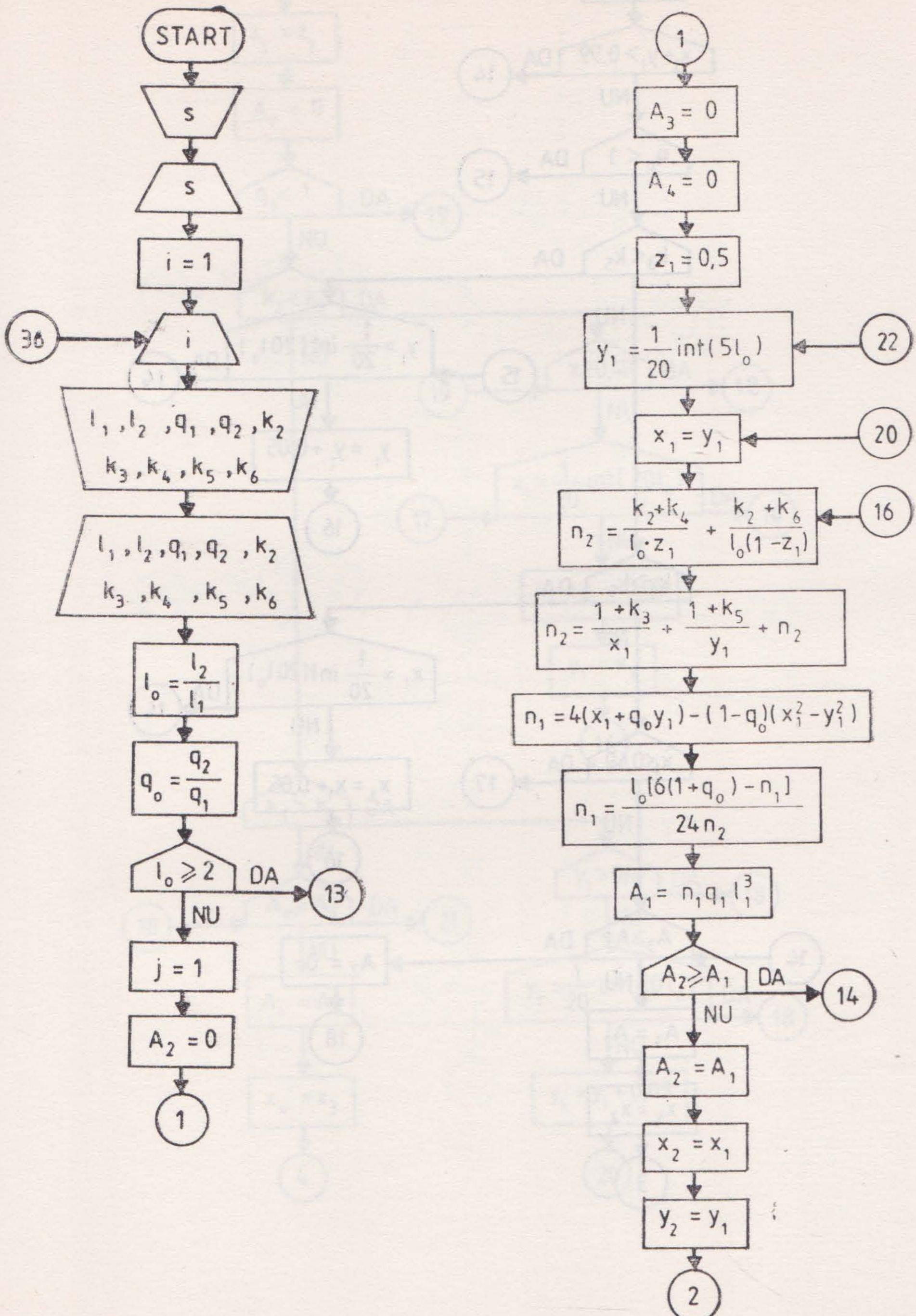
Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m^2 pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

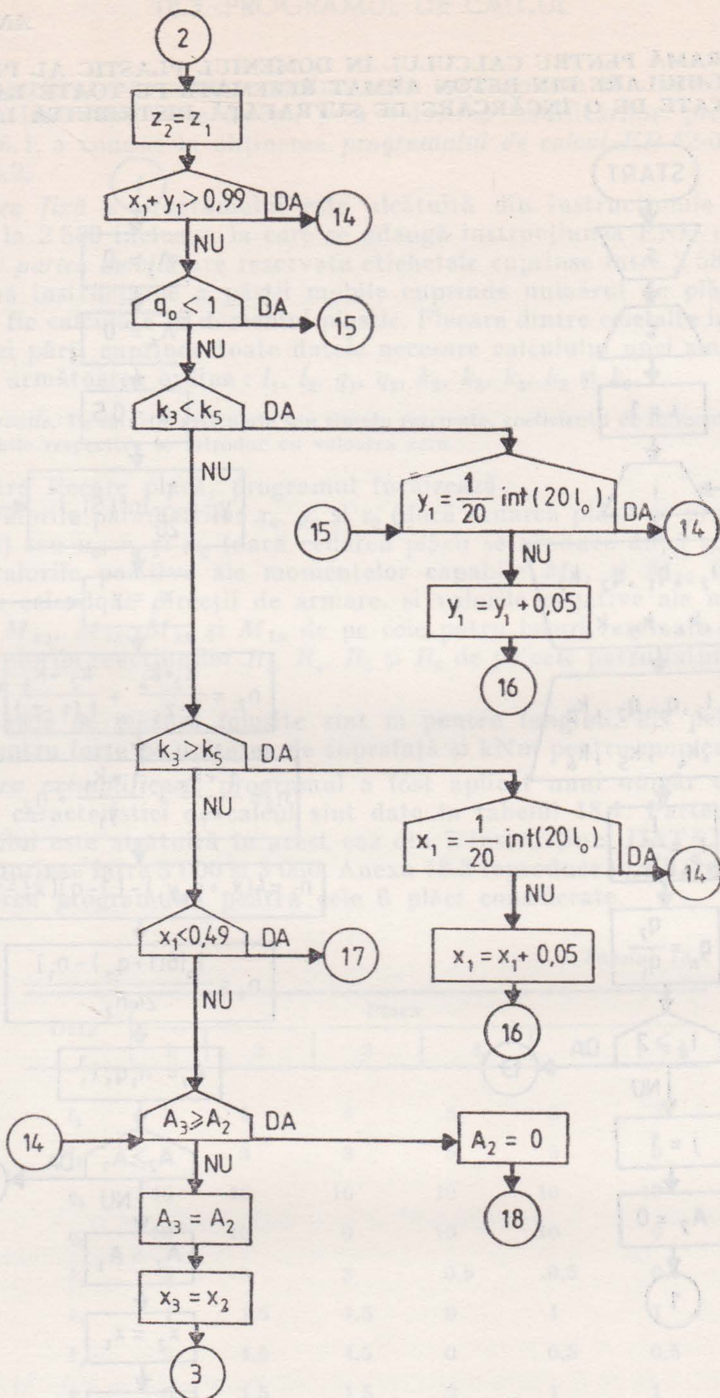
Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 18.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 3 000 și 3 060. Anexa 18.3 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 6 plăci considerate.

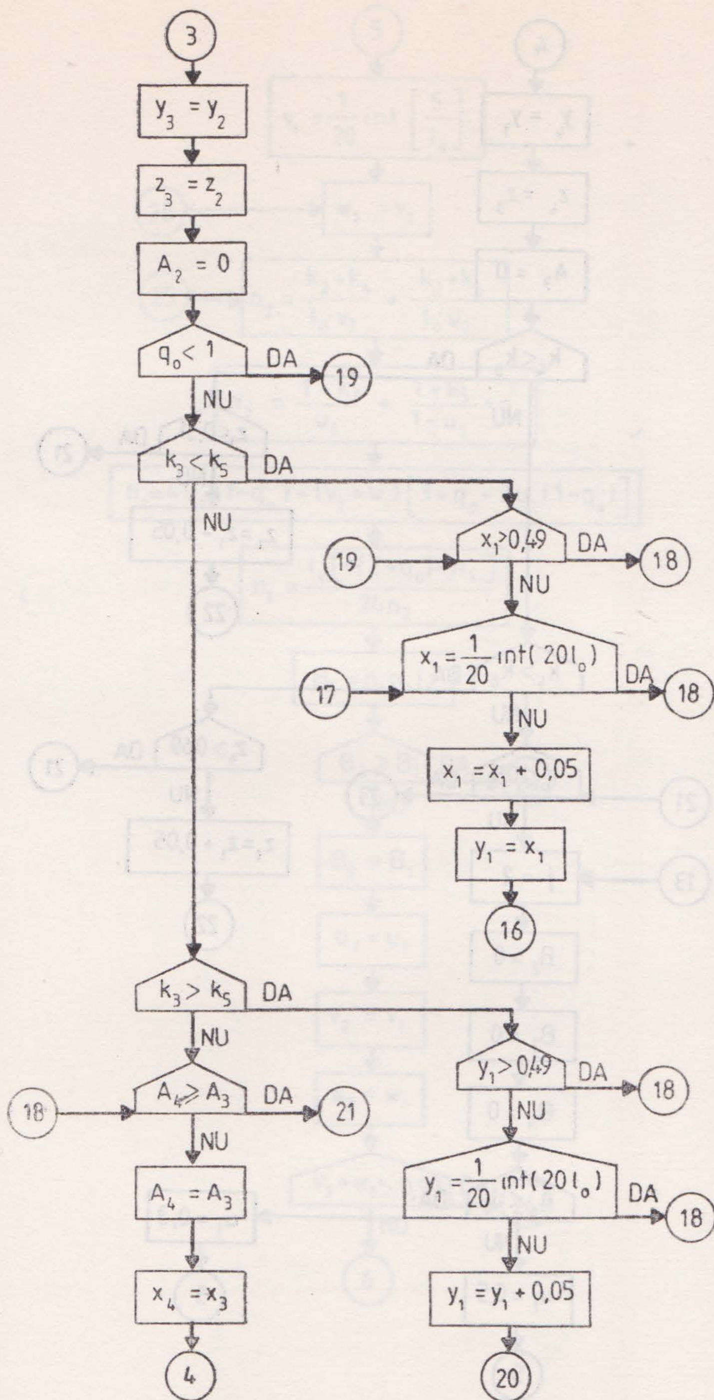
Tabelul 18.1

Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
l_1	5	5	5	3	3	3
l_2	3	3	3	5	5	5
q_1	10	10	10	10	10	10
q_2	10	10	0	10	10	0
k_2	3	3	3	0,5	0,5	0,5
k_3	1	1,5	1,5	0	1	1
k_4	3	4,5	4,5	0	0,5	0,5
k_5	0	1,5	1,5	2	1	1
k_6	0	4,5	4,5	1	0	0

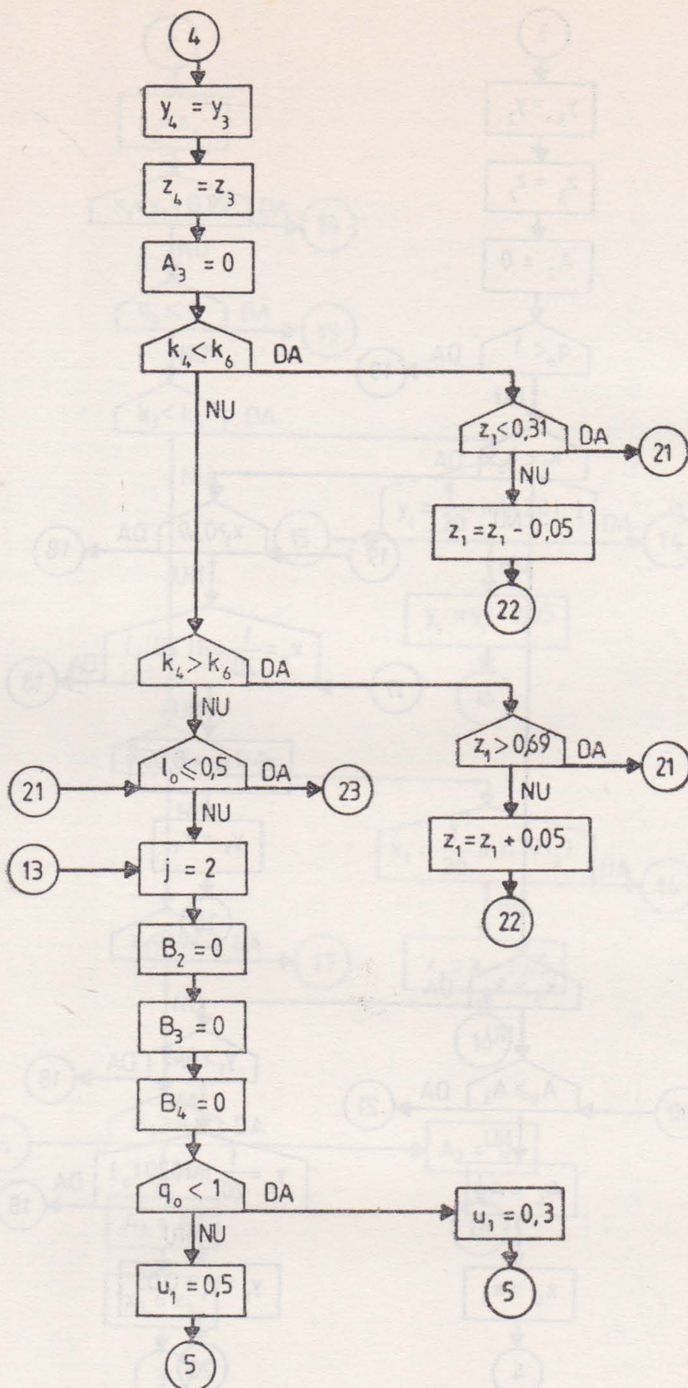
ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR



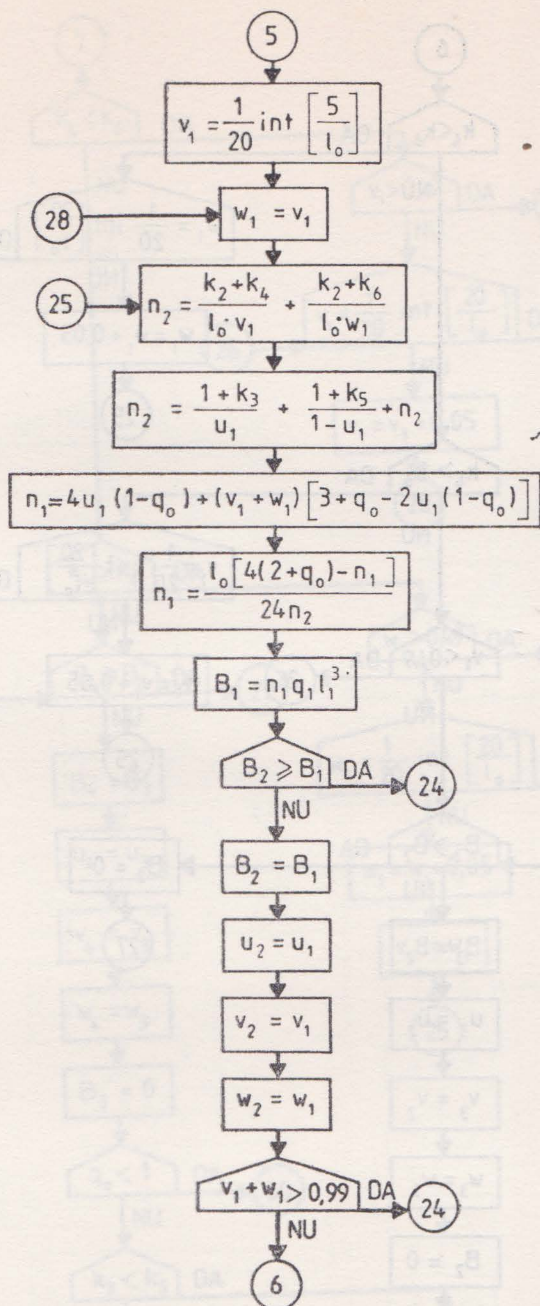

2
z2=z1
x1+y1>0,99
DA
14
NU
q0<1
DA
15
NU
k3<k5
DA
NU
y1 = 1/20 int(20 l0)
15
DA
14
NU
y1 = y1 + 0,05
16
k3>k5
DA
NU
x1 = 1/20 int(20 l0)
DA
14
NU
x1 = x1 + 0,05
16
x1<0,49
DA
17
NU
A3≥A2
DA
14
A2 = 0
NU
18
A3 = A2
x3 = x2
3



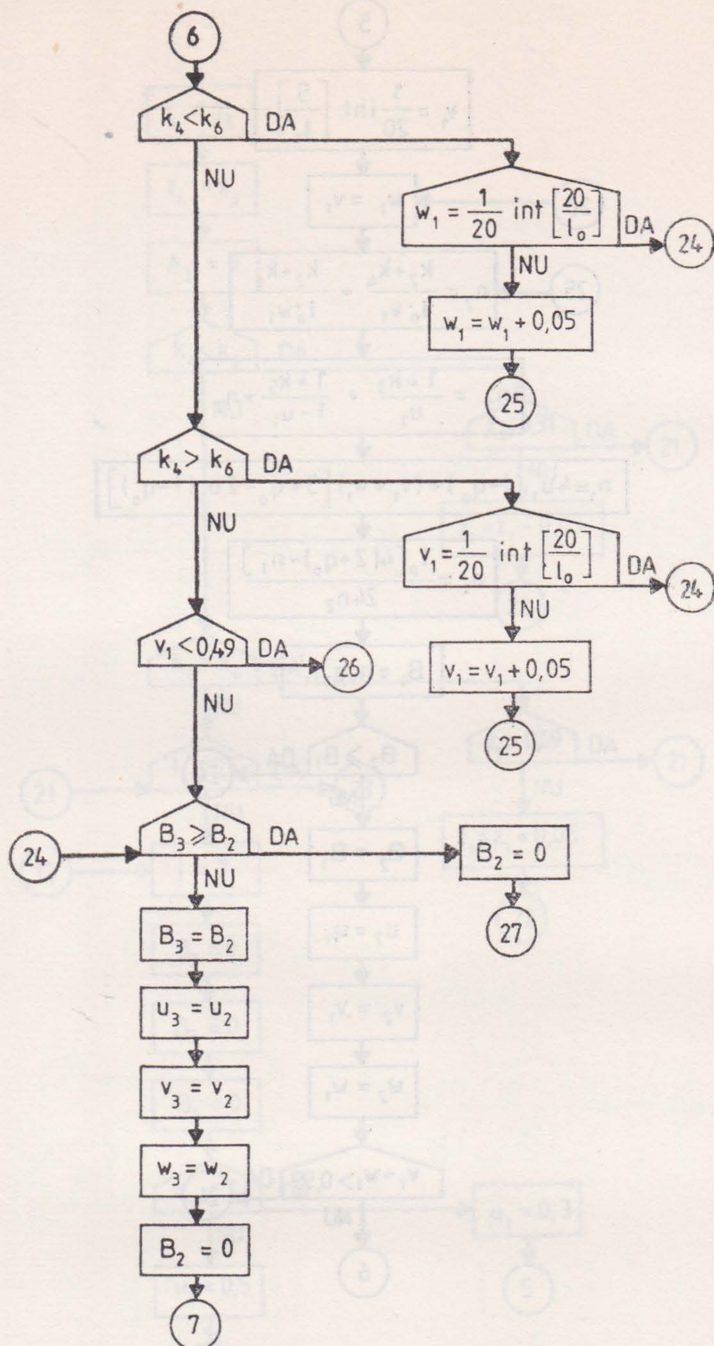
3
$y_3 = y_2$
$z_3 = z_2$
$A_2 = 0$
$q_0 < 1$
DA
19
NU
$k_3 < k_5$
DA
NU
$x_1 > 0,49$
19
DA
18
NU
$x_1 = \frac{1}{20} \text{int}(20 l_0)$
17
DA
18
NU
$x_1 = x_1 + 0,05$
$y_1 = x_1$
16
$k_3 > k_5$
DA
NU
$y_1 > 0,49$
DA
18
NU
$A_4 \geq A_3$
18
DA
21
NU
$y_1 = \frac{1}{20} \text{int}(20 l_0)$
DA
18
NU
$A_4 = A_3$
$y_1 = y_1 + 0,05$
$x_4 = x_3$
4
20

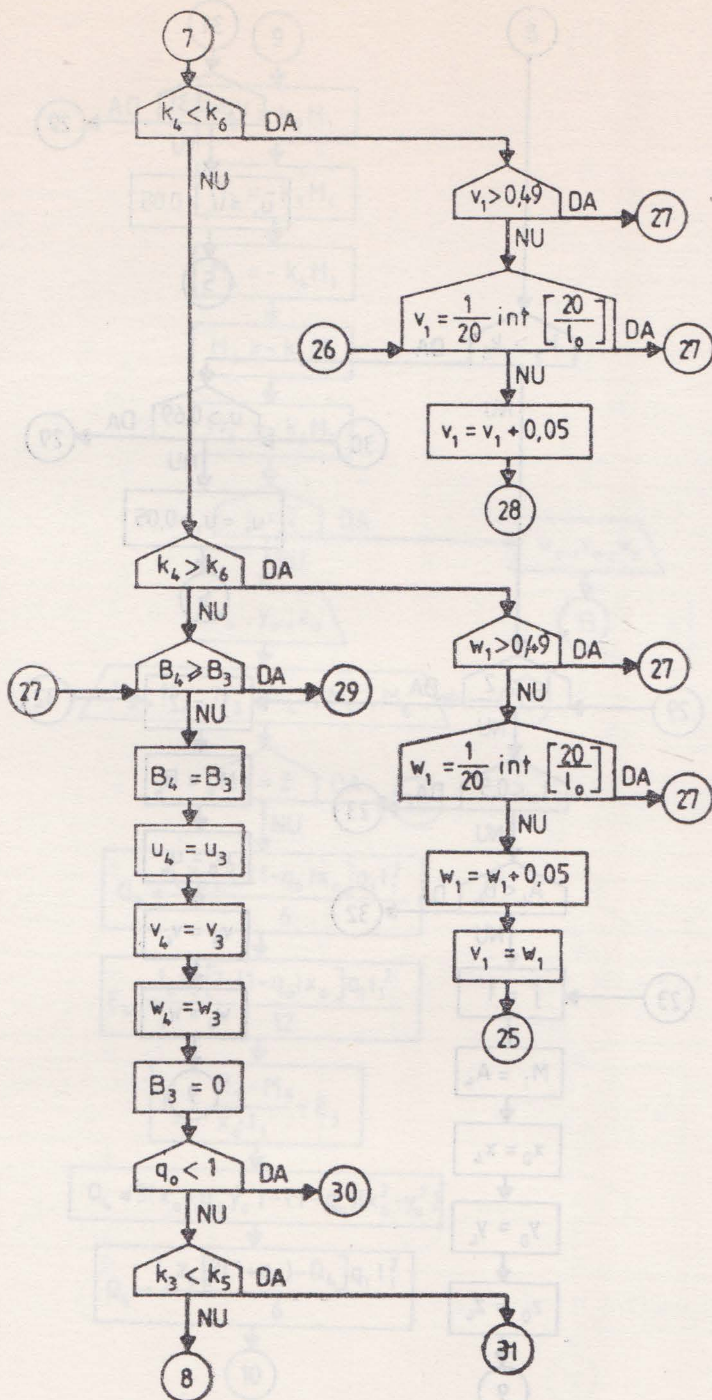


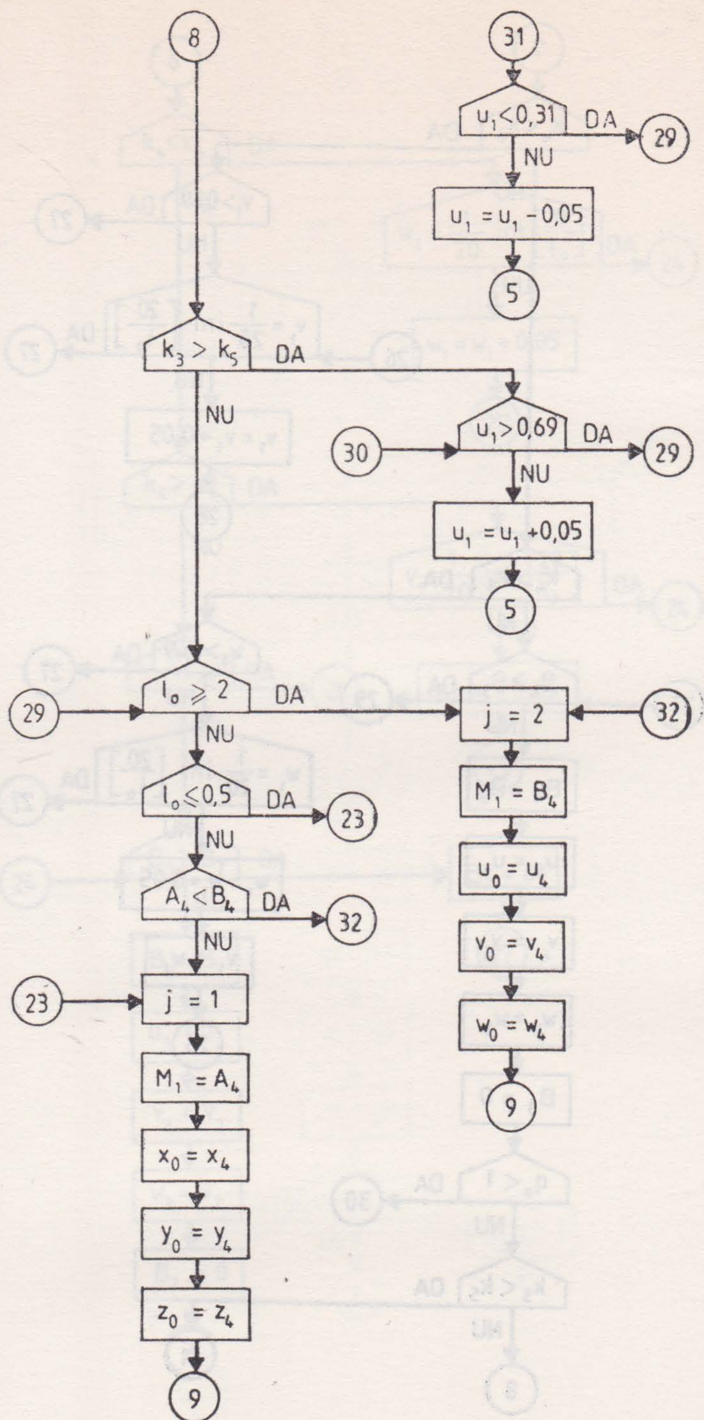
4
$y_4 = y_3$
$z_4 = z_3$
$A_3 = 0$
$k_4 < k_6$
DA
NU
$z_1 < 0,31$
DA
21
NU
$z_1 = z_1 - 0,05$
22
$k_4 > k_6$
DA
NU
$z_1 > 0,69$
DA
21
NU
21
$l_o \leqslant 0,5$
DA
23
NU
$z_1 = z_1 + 0,05$
22
13
$j = 2$
$B_2 = 0$
$B_3 = 0$
$B_4 = 0$
$q_o < 1$
DA
$u_1 = 0,3$
NU
5
$u_1 = 0,5$
5

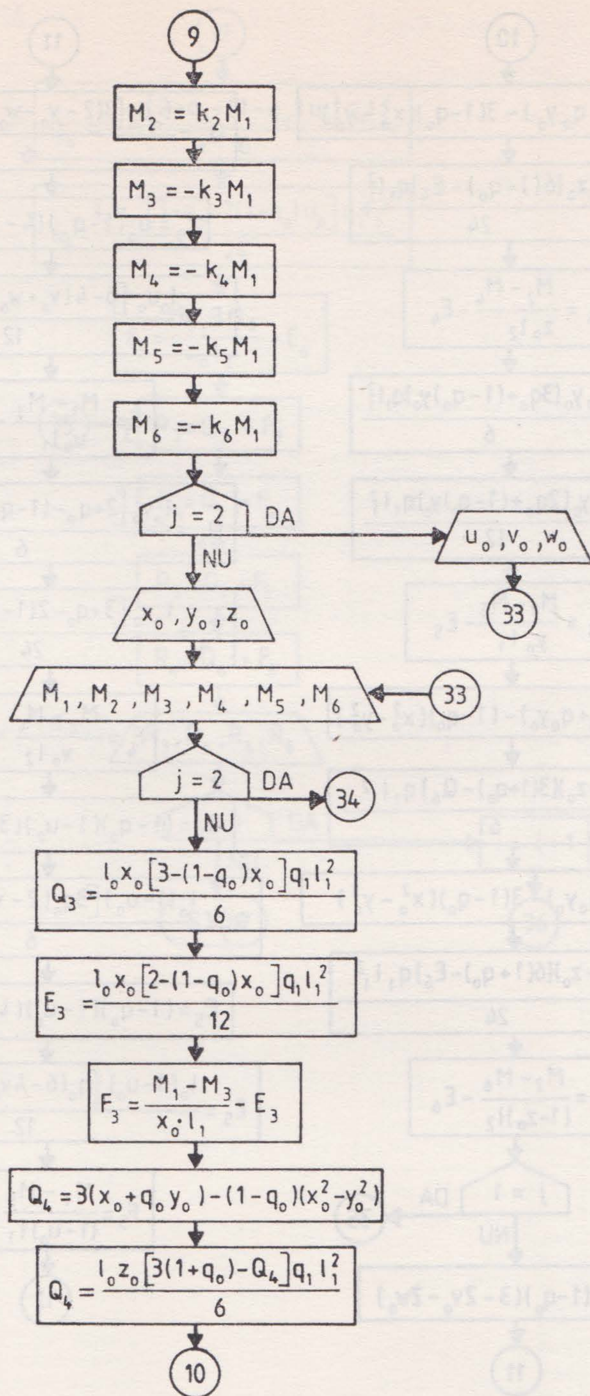


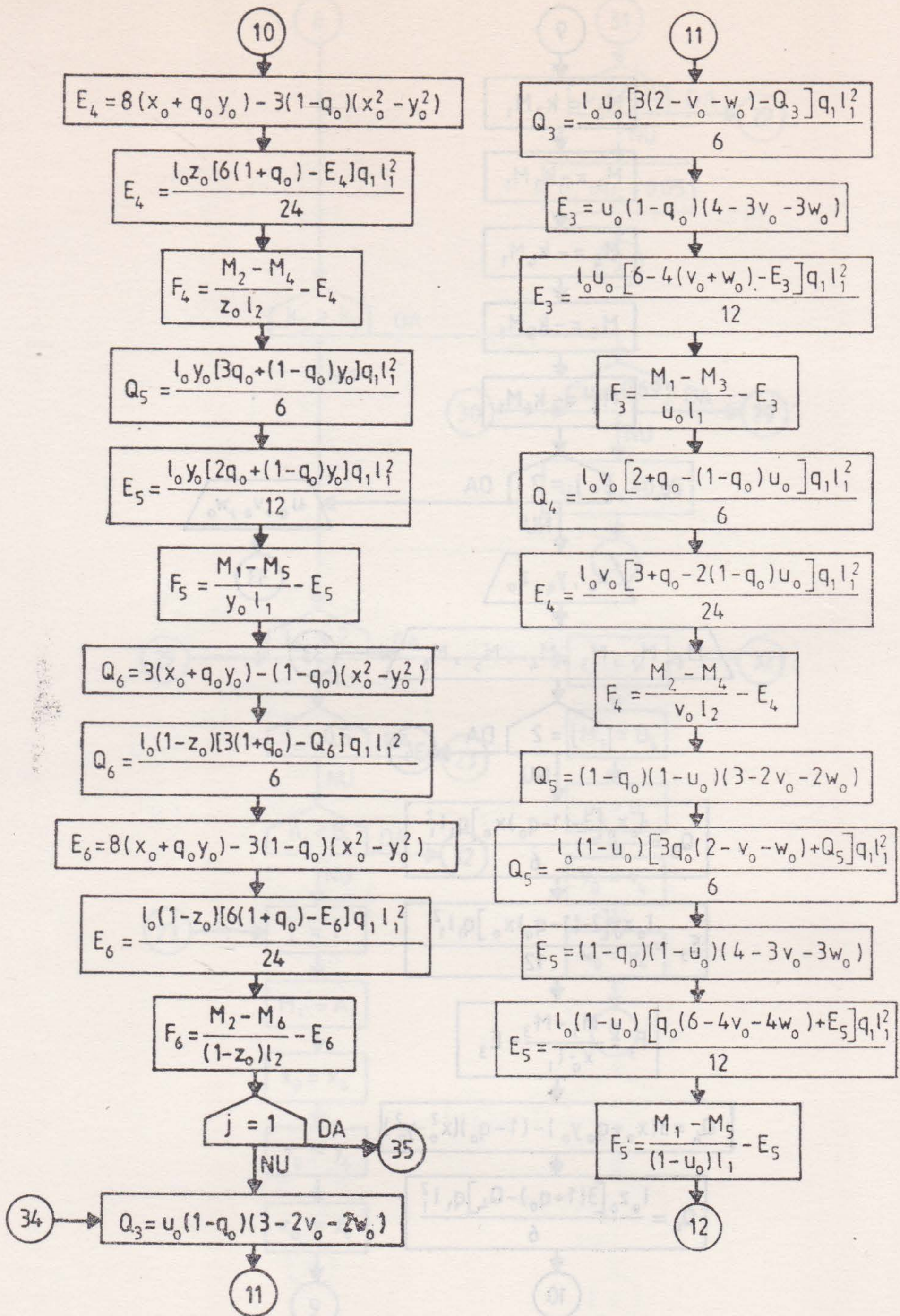
5
$v_1 = \frac{1}{20} \text{int} \left[\frac{5}{l_0}\right]$
28
$w_1 = v_1$
25
$n_2 = \frac{k_2 + k_4}{l_0 \cdot v_1} + \frac{k_2 + k_6}{l_0 \cdot w_1}$
$n_2 = \frac{1 + k_3}{u_1} + \frac{1 + k_5}{1 - u_1} + n_2$
$n_1 = 4u_1(1 - q_0) + (v_1 + w_1)\left[3 + q_0 - 2u_1(1 - q_0)\right]$
$n_1 = \frac{l_0\left[4(2 + q_0) - n_1\right]}{24 n_2}$
$B_1 = n_1 q_1 l_1^3$
$B_2 \geq B_1$
DA
24
NU
$B_2 = B_1$
$u_2 = u_1$
$v_2 = v_1$
$w_2 = w_1$
$v_1 + w_1 > 0,99$
DA
24
NU
6

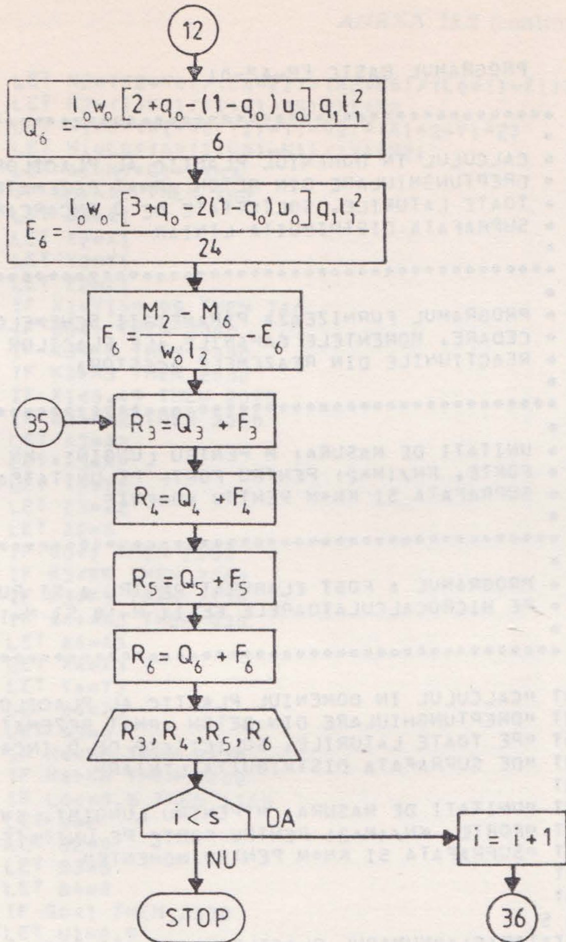

6
k4<k6
DA
NU
w1 = 1/20 int [20/l0]
DA
24
NU
w1 = w1 + 0,05
25
k4 > k6
DA
NU
v1 = 1/20 int [20/l0]
DA
24
NU
v1 = v1 + 0,05
25
v1 < 0,49
DA
26
NU
24
B3 ≥ B2
DA
B2 = 0
27
NU
B3 = B2
u3 = u2
v3 = v2
w3 = w2
B2 = 0
7


7
k4 < k6
DA
NU
v1 > 0,49
DA
27
NU
v1 = 1/20 int [20/l0]
26
DA
27
NU
v1 = v1 + 0,05
28
k4 > k6
DA
NU
w1 > 0,49
DA
27
NU
B4 ≥ B3
27
DA
29
NU
w1 = 1/20 int [20/l0]
DA
27
B4 = B3
NU
u4 = u3
w1 = w1 + 0,05
v4 = v3
v1 = w1
w4 = w3
25
B3 = 0
q0 < 1
DA
30
NU
k3 < k5
DA
NU
31
8


8
k₃ > k₅
DA
NU
29
I₀ ≥ 2
DA
NU
I₀ ≤ 0,5
DA
23
NU
A₄ < B₄
DA
32
NU
23
j = 1
M₁ = A₄
x₀ = x₄
y₀ = y₄
z₀ = z₄
9
31
u₁ < 0,31
DA
29
NU
u₁ = u₁ − 0,05
5
30
u₁ > 0,69
DA
29
NU
u₁ = u₁ + 0,05
5
j = 2
32
M₁ = B₄
u₀ = u₄
v₀ = v₄
w₀ = w₄
9


9
M₂ = k₂M₁
M₃ = −k₃M₁
M₄ = −k₄M₁
M₅ = −k₅M₁
M₆ = −k₆M₁
j = 2
DA
NU
u₀, v₀, w₀
33
x₀, y₀, z₀
M₁, M₂, M₃, M₄, M₅, M₆
33
j = 2
DA
34
NU
$Q_3 = \frac{l_0 x_0 [3-(1-q_0)x_0] q_1 l_1^2}{6}$
$E_3 = \frac{l_0 x_0 [2-(1-q_0)x_0] q_1 l_1^2}{12}$
$F_3 = \frac{M_1 - M_3}{x_0 \cdot l_1} - E_3$
$Q_4 = 3(x_0 + q_0 y_0) - (1-q_0)(x_0^2 - y_0^2)$
$Q_4 = \frac{l_0 z_0 [3(1+q_0) - Q_4] q_1 l_1^2}{6}$
10


10
E4 = 8(xo + qo yo) - 3(1-qo)(xo² - yo²)
E4 = lo zo [6(1+qo) - E4] q1 l1² / 24
F4 = (M2 - M4) / (zo l2) - E4
Q5 = lo yo [3qo + (1-qo) yo] q1 l1² / 6
E5 = lo yo [2qo + (1-qo) yo] q1 l1² / 12
F5 = (M1 - M5) / (yo l1) - E5
Q6 = 3(xo + qo yo) - (1-qo)(xo² - yo²)
Q6 = lo(1-zo)[3(1+qo) - Q6] q1 l1² / 6
E6 = 8(xo + qo yo) - 3(1-qo)(xo² - yo²)
E6 = lo(1-zo)[6(1+qo) - E6] q1 l1² / 24
F6 = (M2 - M6) / ((1-zo) l2) - E6
j = 1
DA
35
NU
34
Q3 = uo(1-qo)(3 - 2vo - 2wo)
11
11
Q3 = lo uo [3(2 - vo - wo) - Q3] q1 l1² / 6
E3 = uo(1-qo)(4 - 3vo - 3wo)
E3 = lo uo [6 - 4(vo + wo) - E3] q1 l1² / 12
F3 = (M1 - M3) / (uo l1) - E3
Q4 = lo vo [2 + qo - (1-qo) uo] q1 l1² / 6
E4 = lo vo [3 + qo - 2(1-qo) uo] q1 l1² / 24
F4 = (M2 - M4) / (vo l2) - E4
Q5 = (1-qo)(1-uo)(3 - 2vo - 2wo)
Q5 = lo(1-uo)[3qo(2 - vo - wo) + Q5] q1 l1² / 6
E5 = (1-qo)(1-uo)(4 - 3vo - 3wo)
E5 = lo(1-uo)[qo(6 - 4vo - 4wo) + E5] q1 l1² / 12
F5 = (M1 - M5) / ((1-uo) l1) - E5
12



12
Q6 = I0w0[2+q0−(1−q0)u0]q1l1^2 / 6
E6 = I0w0[3+q0−2(1−q0)u0]q1l1^2 / 24
F6 = (M2 − M6)/(w0 l2) − E6
35
R3 = Q3 + F3
R4 = Q4 + F4
R5 = Q5 + F5
R6 = Q6 + F6
R3, R4, R5, R6
i < s
DA
NU
i = i + 1
STOP
36

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-01

20 REM ****************************************************
30 REM *                                                  *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR         *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE      *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE DE     *
70 REM * SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR                     *
80 REM *                                                  *
90 REM ****************************************************
100 REM *                                                 *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE    *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI      *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA              *
140 REM *                                                 *
150 REM ***************************************************
160 REM *                                                 *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE     *
190 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                *
200 REM *                                                 *
210 REM ***************************************************
220 REM *                                                 *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT     *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
250 REM *                                                 *
260 REM ***************************************************

270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
290 PRINT "PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT:TAB(5):"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =":S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT:TAB(15):"PLACA ":I
430 PRINT
440 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5,K6
450 PRINT:TAB(20):"DATE"
460 PRINT:TAB(4):"L1 =":L1:TAB(28):"L2 =":L2
470 PRINT:TAB(4):"Q1 =":Q1:TAB(28):"Q2 =":Q2
480 PRINT:TAB(4):"K2 =":K2:TAB(28):"K3 =":K3
490 PRINT:TAB(4):"K4 =":K4:TAB(28):"K5 =":K5
500 PRINT:TAB(4):"K6 =":K6
510 LET L0=L2/L1
520 LET Q0=Q2/Q1
530 IF L0>=2 THEN 940
540 LET J=1
550 LET A2=0
560 LET A3=0
570 LET A4=0
580 LET Z1=0.5
590 LET Y1=INT(5*L0)/20
600 LET X1=Y1
```

```
610 LET N2=(K2+K4)/(L0*Z1)+(K2+K6)/(L0*(1-Z1))
620 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
630 LET N1=4*(X1+Q0*Y1)-(1-Q0)*(X1^2-Y1^2)
640 LET N1=L0*(6*(1+Q0)-N1)/(24*N2)
650 LET A1=N1*Q1*L1^3
660 IF A2>=A1 THEN 760
670 LET A2=A1
680 LET X2=X1
690 LET Y2=Y1
700 LET Z2=Z1
710 IF X1+Y1>0.99 THEN 760
720 IF Q0<1 THEN 2000
730 IF K3<K5 THEN 2000
740 IF K3>K5 THEN 2030
750 IF X1<0.49 THEN 2090
760 IF A3>=A2 THEN 2060
770 LET A3=A2
780 LET X3=X2
790 LET Y3=Y2
800 LET Z3=Z2
810 LET A2=0
820 IF Q0<1 THEN 2080
830 IF K3<K5 THEN 2080
840 IF K3>K5 THEN 2130
850 IF A4>=A3 THEN 930
860 LET A4=A3
870 LET X4=X3
880 LET Y4=Y3
890 LET Z4=Z3
900 LET A3=0
910 IF K4<K6 THEN 2170
920 IF K4>K6 THEN 2200
930 IF L0<=0.5 THEN 1360
940 LET J=2
950 LET B2=0
960 LET B3=0
970 LET B4=0
980 IF Q0<1 THEN 2230
990 LET U1=0.5
1000 LET V1=INT(5/L0)/20
1010 LET W1=V1
1020 LET N2=(K2+K4)/(L0*V1)+(K2+K6)/(L0*W1)
1030 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1040 LET N1=4*U1*(1-Q0)+(V1+W1)*(3+Q0-2*U1*(1-Q0))
1050 LET N1=L0*(4*(2+Q0)-N1)/(24*N2)
1060 LET B1=N1*Q1*L1^3
1070 IF B2>=B1 THEN 1160
1080 LET B2=B1
1090 LET U2=U1
1100 LET V2=V1
1110 LET W2=W1
1120 IF V1+W1>0.99 THEN 1160
1130 IF K4<K6 THEN 2250
1140 IF K4>K6 THEN 2280
1150 IF V1<0.49 THEN 2340
1160 IF B3>=B2 THEN 2310
1170 LET B3=B2
1180 LET U3=U2
1190 LET V3=V2
1200 LET W3=W2
1210 LET B2=0
1220 IF K4<K6 THEN 2330
```

```
1230 IF K4>K6 THEN 2370
1240 IF B4>=B3 THEN 1330
1250 LET B4=B3
1260 LET U4=U3
1270 LET V4=V3
1280 LET W4=W3
1290 LET B3=0
1300 IF Q0<1 THEN 2450
1310 IF K3<K5 THEN 2420
1320 IF K3>K5 THEN 2450
1330 IF L0>=2 THEN 2480
1340 IF L0<=0.5 THEN 1360
1350 IF A4<B4 THEN 2480
1360 LET J=1
1370 LET M1=A4
1380 LET X0=X4
1390 LET Y0=Y4
1400 LET Z0=Z4
1410 LET M2=K2*M1
1420 LET M3=-K3*M1
1430 LET M4=-K4*M1
1440 LET M5=-K5*M1
1450 LET M6=-K6*M1
1460 PRINT
1470 PRINT;TAB(18);"PARAMETRI"
1480 IF J=2 THEN 2540
1490 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
1500 PRINT;TAB(4);"Z0 =";Z0
1510 PRINT
1520 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
1530 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1540 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1550 PRINT;TAB(4);"M5 =";M5;TAB(28);"M6 =";M6
1560 IF J=2 THEN 1740
1570 LET Q3=(3-(1-Q0)*X0)*X0*L0*Q1*L1^2/6
1580 LET E3=(2-(1-Q0)*X0)*X0*L0*Q1*L1^2/12
1590 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1600 LET Q4=3*(X0+Q0*Y0)-(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1610 LET Q4=(3*(1+Q0)-Q4)*Z0*L0*Q1*L1^2/6
1620 LET E4=8*(X0+Q0*Y0)-3*(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1630 LET E4=(6*(1+Q0)-E4)*Z0*L0*Q1*L1^2/24
1640 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
1650 LET Q5=(3*Q0+(1-Q0)*Y0)*Y0*L0*Q1*L1^2/6
1660 LET E5=(2*Q0+(1-Q0)*Y0)*Y0*L0*Q1*L1^2/12
1670 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1680 LET Q6=3*(X0+Q0*Y0)-(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1690 LET Q6=(3*(1+Q0)-Q6)*(1-Z0)*L0*Q1*L1^2/6
1700 LET E6=8*(X0+Q0*Y0)-3*(1-Q0)*(X0^2-Y0^2)
1710 LET E6=(6*(1+Q0)-E6)*(1-Z0)*L0*Q1*L1^2/24
1720 LET F6=(M2-M6)/((1-Z0)*L2)-E6
1730 IF J=1 THEN 1900
1740 LET Q3=U0*(1-Q0)*(3-2*V0-2*W0)
1750 LET Q3=(3*(2-V0-W0)-Q3)*U0*L0*Q1*L1^2/6
1760 LET E3=U0*(1-Q0)*(4-3*V0-3*W0)
1770 LET E3=(6-4*(V0+W0)-E3)*U0*L0*Q1*L1^2/12
1780 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1790 LET Q4=(2+Q0-U0*(1-Q0))*V0*L0*Q1*L1^2/6
1800 LET E4=(3+Q0-2*U0*(1-Q0))*V0*L0*Q1*L1^2/24
1810 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1820 LET Q5=(1-Q0)*(1-U0)*(3-2*V0-2*W0)
1830 LET Q5=(3*Q0*(2-V0-W0)+Q5)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/6
1840 LET E5=(1-Q0)*(1-U0)*(4-3*V0-3*W0)
```

```
1850 LET E5=(Q0*(6-4*V0-4*W0)+E5)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/12
1860 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1870 LET Q6=(2+Q0-U0*(1-Q0))*W0*L0*Q1*L1^2/6
1880 LET E6=(3+Q0-2*U0*(1-Q0))*W0*L0*Q1*L1^2/24
1890 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
1900 LET R3=Q3+F3
1910 LET R4=Q4+F4
1920 LET R5=Q5+F5
1930 LET R6=Q6+F6
1940 PRINT
1950 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1960 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
1970 PRINT;TAB(4);"R5 =";R5;TAB(28);"R6 =";R6
1980 IF I<S THEN 2570
1990 GOTO 4000
2000 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 760
2010 LET Y1=Y1+0.05
2020 GOTO 610
2030 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 760
2040 LET X1=X1+0.05
2050 GOTO 610
2060 LET A2=0
2070 GOTO 850
2080 IF X1>0.49 THEN 850
2090 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 850
2100 LET X1=X1+0.05
2110 LET Y1=X1
2120 GOTO 610
2130 IF Y1>0.49 THEN 850
2140 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 850
2150 LET Y1=Y1+0.05
2160 GOTO 600
2170 IF Z1<0.31 THEN 930
2180 LET Z1=Z1-0.05
2190 GOTO 590
2200 IF Z1>0.69 THEN 930
2210 LET Z1=Z1+0.05
2220 GOTO 590
2230 LET U1=0.3
2240 GOTO 1000
2250 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1160
2260 LET W1=W1+0.05
2270 GOTO 1020
2280 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1160
2290 LET V1=V1+0.05
2300 GOTO 1020
2310 LET B2=0
2320 GOTO 1240
2330 IF V1>0.49 THEN 1240
2340 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1240
2350 LET V1=V1+0.05
2360 GOTO 1010
2370 IF W1>0.49 THEN 1240
2380 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1240
2390 LET W1=W1+0.05
2400 LET V1=W1
2410 GOTO 1020
2420 IF U1<0.31 THEN 1330
2430 LET U1=U1-0.05
2440 GOTO 1000
2450 IF U1>0.69 THEN 1330
2460 LET U1=U1+0.05
```

```
2470 GOTO 1000
2480 LET J=2
2490 LET M1=B4
2500 LET U0=U4
2510 LET V0=V4
2520 LET W0=W4
2530 GOTO 1410
2540 PRINT:TAB(4):"U0 =":U0:TAB(28):"V0 =":V0
2550 PRINT:TAB(4):"W0 =":W0
2560 GOTO 1510
2570 LET I=I+1
2580 GOTO 400
3000 DATA 6
3010 DATA 5.3,10,10,3,1,3,0,0
3020 DATA 5.3,10,10,3,1.5,4.5,1.5,4.5
3030 DATA 5.3,10,0,3,1.5,4.5,1.5,4.5
3040 DATA 3.5,10,10,0.5,0,0,2,1
3050 DATA 3.5,10,10,0.5,1,0.5,1,0
3060 DATA 3.5,10,0,0.5,1,0.5,1,0
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

        NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 6.00000

                 PLACA  1.00000

                      DATE
L1 = 5.00000                L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000                Q2 = 10.0000
K2 = 3.00000                K3 = 1.00000
K4 = 3,00000                K5 = .000000
K6 = .000000

                   PARAMETRI
X0 = .350000                Y0 = .250000
Z0 = .600000

                    MOMENTE
M1 = 7.71585                M2 = 23.1476
M3 =-7,71585                M4 =-23.1476
M5 =-.000000                M6 =-.000000

                   REACTIUNI
R3 = 26.3181                R4 = 61.7196
R5 = 18.6727                R6 = 43.2897


                 PLACA  2.00000

                      DATE
L1 = 5,00000                L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000                Q2 = 10.0000
K2 = 3.00000                K3 = 1.50000
K4 = 4.50000                K5 = 1.50000
K6 = 4.50000

                   PARAMETRI
X0 = .300000                Y0 = .300000
Z0 = .500000

                    MOMENTE
M1 = 4.50000                M2 = 13.5000
M3 =-6.75000                M4 =-20.2500
M5 =-6.75000                M6 =-20.2500

                   REACTIUNI
R3 = 22.5000                R4 = 52.5000
R5 = 22.5000                R6 = 52.5000
```

PLACA 3.00000

DATE

```
L1 = 5.00000                L2 = 3.00000
Q1 = 10.0000                Q2 = .000000
K2 = 3.00000                K3 = 1.50000
K4 = 4.50000                K5 = 1.50000
K6 = 4.50000
```

PARAMETRI

```
X0 = .250000                Y0 = .450000
Z0 = .500000
```

MOMENTE

```
M1 = 2.31674                M2 = 6.95022
M3 =-3.47511                M4 =-10.4253
M5 =-3.47511                M6 =-10.4253
```

REACTIUNI

```
R3 = 16.3522                R4 = 26.7712
R5 = 5.10541                R6 = 26.7712
```

PLACA 4.00000

DATE

```
L1 = 3.00000                L2 = 5.00000
Q1 = 10.0000                Q2 = 10.0000
K2 = .500000                K3 = .000000
K4 = .000000                K5 = 2.00000
K6 = 1.00000
```

PARAMETRI

```
U0 = .350000                V0 = .250000
W0 = .450000
```

MOMENTE

```
M1 = 16.1631                M2 = 8.08155
M3 =-.000000                M4 =-.000000
M5 =-32.3262                M6 =-16.1631
```

REACTIUNI

```
R3 = 35.5184                R4 = 18.9652
R5 = 62.2415                R6 = 33.2754
```

PLACA 5.00000

DATE

```
L1 = 3.00000                L2 = 5.00000
Q1 = 10.0000                Q2 = 10.0000
K2 = .500000                K3 = 1.00000
K4 = .500000                K5 = 1.00000
K6 = .000000
```

PARAMETRI

```
U0 = .500000                V0 = .350000
W0 = .250000
```

MOMENTE

```
M1 = 16.4921                M2 = 8.24605
M3 =-16.4921                M4 =-8.24605
M5 =-16.4921                M6 =-.000000
```

REACTIUNI

```
R3 = 51.9896                R4 = 26.9240
R5 = 51.9896                R6 = 19.0968
```

```
                    PLACA 6.00000

                         DATE
L1 = 3.00000                      L2 = 5.00000
Q1 = 10.0000                      Q2 = .000000
K2 = .500000                      K3 = 1.00000
K4 = .500000                      K5 = 1.00000
K6 = .000000

                      PARAMETRI
U0 = .400000                      V0 = .350000
W0 = .250000

                       MOMENTE
M1 = 8.46850                      M2 = 4.23425
M3 =-8.46850                      M4 =-4.23425
M5 =-8.46850                      M6 =-.000000

                      REACTIUNI
R3 = 35.3141                      R4 = 14.0266
R5 = 15.7094                      R6 = 9.94990
```

19. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ, DISTRIBUITE UNIFORM

19.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime l_1 și l_2, rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția deschiderii l_1 sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția deschiderii l_2 cu 4 și 6. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea q_1 (kN/m^2), și de o încărcare distribuită uniform pe o linie paralelă cu laturile de lungime l_1, avînd intensitatea q_2 (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 19.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcilor de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 18.2 și 18.3. Ambele scheme prezintă variante în funcție de poziția încărcării liniare față de punctele caracteristice ale lor. Astfel, schema de cedare I prezintă varianta I1, caracterizată prin inegalitatea $t_0 \leqslant z$ (fig. 19.2 *a*) și varianta I2, caracterizată prin inegalitatea $t_0 > z$ (fig. 19.2 *b*), iar schema de cedare II prezintă varianta II1, caracterizată prin inegalitatea $t_0 \leqslant v$ (fig. 19.3 *a*), varianta II2 carcterizată prin inegalitățile $v < t_0 \leqslant 1 - w$ (fig. 19.3 *b*) și varianta II3 caracterizată prin inegalitatea $t_0 > 1 - w$ (fig. 19.3 *c*).

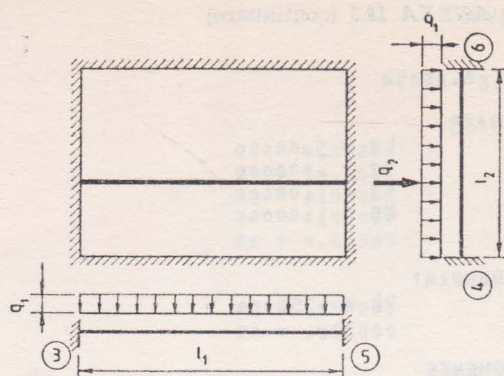


Fig. 19.1

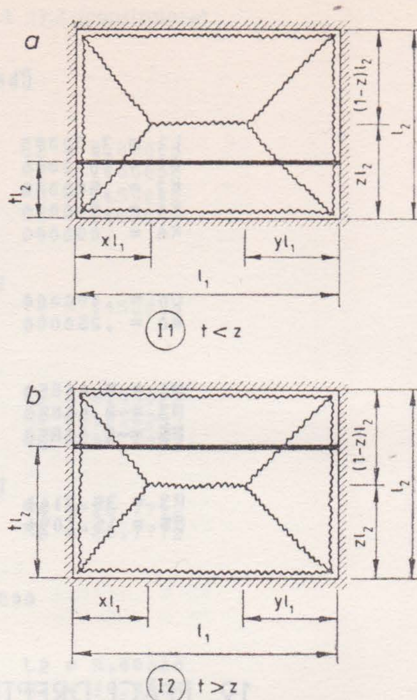


Fig. 19.2

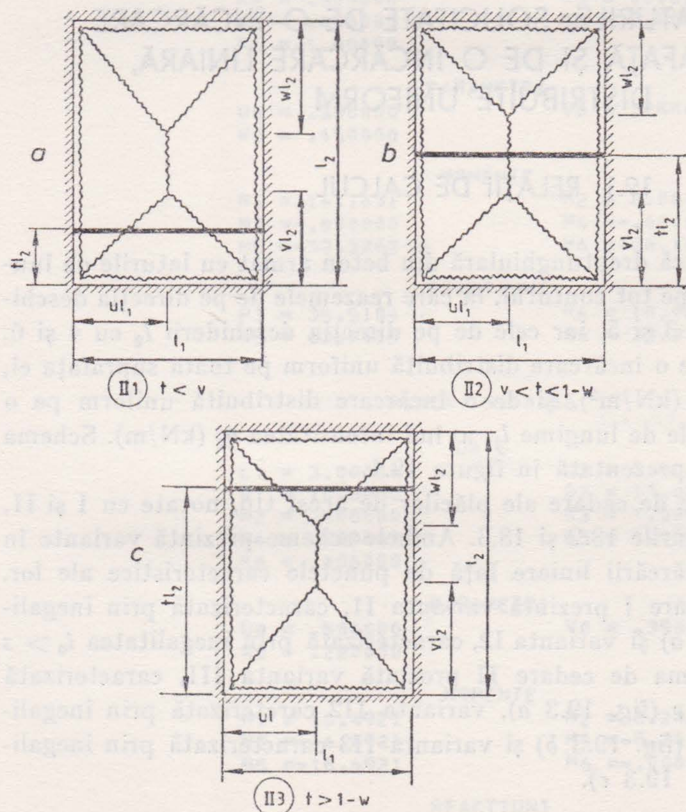


Fig. 19.3

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1. în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3, Q_4, Q_5 și Q_6 care solicită cele patru porțiuni de placă și pentru forțele nodale F_3, F_4, F_5 și F_6 care apar în zonele de legătură dintre aceste porțiuni, pentru fiecare dintre cele 5 variante ale celor două scheme posibile de cedare.

Factorii λ_M și λ_Q au fost determinați pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_1 în cazul schemei de cedare I și respectiv liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_2 în cazul schemei de cedare II.

a) *Varianta I1* (fig. 19.2 *a*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left\{\frac{3 - x - y}{3} + \frac{q_0 l_0[2z - l_0(x + y)]}{z^2}\right\}. \tag{19.1}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 x\left[\frac{1}{2} + \frac{q_0 l_0}{z}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.2}$$

$$Q_4 = l_0\left\{\frac{z(2 - x - y)}{2} + \frac{q_0[z - l_0(x + y)]}{z}\right\} q_1 l_1^2 ; \tag{19.3}$$

$$Q_5 = l_0 y\left[\frac{1}{2} + \frac{q_0 l_0}{z}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.4}$$

$$Q_6 = \frac{l_0(1 - z)(2 - x - y)}{2} q_1 l_1^2. \tag{19.5}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{l_0 x}{2}\left[\frac{1}{3} + \frac{q_0 l_0}{z^2}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.6}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - l_0\left\{\frac{z[3 - 2(x + y)]}{6} + \frac{q_0 l_0[z - l_0(x + y)]}{z^2}\right\} q_1 l_1^2 ; \tag{19.7}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{l_0 y}{2}\left[\frac{1}{3} + \frac{q_0 l_0^2}{z^2}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.8}$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{(1 - z) l_2} - \frac{l_0(1 - z)[3 - 2(x + y)]}{6} q_1 l_1^2. \tag{19.9}$$

b) *Varianta I2* (fig. 19.2 *b*)

— factori :

Factorul λ_M este dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left\{\frac{3 - x - y}{3} + \frac{q_0(1 - l_0)[2(1 - z) - (1 - l_0)(x + y)]}{(1 - z)^2}\right\}. \tag{19.10}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 x\left[\frac{1}{2} + \frac{q_0(1 - l_0)}{1 - z}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.11}$$

$$Q_4 = \frac{l_0 z(2 - x - y)}{2} q_1 l_1^2; \tag{19.12}$$

$$Q_5 = l_0 y \left[\frac{1}{2} + \frac{q_0(1 - t_0)}{1 \ z} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.13}$$

$$Q_6 = l_0 \left\{ \frac{(2 - x - y)(1 - z)}{2} + \frac{q_0[1 - z - (1 - t_0)(x + y)]}{1 - z} \right\} q_1 l_1^2. \tag{19.14}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{l_0 x}{2} \left[\frac{1}{3} + \frac{q_0(1 - t_0)^2}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.15}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{l_0 z[3 - 2(x + y)]}{6} q_1 l_1^2; \tag{19.16}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{l_0 y}{2} \left[\frac{1}{3} + \frac{q_0(1 - t_0)^2}{(1 - z)^2} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.17}$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{(1 - z) l_2} - l_0 \left\{ \frac{(1 - z)[3 - 2(x + y)]}{6} + \right.$$

$$\left. + \frac{q_0(1 - t_0)[1 - z - (1 - t_0)(x + y)]}{(1 - z)^2} \right\} q_1 l_1^2. \tag{19.18}$$

c) *Varianta III* (fig. 19.3 *a*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2} \left[\frac{3 - v - w}{3} + \frac{q_0 t_0 (2v - t_0)}{v^2} \right]. \tag{19.19}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[\frac{2 - v - w}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.20}$$

$$Q_4 = l_0 \left[\frac{v}{2} + \frac{q_0(v - t_0)}{v} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.21}$$

$$Q_5 = l_0 (1 - u) \left[\frac{2 - v - w}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.22}$$

$$Q_6 = \frac{l_0 w}{2} q_1 l_1^2. \tag{19.23}$$

— forțe nodale

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{l_0 u}{2} \left[\frac{3 - 2(v + w)}{3} + \frac{q_0 t_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.24}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - l_0 \left[\frac{v}{6} + \frac{q_0 t_0 (v - t_0)}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.25}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u) l_1} - \frac{l_0 (1 - u)}{2} \left[\frac{3 - 2(v + w)}{3} + \frac{q_0 t_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2; \tag{19.26}$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{w l_2} - \frac{l_0 w}{6} q_1 l_1^2. \tag{19.27}$$

d) Varianta II2 (fig. 19.3 *b*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left[\frac{3-v-w}{3} + q_0\right]. \tag{19.28}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u\left[\frac{2-v-w}{2} + q_0\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.29}$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{2} q_1 l_1^2 ; \tag{19.30}$$

$$Q_5 = l_0(1-u)\left[\frac{2-v-w}{2} + q_0\right] q_1 l_1^2 . \tag{19.31}$$

Încărcarea Q_6 este dată de relația (19.23).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{l_0 u}{2}\left[\frac{3-2(v+w)}{3} + q_0\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.32}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - \frac{l_0 v}{6} q_1 l_1^2 ; \tag{19.33}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u) l_1} - \frac{l_0(1-u)}{2}\left[\frac{3-2(v+w)}{3} + q_0\right] q_1 l_1^2 . \tag{19.34}$$

Forța nodală F_6 este dată de relația (19.27).

e) Varianta II3 (fig. 19.3 *c*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left[\frac{3-v-w}{3} + \frac{q_0(1-t_0)(2w+t_0-1)}{w^2}\right]. \tag{19.35}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u\left[\frac{2-v-w}{2} + \frac{q_0(1-t_0)}{w}\right] q_1 l_1^2 . \tag{19.36}$$

Încărcarea Q_4 este dată de relația (19.30).

$$Q_5 = l_0(1-u)\left[\frac{2-v-w}{2} + \frac{q_0(1-t_0)}{w}\right] q_1 l_1^2 ; \tag{19.37}$$

$$Q_6 = l_0\left[\frac{w}{2} + \frac{q_0(w+t_0-1)}{w}\right] q_1 l_1^2 . \tag{19.38}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{l_0 u}{3}\left[\frac{3-2(v+w)}{3} + \frac{q_0(1-t_0)^2}{w^2}\right] q_1 l_1^2 . \tag{19.39}$$

Forța nodală F_4 este dată de relația (19.33).

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1-u)l_1} - \frac{l_0(1-u)}{2}\left[\frac{3-2(v+w)}{3} + \frac{q_0(1-t_0)^2}{w^2}\right] q_1 l_1^2. \quad (19.40)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2}+M_{k6}}{wl_2} - l_0\left[\frac{w}{6} + \frac{q_0(1-t_0)(w+t_0-1)}{w^2}\right] q_1 l_1^2. \quad (19.41)$$

19.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (18.21) ;

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_2}{4}$ și deci valorile minime ale parametrilor x și y sînt cele date de relația (18.22) ;

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mari decît l_2 și deci valorile maxime ale parametrilor x și y sînt cele date de relația (18.23) ;

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît 0,3 l_2 și nici mai mare decît 0,7 l_2 și deci parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile (18.25) ;

— varianta I1 a schemei de cedare I (fig. 19.2, *a*) poate fi reală numai dacă parametrul z satisface următoarele inegalități :

$$z \geqslant 0,3 \text{ pentru } t_0 \leqslant 0,3 ; \quad (19.42)$$

$$z > 1 - \frac{1}{20}\text{int}[20(1-t_0)] \text{ pentru } t_0 > 0,3. \quad (19.43)$$

Această variantă nu se poate realiza în practică dacă $t_0 \geqslant 0,7$;

— varianta I2 a schemei de cedare I (fig. 19.2,*a b*) poate fi reală numai dacă parametrul t_0 satisface inegalitatea

$$t_0 \geqslant 0,3. \quad (19.44)$$

În acest caz, valoarea maximă a parametrului z este dată de relația

$$z_{max} = \frac{1}{20} int\,(20\,t_0) ; \quad (19.45)$$

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul y este mai mic decît 0,5 ;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul x este mai mic decît 0,5. În acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare în cadrul algoritmului de calcul este y, x, z ;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrii x și y sînt egali între ei, deci $x = y$, și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) Schema de cedare II. Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 şi l_1 mai mari decît 0,5, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (18.26) ;

— lungimile vl_2 şi wl_2 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_1}{4}$ şi deci valorile minime ale parametrilor v şi w sînt cele date de relaţiile (18.27) ;

— lungimile vl_2 şi wl_2 nu pot fi mai mari decît l_1 şi deci valorile maxime ale parametrilor v şi w sînt cele date de relaţiile (18.28) ;

— suma lungimilor vl_2 şi wl_2 nu poate fi mai mare decît l_2 şi deci parametrii v şi w trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29) ;

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît 0,3 l_1 şi nici mai mare decît 0,7 l_1 şi deci parametrul u trebuie să satisfacă inegalităţile (18.30) ;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul u este mai mic decît 0,5 ;

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul u este mai mare decît 0,5 ;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrul u este egal cu 0,5 ;

— varianta II1 a schemei de cedare II (fig. 19.3 *a*) poate fi reală numai dacă parametrul t_0 satisface următoarele inegalităţi :

$$t_0 < 1 - \frac{1}{20}\,int\left(\frac{5}{l_0}\right) \text{ pentru } l_0 \leqslant 1{,}25\,; \qquad (19.46)$$

$$t_0 < \frac{1}{20}\,\text{int}\left(\frac{20}{l_0}\right) \text{ pentru } l_0 > 1{,}25. \qquad (19.47)$$

În ambele cazuri valoarea minimă a parametrului v trebuie să fie cel puţin egală cu cea reieşită din relaţiile (18.27), dar nu mai mică decît $\frac{1}{20}$ *int* $(20 l_0) + 0{,}05$.

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 19.3 *b*) poate fi reală numai dacă parametrul t_0 satisface inegalităţile

$$\frac{1}{20}\,int\left(\frac{5}{l_0}\right) < t_0 < 1 - \frac{1}{20}\,int\left(\frac{5}{l_0}\right). \qquad (19.48)$$

În acest caz, valorile maxime ale parametrilor v şi w trebuie să satisfacă inegalităţile

$$v_{max} \leqslant \frac{1}{20}\,int\,(20\,l_0) \qquad (19.49)$$

şi

$$w_{max} \leqslant 0{,}95 - \frac{1}{20}\,int\,(20 l_0). \qquad (19.50)$$

— varianta II3 a schemei de cedare II (fig. 19.3 *c*) poate fi reală numai dacă parametrul t_0 satisface următoarele inegalităţi :

$$t_0 > 0{,}25 \text{ pentru } l_0 < 1 \qquad (19.51)$$

şi

$$t_0 > 1 - \frac{1}{20}\,int(20\,t_0) \text{ pentru } l_0 > 1. \qquad (19.52)$$

19.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 19.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP-42-02* listat în anexa 19.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 3 870 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 5 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 3 871 și 4 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : q_1, q_2, l_1, l_2, l_3, k_2, k_3, k_4, k_5 și k_6.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile parametrilor x_0, y_0 și z_0 (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau u_0, v_0 și w_0 (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3}, M_{k4}, M_{k5} și M_{k6} de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3, R_4, R_5 și R_6 de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m² pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Tabelul 19.1

Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
q_1	10	10	10	10	10	10
q_2	15	15	15	30	30	30
l_1	5	5	5	3	3	3
l_2	3	3	3	5	5	5
l_3	0,5	1,5	2,5	1	2	4
k_2	3	3	3	0,5	0,5	0,5
k_3	0	0	1	1,5	1,5	1,5
k_4	0	3	3	1	0	1
k_5	0	0	1	1,5	1,5	1,5
k_6	0	0	3	0	1	0

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 19.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 4 000 și 4 060. Anexa 19.2 reproduce rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 6 plăci considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-02

20 REM *****************************************************
30 REM *                                                   *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR          *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE       *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE DE      *
70 REM * SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA,              *
80 REM * DISTRIBUITE UNIFORM                               *
90 REM *                                                   *
100 REM ****************************************************
110 REM *                                                  *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE     *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI       *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA               *
150 REM *                                                  *
160 REM ****************************************************
170 REM *                                                  *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU   *
190 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE          *
200 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE    *
210 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                 *
220 REM *                                                  *
230 REM ****************************************************
240 REM *                                                  *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT      *
260 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118       *
270 REM *                                                  *
280 REM ****************************************************

290 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
300 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
310 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
320 PRINT "DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA,"
330 PRINT "DISTRIBUITE UNIFORM"
340 PRINT
350 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
360 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
370 PRINT "LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA"
380 PRINT "DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
390 PRINT
400 PRINT
410 DIM A(4,2),X(4,2),Y(4,2),Z(4,2)
420 DIM B(4,3),U(4,3),V(4,3),W(4,3)
430 READ S
440 PRINT :TAB(5):"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =":S
450 LET I=1
460 PRINT
470 PRINT
480 PRINT :TAB(15):"PLACA ":I
490 PRINT
500 READ Q1,Q2,L1,L2,L3,K2,K3,K4,K5,K6
510 PRINT :TAB(20):"DATE"
520 PRINT :TAB(4):"Q1 =":Q1:TAB(28):"Q2 =":Q2
530 PRINT :TAB(4):"L1 =":L1:TAB(28):"L2 =":L2
540 PRINT :TAB(4):"L3 =":L3:TAB(28):"K2 =":K2
550 PRINT :TAB(4):"K3 =":K3:TAB(28):"K4 =":K4
560 PRINT :TAB(4):"K5 =":K5:TAB(28):"K6 =":K6
570 LET L0=L2/L1
580 LET T0=L3/L2
590 LET Q0=Q2/(Q1*L2)
600 LET A(4,1)=0
```

```
610 LET A(4,2)=0
620 LET B(4,1)=0
630 LET B(4,2)=0
640 LET B(4,3)=0
650 IF L0>=2 THEN 1130
660 IF T0>=0.7 THEN 2680
670 LET J=1
680 LET A2=0
690 LET A3=0
700 LET A4=0
710 IF J=1 THEN 2700
720 IF T0>=0.7 THEN 2740
730 LET Z1=INT(20*T0)/20
740 LET Y1=INT(5*L0)/20
750 LET X1=Y1
760 LET N2=(K2+K4)/(Z1*L0)+(K2+K6)/((1-Z1)*L0)
770 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
780 IF J=1 THEN 2760
790 LET N1=Q0*(1-T0)*(2*(1-Z1)-(1-T0)*(X1+Y1))/((1-Z1)^2)
800 LET N1=L0*((3-X1-Y1)/3+N1)/(2*N2)
810 LET A1=N1*Q1*L1^3
820 IF A2>=A1 THEN 910
830 LET A2=A1
840 LET X2=X1
850 LET Y2=Y1
860 LET Z2=Z1
870 IF X1+Y1>0.99 THEN 910
880 IF K3<K5 THEN 2780
890 IF K3>K5 THEN 2810
900 IF X1<0.49 THEN 2870
910 IF A3>=A2 THEN 2840
920 LET A3=A2
930 LET X3=X2
940 LET Y3=Y2
950 LET Z3=Z2
960 LET A2=0
970 IF K3<K5 THEN 2860
980 IF K3>K5 THEN 2910
990 IF A4>=A3 THEN 1070
1000 LET A4=A3
1010 LET X4=X3
1020 LET Y4=Y3
1030 LET Z4=Z3
1040 LET A3=0
1050 IF J=1 THEN 2950
1060 IF Z1>0.31 THEN 2980
1070 IF J=2 THEN 3000
1080 LET A(4,1)=A4
1090 LET X(4,1)=X4
1100 LET Y(4,1)=Y4
1110 LET Z(4,1)=Z4
1120 IF L0<=0.5 THEN 3060
1130 LET J=3
1140 LET U1=0.5
1150 IF T0>=1-INT(5/L0)/20 THEN 3080
1160 IF L0>1.25 THEN 3100
1170 IF J=3 THEN 3130
1180 LET V1=INT(5/L0)/20
1190 IF J=4 THEN 3180
1200 IF T0>=1-INT(5/L0)/20 THEN 3180
1210 LET W1=1-INT(20*T0)/20
1220 LET B2=0
```

```
1230 LET B3=0
1240 LET B4=0
1250 LET N2=(K2+K4)/(V1*L0)+(K2+K6)/(W1*L0)
1260 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1270 IF J=3 THEN 3200
1280 IF J=4 THEN 3220
1290 LET N1=Q0*(1-T0)*(2*W1+T0-1)/(W1^2)
1300 LET N1=L0*((3-V1-W1)/3+N1)/(2*N2)
1310 LET B1=N1*Q1*L1^3
1320 IF B2>=B1 THEN 1410
1330 LET B2=B1
1340 LET U2=U1
1350 LET V2=V1
1360 LET W2=W1
1370 IF V1+W1>0.99 THEN 1410
1380 IF J=3 THEN 3250
1390 IF J=4 THEN 3240
1400 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 3280
1410 IF B3>=B2 THEN 3300
1420 LET B3=B2
1430 LET U3=U2
1440 LET V3=V2
1450 LET W3=W2
1460 LET B2=0
1470 IF J=3 THEN 3330
1480 IF J=4 THEN 3320
1490 IF W1>0,99-INT(5/L0)/20 THEN 1510
1500 IF W1<INT(20/L0)/20 THEN 3380
1510 IF B4>=B3 THEN 1590
1520 LET B4=B3
1530 LET U4=U3
1540 LET V4=V3
1550 LET W4=W3
1560 LET B3=0
1570 IF K3<K5 THEN 3410
1580 IF K3>K5 THEN 3440
1590 IF J=3 THEN 3470
1600 IF J=4 THEN 3530
1610 LET B(4,3)=B4
1620 LET U(4,3)=U4
1630 LET V(4,3)=V4
1640 LET W(4,3)=W4
1650 IF A(4,1)<A(4,2) THEN 1690
1660 IF A(4,1)<B(4,1) THEN 1690
1670 IF A(4,1)<B(4,2) THEN 1690
1680 IF A(4,1)>=B(4,3) THEN 3590
1690 IF A(4,2)<B(4,1) THEN 1720
1700 IF A(4,2)<B(4,2) THEN 1720
1710 IF A(4,2)>=B(4,3) THEN 3650
1720 IF B(4,1)<B(4,2) THEN 1740
1730 IF B(4,1)>=B(4,3) THEN 3710
1740 IF B(4,2)>=B(4,3) THEN 3770
1750 LET J=5
1760 LET M1=B(4,3)
1770 LET U0=U(4,3)
1780 LET V0=V(4,3)
1790 LET W0=W(4,3)
1800 LET M2=K2*M1
1810 LET M3=-K3*M1
1820 LET M4=-K4*M1
1830 LET M5=-K5*M1
1840 LET M6=-K6*M1
```

```
1850 PRINT
1860 PRINT;TAB(17);"PARAMETRI"
1870 IF J>2 THEN 3830
1880 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
1890 PRINT;TAB(4);"Z0 =";Z0
1900 PRINT
1910 PRINT;TAB(18);"MOMENTE"
1920 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1930 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1940 PRINT;TAB(4);"M5 =";M5;TAB(28);"M6 =";M6
1950 IF J>1 THEN 2060
1960 LET Q3=(1/2+Q0*T0/Z0)*L0*X0*Q1*L1^2
1970 LET E3=(1/3+Q0*(T0/Z0)^2)*L0*X0*Q1*L1^2/2
1980 LET Q7=Q0*(Z0-T0*(X0+Y0))/Z0
1990 LET Q4=(Z0*(2-X0-Y0)/2+Q7)*L0*Q1*L1^2
2000 LET E4=(Z0*(3-2*(X0+Y0))/6+T0*Q7/Z0)*L0*Q1*L1^2
2010 LET Q5=(1/2+Q0*T0/Z0)*L0*Y0*Q1*L1^2
2020 LET E5=(1/3+Q0*(T0/Z0)^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/2
2030 LET Q6=(1-Z0)*(2-X0-Y0)*L0*Q1*L1^2/2
2040 LET E6=(1-Z0)*(3-2*(X0+Y0))*L0*Q1*L1^2/6
2050 IF J=1 THEN 2170
2060 IF J>2 THEN 2220
2070 LET Q3=(1/2+Q0*(1-T0)/(1-Z0))*L0*X0*Q1*L1^2
2080 LET E3=(1/3+Q0*((1-T0)/(1-Z0))^2)*L0*X0*Q1*L1^2/2
2090 LET Q4=(2-X0-Y0)*L0*Z0*Q1*L1^2/2
2100 LET E4=(3-2*(X0+Y0))*L0*Z0*Q1*L1^2/6
2110 LET Q5=(1/2+Q0*(1-T0)/(1-Z0))*L0*Y0*Q1*L1^2
2120 LET E5=(1/3+Q0*((1-T0)/(1-Z0))^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/2
2130 LET Q7=Q0*(1-Z0-(1-T0)*(X0+Y0))/(1-Z0)
2140 LET Q6=((1-Z0)*(2-X0-Y0)/2+Q7)*L0*Q1*L1^2
2150 LET E6=(1-Z0)*(3-2*(X0+Y0))/6+Q7*(1-T0)/(1-Z0)
2160 LET E6=E6*L0*Q1*L1^2
2170 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
2180 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
2190 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
2200 LET F6=(M2-M6)/((1-Z0)*L2)-E6
2210 IF J<3 THEN 2580
2220 IF J>3 THEN 2340
2230 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0*T0/V0)*L0*U0*Q1*L1^2
2240 LET E3=(3-2*(V0+W0))/3+Q0*(T0/V0)^2
2250 LET E3=E3*L0*U0*Q1*L1^2/2
2260 LET Q4=(V0/2+Q0*(V0-T0)/V0)*L0*Q1*L1^2
2270 LET E4=(V0/6+Q0*T0*(V0-T0)/(V0^2))*L0*Q1*L1^2
2280 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0*T0/V0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2290 LET E5=(3-2*(V0+W0))/3+Q0*(T0/V0)^2
2300 LET E5=(1-U0)*E5*L0*Q1*L1^2/2
2310 LET Q6=L0*W0*Q1*L1^2/2
2320 LET E6=Q6/3
2330 IF J=3 THEN 2540
2340 IF J>4 THEN 2440
2350 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2
2360 LET E3=((3-2*(V0+W0))/3+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2/2
2370 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
2380 LET E4=Q4/3
2390 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2400 LET E5=((3-2*(V0+W0))/3+Q0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2/2
2410 LET Q6=L0*W0*Q1*L1^2/2
2420 LET E6=Q6/3
2430 IF J=4 THEN 2540
2440 LET Q3=((2-V0-W0)/2+Q0*(1-T0)/W0)*L0*U0*Q1*L1^2
2450 LET E3=(3-2*(V0+W0))/3+Q0*((1-T0)/W0)^2
2460 LET E3=E3*L0*U0*Q1*L1^2/2
```

```
2470 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
2480 LET E4=Q4/3
2490 LET Q5=((2-V0-W0)/2+Q0*(1-T0)/W0)*(1-U0)*L0*Q1*L1^2
2500 LET E5=(3-2*(V0+W0))/3+Q0*((1-T0)/W0)^2
2510 LET E5=(1-U0)*E5*L0*Q1*L1^2/2
2520 LET Q6=(W0/2+Q0*(W0+T0-1)/W0)*L0*Q1*L1^2
2530 LET E6=(W0/6+Q0*(1-T0)*(W0+T0-1)/(W0^2))*L0*Q1*L1^2
2540 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
2550 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
2560 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
2570 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
2580 LET R3=Q3+F3
2590 LET R4=Q4+F4
2600 LET R5=Q5+F5
2610 LET R6=Q6+F6
2620 PRINT
2630 PRINT;TAB(17);"REACTIUNI"
2640 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
2650 PRINT;TAB(4);"R5 =";R5;TAB(28);"R6 =";R6
2660 IF I<S THEN 3860
2670 GOTO 5000
2680 LET J=2
2690 GOTO 680
2700 LET Z1=0.3
2710 IF T0<0.3 THEN 740
2720 LET Z1=1-INT(20*(1-T0))/20
2730 GOTO 740
2740 LET Z1=0.7
2750 GOTO 740
2760 LET N1=Q0*T0*(2*Z1-T0*(X1+Y1))/(Z1^2)
2770 GOTO 800
2780 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 910
2790 LET Y1=Y1+0.05
2800 GOTO 760
2810 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 910
2820 LET X1=X1+0.05
2830 GOTO 760
2840 LET A2=0
2850 GOTO 990
2860 IF X1>0.49 THEN 990
2870 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 990
2880 LET X1=X1+0.05
2890 LET Y1=X1
2900 GOTO 760
2910 IF Y1>0.49 THEN 990
2920 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 990
2930 LET Y1=Y1+0.05
2940 GOTO 750
2950 LET Z1=Z1+0.05
2960 IF Z1<0.71 THEN 740
2970 GOTO 1070
2980 LET Z1=Z1-0.05
2990 GOTO 740
3000 LET A(4,2)=A4
3010 LET X(4,2)=X4
3020 LET Y(4,2)=Y4
3030 LET Z(4,2)=Z4
3040 IF L0<=0.5 THEN 1650
3050 GOTO 1130
3060 IF T0<0.3 THEN 1650
3070 GOTO 2680
3080 LET J=5
```

```
3090 GOTO 1180
3100 IF T0<INT(20/L0)/20 THEN 3130
3110 LET J=4
3120 GOTO 1180
3130 LET W1=INT(5/L0)/20
3140 LET V1=W1
3150 IF T0<V1 THEN 1220
3160 LET V1=INT(20*T0)/20+0.05
3170 GOTO 1220
3180 LET W1=V1
3190 GOTO 1220
3200 LET N1=Q0*T0*(2*V1-T0)/(V1^2)
3210 GOTO 1300
3220 LET N1=Q0
3230 GOTO 1300
3240 IF W1>=0.95-INT(20*T0)/20 THEN 1410
3250 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 1410
3260 LET W1=W1+0.05
3270 GOTO 1250
3280 LET V1=V1+0.05
3290 GOTO 1250
3300 LET B2=0
3310 GOTO 1510
3320 IF V1=INT(20*T0)/20 THEN 1510
3330 IF V1>0.99-INT(5/L0)/20 THEN 1510
3340 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 1510
3350 LET V1=V1+0.05
3360 LET W1=INT(5/L0)/20
3370 GOTO 1250
3380 LET W1=W1+0.05
3390 LET V1=INT(5/L0)/20
3400 GOTO 1250
3410 IF U1<0.31 THEN 1590
3420 LET U1=U1-0.05
3430 GOTO 1170
3440 IF U1>0.69 THEN 1590
3450 LET U1=U1+0.05
3460 GOTO 1170
3470 LET B(4,1)=B4
3480 LET U(4,1)=U4
3490 LET V(4,1)=V4
3500 LET W(4,1)=W4
3510 IF T0<=INT(5/L0)/20 THEN 1650
3520 GOTO 3110
3530 LET B(4,2)=B4
3540 LET U(4,2)=U4
3550 LET V(4,2)=V4
3560 LET W(4,2)=W4
3570 IF T0<1-INT(20*L0)/20 THEN 1650
3580 GOTO 3080
3590 LET J=1
3600 LET M1=A(4,1)
3610 LET X0=X(4,1)
3620 LET Y0=Y(4,1)
3630 LET Z0=Z(4,1)
3640 GOTO 1800
3650 LET J=2
3660 LET M1=A(4,2)
3670 LET X0=X(4,2)
3680 LET Y0=Y(4,2)
3690 LET Z0=Z(4,2)
3700 GOTO 1800
```

```
3710 LET J=3
3720 LET M1=B(4,1)
3730 LET U0=U(4,1)
3740 LET V0=V(4,1)
3750 LET W0=W(4,1)
3760 GOTO 1800
3770 LET J=4
3780 LET M1=B(4,2)
3790 LET U0=U(4,2)
3800 LET V0=V(4,2)
3810 LET W0=W(4,2)
3820 GOTO 1800
3830 PRINT:TAB(4):"U0 =":U0:TAB(28):"V0 =":V0
3840 PRINT:TAB(4):"W0 =":W0
3850 GOTO 1900
3860 LET I=I+1
3870 GOTO 460
4000 DATA 6
4010 DATA 10,15.5,3,0.5,3,0,0,0,0
4020 DATA 10,15.5,3,1.5,3,0,3,0,0
4030 DATA 10,15.5,3,2.5,3,1,3,1,3
4040 DATA 10,30,3.5,1,0.5,1.5,1,1.5,0
4050 DATA 10,30,3.5,2,0.5,1.5,0,1.5,1
4060 DATA 10,30,3.5,4,0.5,1.5,1,1.5,0
5000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE
DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA,
DISTRIBUITE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA
DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE


     NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 6.00000


                  PLACA  1.00000

                       DATE
Q1 = 10.0000                  Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000                  L2 = 3.00000
L3 = .500000                  K2 = 3.00000
K3 = .000000                  K4 = .000000
K5 = .000000                  K6 = .000000

                     PARAMETRI
X0 = .300000                  Y0 = .300000
Z0 = .400000

                      MOMENTE
M1 = 15.8806                  M2 = 47.6418
M3 =-.000000                  M4 =-.000000
M5 =-.000000                  M6 =-.000000

                     REACTIUNI
R3 = 33.0090                  R4 = 96.5140
R5 = 33.0090                  R6 = 62.4677

                  PLACA  2.00000

                       DATE
Q1 = 10.0000                  Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000                  L2 = 3.00000
L3 = 1.50000                  K2 = 3.00000
K3 = .000000                  K4 = 3.00000
K5 = .000000                  K6 = .000000

                     PARAMETRI
X0 = .200000                  Y0 = .200000
Z0 = .500000

                      MOMENTE
M1 = 15.6250                  M2 = 46.8750
M3 =-.000000                  M4 =-46.8750
M5 =-.000000                  M6 =-.000000

                     REACTIUNI
R3 = 33.1250                  R4 = 95.0000
R5 = 33.1250                  R6 = 63.7500
```

```
                    PLACA   3.00000

                      DATE
Q1 = 10.0000                  Q2 = 15.0000
L1 = 5.00000                  L2 = 3.00000
L3 = 2.50000                  K2 = 3.00000
K3 = 1.00000                  K4 = 3.00000
K5 = 1.00000                  K6 = 3.00000

                    PARAMETRI
X0 = .300000                  Y0 = .300000
Z0 = .600000

                     MOMENTE
M1 = 7.94039                  M2 = 23.8212
M3 =-7.94039                  M4 =-23.8212
M5 =-7.94039                  M6 =-23.8212

                    REACTIUNI
R3 = 33.0093                  R4 = 62.4680
R5 = 33.0093                  R6 = 96.5140

                    PLACA   4.00000

                      DATE
Q1 = 10.0000                  Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000                  L2 = 5.00000
L3 = 1.00000                  K2 = .500000
K3 = 1.50000                  K4 = 1.00000
K5 = 1.50000                  K6 = .000000

                    PARAMETRI
U0 = .500000                  V0 = .250000
W0 = .300000

                     MOMENTE
M1 = 21.4624                  M2 = 10.7312
M3 =-32.1936                  M4 =-21.4624
M5 =-32.1936                  M6 =-.000000

                    REACTIUNI
R3 = 87.9961                  R4 = 41.8549
R5 = 87.9960                  R6 = 22.1542

                    PLACA   5.00000

                      DATE
Q1 = 10.0000                  Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000                  L2 = 5.00000
L3 = 2.00000                  K2 = .500000
K3 = 1.50000                  K4 = .000000
K5 = 1.50000                  K6 = 1.00000

                    PARAMETRI
U0 = .500000                  V0 = .300000
W0 = .550000

                     MOMENTE
M1 = 23.4442                  M2 = 11.7221
M3 =-35.1663                  M4 =-.000000
M5 =-35.1663                  M6 =-23.4442

                    REACTIUNI
R3 = 88.4490                  R4 = 22.8148
R5 = 88.4489                  R6 = 40.2878
```

```
                    PLACA  6.00000

                        DATE
Q1 = 10.0000                      Q2 = 30.0000
L1 = 3.00000                      L2 = 5.00000
L3 = 4.00000                      K2 = .500000
K3 = 1.50000                      K4 = 1.00000
K5 = 1.50000                      K6 = .000000

                     PARAMETRI
U0 = .500000                      V0 = .550000
W0 = .200000

                      MOMENTE
M1 = 23.1228                      M2 = 11.5614
M3 =-34.6842                      M4 =-23.1228
M5 =-34.6842                      M6 =-.000000

                     REACTIUNI
R3 = 89.1634                      R4 = 40.1125
R5 = 89.1635                      R6 = 21.5614
```

20. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM PE TOATĂ SUPRAFAȚA ȘI DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM PE O ZONĂ DREPTUNGHIULARĂ A SUPRAFEȚEI LOR

20.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungime l_1 și l_2, rezemată pe tot conturul, la care reazemele de pe direcția deschiderii l_1 sînt notate cu 3 și 5, iar cele de pe direcția deschiderii l_2 cu 4 și 6. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea q_1, și de o încărcare de intensitate q_2 distribuită uniform pe o suprafață dreptunghiulară, cu laturile de lungime l_3 pe direcția deschiderii l_1 și de lungime l_4 pe direcția deschiderii l_2, dintre care cel puțin două laturi neparalele se suprapun peste laturile corespunzătoare ale plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 20.1

Schemele distincte de cedare ale plăcilor de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 18.2 și 18.3.

Fiecare dintre aceste scheme prezintă cîte șapte variante, în funcție de poziția încărcării de intensitate q_2 față de liniile de curgere ale schemei de cedare respective. Aceste variante notate cu I1...I7 pentru schema de cedare I și cu II1...II7 pentru schema de cedare II sînt prezentate în figurile 20.2 și 20.3.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3, Q_4, Q_5 și Q_6 aferente reazemelor plăcii și pentru forțele nodale F_3, F_4, F_5 și F_6 care apar la legăturile dintre porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, pentru fiecare dintre cele 14 variante ale celor două scheme distincte de cedare.

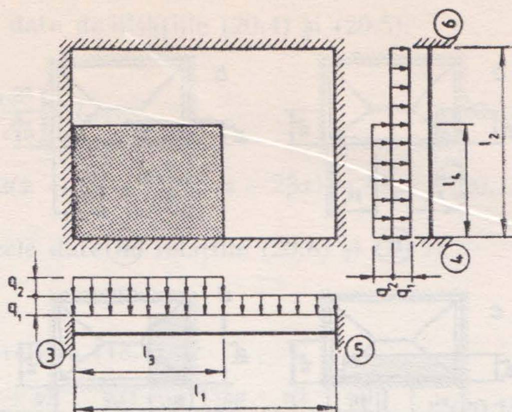


Fig. 20.1

Factorii λ_M și λ_Q au fost determinați pentru o deplasare virtuală egală cu unitatea dată liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_1 în cazul schemei de cedare I și respectiv liniei de curgere paralele cu laturile de lungime l_2 în cazul schemei de cedare II.

a) Varianta I1 (fig. 20.2 *a*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_6}{6}\left[3-x-y+\frac{q_0\alpha^2(3\beta x-\alpha z)}{x^2}\right]. \tag{20.1}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2}\left[1+\frac{q_0\alpha(2\beta x-\alpha z)}{x^2}\right]q_1l_1l_2 ; \tag{20.2}$$

$$Q_4 = \frac{z}{2}\left[2-x-y+\frac{q_0\alpha^2}{x}\right]q_1l_1l_2 ; \tag{20.3}$$

$$Q_5 = \frac{y}{2}q_1l_1l_2 ; \tag{20.4}$$

$$Q_6 = (1+q_0\alpha\beta)q_1l_1l_2-(Q_3+Q_4+Q_5). \tag{20.5}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1}+M_{k3}}{xl_1}-\frac{x}{6}\left[1+\frac{q_0\alpha^2(3\beta x-2\alpha z)}{x^3}\right]q_1l_1l_2 ; \tag{20.6}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2}+M_{k4}}{zl_2}-\frac{z}{6}\left[3-2(x+y)+\frac{q_0\alpha^3}{x^2}\right]q_1l_1l_2 ; \tag{20.7}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1}+M_{k5}}{yl_1}-\frac{y}{6}q_1l_1l_2 ; \tag{20.8}$$

$$F_6 = -(F_3+F_4+F_5). \tag{20.9}$$

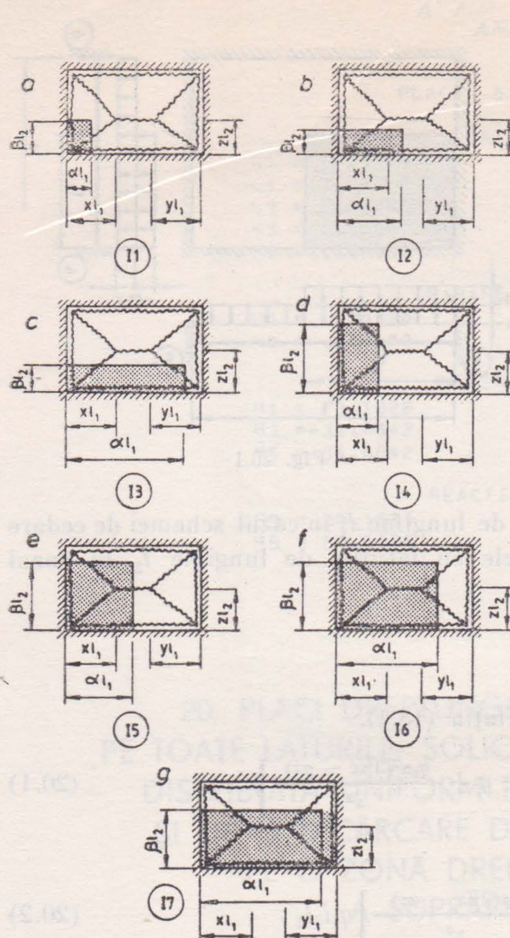


Fig. 20.2

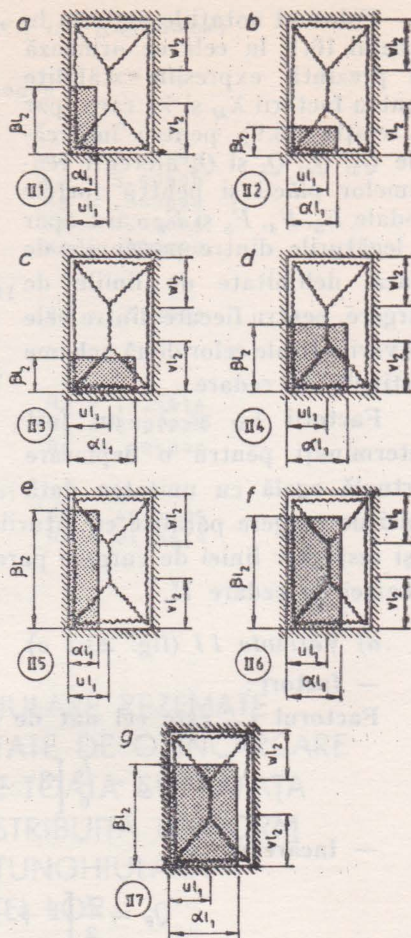


Fig. 20.3

b) Varianta I2 (fig. 20.2 *b*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left[3 - x - y + \frac{q_0\beta^2(3\alpha z - \beta x)}{z^2}\right] \tag{20.10}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2}\left[1 + \frac{q_0\beta^2}{z}\right] q_1 l_1 l_2 ; \tag{20.11}$$

$$Q_4 = \frac{z}{2}\left[2 - x - y + \frac{q_0\beta}{z^2}(2\alpha z - \beta x)\right] q_1 l_1 l_2 . \tag{20.12}$$

Încărcările Q_5 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.4) și (20.5).
— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{6}\left[1 + \frac{q_0\beta^3}{z^2}\right] q_1 l_1 l_2 ; \tag{20.13}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{zl_2} - \frac{z}{6}\left[3 - 2(x + y) + \frac{q_0\beta^2}{z^3}(3\alpha z - 2\beta x)\right] q_1 l_1 l_2. \tag{20.14}$$

Forțele nodale F_5 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.8) și (20.9).

c) Varianta 13 (fig. 20.2 *c*)
— factori :
Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - x - y + \frac{q_0\beta^2[3z - \beta(x + y)]}{z^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2}\right\}. \tag{20.15}$$

— încărcări :
Încărcările Q_3 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.11) și (20.5).

$$Q_4 = \frac{z}{2}\left[2 - x - y + \frac{q_0\beta}{z^2}(2z - \beta x - \beta y) - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{y}\right] q_1 l_1 l_2 ; \tag{20.16}$$

$$Q_5 = \frac{y}{2}\left\{1 + \frac{q_0\beta^2}{z} - \frac{q_0(1 - \alpha)[2\beta y - z(1 - \alpha)]}{y^2}\right\} q_1 l_1 l_2 ; . \tag{20.17}$$

— forțe nodale :
Forțele nodale F_3 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.13) și (20.9).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{zl_2} - \frac{z}{6}\left\{3 - 2(x + y) + \frac{q_0\beta^2}{z^3}[3z - 2(x + y)] - \right.$$
$$\left. - \frac{q_0(1 - \alpha)^3}{y^2}\right\} q_1 \cdot l_1 \cdot l_2 ; \tag{20.18}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{y}{6}\left\{1 + \frac{q_0\beta^3}{z^2} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta y - 2z(1 - \alpha)]}{y^3}\right\} q_1 l_1 l_2. \tag{20.19}$$

d) Varianta 14 (fig. 20.2*d*)
— factori :
Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - x - y + \frac{q_0\alpha^2(3x - \alpha)}{x^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3\alpha(1 - z) - x(1 - \beta)]}{(1 - z)^2}\right\}. \tag{20.20}$$

— încărcări :
Încărcările Q_4, Q_5 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.3), (20.4) și (20.5).

$$Q_3 = \frac{x}{2}\left[1 + \frac{q_0\alpha(2x - \alpha)}{x^2} - \frac{q_0(1 - \beta)^2}{1 - z}\right] q_1 l_1 l_2. \tag{20.21}$$

— forțe nodale :
Forțele nodale F_4, F_5 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.7), (20.8) și (20.9).

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{6}\left[1 + \frac{q_0\alpha^2(3x - 2\alpha)}{x^3} - \frac{q_0(1 - \beta)^3}{(1 - z)^2}\right] q_1 l_1 l_2. \tag{20.22}$$

e) Varianta I5 (fig. 20.2*e*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - x - y + q_0(3\alpha - x) - \frac{q_0(1-\beta)^2[3\alpha(1-z) - x(1-\beta)]}{(1-z)^2}\right\}. \qquad (20.23)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1-\beta)^2}{1-z}\right] q_1 l_1 l_2 \; ; \qquad (20.24)$$

$$Q_4 = \frac{z}{2}[2 - x - y + q_0(2\alpha - x)]\; q_1 l_1 l_2. \qquad (20.25)$$

Încărcările Q_5 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.4) și (20.5).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{x}{6}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1-\beta)^3}{(1-z)^2}\right] q_1 l_1 l_2 \; ; \qquad (20.26)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{6}[3 - 2(x + y) + q_0(3\alpha - 2x)]\; q_1 l_1 l_2. \qquad (20.27)$$

Forțele nodale F_5 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.8) și (20.9).

f) Varianta I6 (fig. 20.2 *f*).

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{(1 + q_0)(3 - x - y) - \frac{q_0(1-\alpha)^2(3y + \alpha - 1)}{y^2} - \right.$$
$$\left. - \frac{q_0(1-\beta)^2[3\alpha(1-z) - x(1-\beta)]}{(1-z)^2}\right\}; \qquad (20.28)$$

— încărcări :

Încărcările Q_3 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.24) și (20.25) ;

$$Q_4 = \frac{z}{2}\left[(1 + q_0)(2 - x - y) - \frac{q_0(1-\alpha)^2}{y}\right] q_1 l_1 l_2 \; ; \qquad (20.29)$$

$$Q_5 = \frac{y}{2}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1-\alpha)(2y + \alpha - 1)}{y^2}\right] q_1 l_1 l_2 \; ; \qquad (20.30)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale F_3 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.26) și (20.9).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{6}\left\{(1 + q_0)[3 - 2(x + y)] - \frac{q_0(1-\alpha)^3}{y^2}\right\} q_1 l_1 l_2 \; ; \qquad (20.31)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{y}{6}\left\{1 + q_0 - \frac{q_0[3y + 2(1\alpha - 1)](1 - \alpha^2)}{y^3}\right\} q_1 l_1 l_2. \qquad (20.32)$$

g) Varianta I 7 (fig. 20.2 *g*)

— factorii :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{(1 + q_0)(3 - x - y) - \frac{q_0(1-\beta)^2[3(1-z) - (1-\beta)(x+y)]}{(1-z)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{q_0(1-\alpha)^2[3\beta y - z(1-\alpha)]}{y^2}\right\}. \qquad (20.33)$$

— încărcări :

Încărcările Q_3, Q_4 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.24), (20.29) și (20.5).

$$Q_5 = \frac{y}{2}\left\{1 + q_0 - \frac{q_0(1-\alpha)[2\beta y - z(1-\alpha)]}{y^2} - \frac{q_0(1-\beta)^2}{1-z}\right\} q_1 l_1 l_2. \qquad (20.34)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale F_3, F_4 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.26), (20.31) și (20.9).

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{y l_1} - \frac{y}{6}\left\{1 + q_0 - \frac{q_0(1-\alpha)^2[3\beta y - 2z(1-\alpha)]}{y^3} - \frac{q_0(1-\beta)^3}{(1-z)^2}\right\} q_1 l_1 l_2. \qquad (20.35)$$

h) Varianta II 1 (fig. 20.3 *a*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left[3 - v - w + \frac{q_0\alpha^2(3\beta u - \alpha v)}{u^2}\right]. \qquad (20.36)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2}\left[2 - v - w + \frac{q_0\alpha(2\beta u - \alpha v)}{u^2}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.37)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2}\left[1 + \frac{q_0\alpha^2}{u}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.38)$$

$$Q_6 = \frac{w}{2} q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.39)$$

$$Q_5 = (1 + q_0\alpha\beta) q_1 l_1 l_2 - (Q_3 + Q_4 + Q_6). \qquad (20.40)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{u}{6}\left[3 - 2(v + w) + \frac{q_0\alpha^2}{u^3}(3\beta u - 2\alpha v)\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.41)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - \frac{v}{6}\left[1 + \frac{q_0\alpha^3}{u^2}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.42)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{w l_2} - \frac{w}{6} q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.43)$$

$$F_5 = -(F_3 + F_4 + F_6). \qquad (20.44)$$

i) Varianta II2 (fig. 20.3 *b*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left[3 - v - w + \frac{q_0\beta^2(3\alpha v - \beta u)}{v^2}\right]. \qquad (20.45)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2}\left[2 - v - w + \frac{q_0\beta^2}{v}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.46)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2}\left[1 + \frac{q_0\beta(2\alpha v - \beta u)}{v^2}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.47)$$

Încărcările Q_6 și Q_5 sînt cele date de relațiile (20.39) și (20.40).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{u l_1} - \frac{u}{6}\left[3 - 2(v + w) + \frac{q_0\beta^3}{v^2}\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.48)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - \frac{v}{6}\left[1 + \frac{q_0\beta^2(3\alpha v - 2\beta u)}{v^3}\right] q_1 l_1 l_2. \qquad (20.49)$$

Forțele nodale F_6 și F_5 sînt cele date de relațiile (20.43) și (20.44).

j) Varianta II3 (fig. 20.3 *c*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - v - w + \frac{q_0\beta^2(3v - \beta)}{v^2} - \frac{q_0(1-\alpha)^2[3\beta(1-u) - v(1-\alpha)]}{(1-u)^2}\right\}. \qquad (20.50)$$

— încărcări :

Încărcările Q_3, Q_5 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.46), (20.39) și (20.40).

$$Q_4 = \frac{v}{2}\left[1 + \frac{q_0\beta}{v^2}(2v - \beta) - \frac{q_0(1-\alpha)^2}{1-u}\right] q_1 l_1 l_2. \qquad (20.51)$$

— forțe nodale :

Forțele nodale F_3, F_5 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.48), (20.44) și (20.43).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{v l_2} - \frac{v}{6}\left[1 + \frac{q_0\beta^2}{v^3}(3v - 2\beta) - \frac{q_0(1-\alpha)^3}{(1-u)^2}\right] q_1 l_1 l_2. \qquad (20.52)$$

k) Varianta II4 (fig. 20.3 *d*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - v - w + q_0(3\beta - v) - \frac{q_0(1-\alpha)^2[3\beta(1-u) - v(1-\alpha)]}{(1-u)^2}\right\}. \qquad (20.53)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2}\left[2 - v - w + q_0(2\beta - v)\right] q_1 l_1 l_2 ; \qquad (20.54)$$

$$Q_4 = \frac{v}{2}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1-\alpha)^2}{1-u}\right] q_1 l_1 l_2. \qquad (20.55)$$

Încărcările Q_5 și Q_6 sînt cele date de relațiile (20.40) și (20.39).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6}[3 - 2(v + w) + q_0(3\beta - 2v)]q_1l_1l_2 ; \quad (20.56)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{v}{6}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1-\alpha)^3}{(1-u)^2}\right]q_1l_1l_2. \quad (20.57)$$

Forțele nodale F_5 și F_6 sînt cele date de relațiile (20.44) și (20.43).

l) Varianta II5 (fig. 20.3 *e*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{3 - v - w + \frac{q_0\alpha^2[3u - \alpha(v+w)]}{u^2} - \frac{q_0(1-\beta)^2[3\alpha w - u(1-\beta)]}{w^2}\right\}; \quad (20.58)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2}\left\{2 - v - w + \frac{q_0\alpha}{u^2}[2u - \alpha(v+w)] - \frac{q_0(1-\beta)^2}{w}\right\}q_1l_1l_2. \quad (20.59)$$

Încărcările Q_4 și Q_5 sînt cele date de relațiile (20.38) și (20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2}\left\{1 + \frac{q_0\alpha^2}{u} - \frac{q_0(1-\beta)[2\alpha w - u(1-\beta)]}{w^2}\right\}q_1l_1l_2. \quad (20.60)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6}\left\{3 - 2(v+w) + \frac{q_0\alpha^2}{u^3}[3u - 2\alpha(v+w)] - \frac{q_0(1-\beta)^3}{w^2}\right\}q_1l_1l_2. \quad (20.61)$$

Forțele nodale F_4 și F_5 sînt cele date de relațiile (20.42) și (20.44).

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{wl_2} - \frac{w}{6}\left\{1 + \frac{q_0\alpha^3}{u^2} - \frac{q_0(1-\beta)^2[3\alpha w - 2u(1-\beta)]}{w^3}\right\}q_1l_1l_2. \quad (20.62)$$

m) Varianta II6 (fig. 20.3*f*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{(1+q_0)(3 - v - w) - \frac{q_0(1-\alpha)^2[3(1-u) - (1-\alpha)(v+w)]}{(1-u)^2} - \frac{q_0(1-\beta)^2[3\alpha w - u(1-\beta)]}{w^2}\right\}. \quad (20.63)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{u}{2}\left[(1+q_0)(2 - v - w) - \frac{q_0(1-\beta)^2}{w}\right]q_1l_1l_2. \quad (20.64)$$

Încărcările Q_4 și Q_5 sînt cele date de relațiile (20.55) și (20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2}\left\{1 + q_0 - \frac{q_0(1-\beta)[2\alpha w - u(1-\beta)]}{w^2} - \frac{q_0(1-\alpha)^2}{1-u}\right\}q_1l_1l_2. \quad (20.65)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{u}{6}\left\{(1 + q_0)([3 - 2(v + w)] - \frac{q_0(1 - \beta)^3}{w^2}\right\} q_1 l_1 l_2. \tag{20.66}$$

Forțele nodale F_4 și F_5 sînt cele date de relațiile (20.57) și (20.44).

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{wl_2} - \frac{w}{6}\left\{1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2[3\alpha w - 2u(1 - \beta)]}{w^3} - \frac{q_0(1 - \alpha)^2}{(1 - u)^2}\right\} q_1 l_1 l_2. \tag{20.67}$$

n) *Varianta III 7* (fig. 20.3,*g*)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (18.11).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left\{(1 + q_0)(3 - v - w) - \frac{q_0(1 - \beta)^2(3w + \beta - 1)}{w} - \right.$$

$$\left. - \frac{q_0(1 - \alpha)^2[3\beta(1 - u) - v(1 - \alpha)]}{(1 - u)^2}\right\}. \tag{20.68}$$

— încărcări :

Încărcările Q_3, Q_4 și Q_5 sînt cele date de relațiile (20.64), (20.55) și(20.40).

$$Q_6 = \frac{w}{2}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)(2w + \beta - 1)}{w^2}\right] q_1 l_1 l_2. \tag{20.69}$$

— forțele nodale :

Forțele nodale F_3, F_4 și F_5 sînt cele date de relațiile (20.66), (20.57) și (20.44).

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{wl_2} - \frac{w}{6}\left[1 + q_0 - \frac{q_0(1 - \beta)^2(3w + 2\beta - 2)}{w^3}\right] q_1 l_1 l_2. \tag{20.70}$$

20.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

a) *Schema de cedare I.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (18.21) ;

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_2}{4}$ și deci valorile minime ale parametrilor x și y sînt cele date de relația (18.22) ;

— lugimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mari decît l_2 și deci valorile maxime ale parametrilor x și y sînt cele date de relația (18.23) ;

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}3l_2$ și nici mai mare decît $0{,}7l_2$ și deci parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile (18.25) ;

— varianta I1 a schemei de cedare I (fig. 20.2*a*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, x și z satisfac următoarele inegalități;

$$\alpha \leqslant x ; \ \beta \geqslant \frac{\alpha z}{x}; \ \beta \leqslant 1 - \frac{\alpha(1-z)}{x}; \tag{20.71}$$

— varianta I_2 a schemei de cedare I (fig. 20.2*b*) poate fi reală dacă parametrii α, β, x, y și z satisfac inegalitățile:

$$\beta \leqslant z ; \ \alpha \geqslant \frac{\beta x}{z}; \ \alpha \leqslant 1 - \frac{\beta y}{z}; \tag{20.72}$$

— varianta I3 a schemei de cedare I (fig. 20.2 *c*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, y și z satisfac inegalitățile:

$$\beta \leqslant z ; \ \alpha \geqslant 1 - \frac{\beta y}{z}; \tag{20.73}$$

— varianta I4 a schemei de cedare I (fig. 20. 2*d*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, x și z satisfac inegalitățile:

$$\alpha \leqslant x ; \ \beta \geqslant 1 - \frac{\alpha(1-z)}{x}; \tag{20.74}$$

— varianta I5 a schemei de cedare I (fig. 20.2 *e*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, x, y și z satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geqslant x ; \ \alpha \leqslant 1 - y ; \ \beta \geqslant z ; \tag{20.75}$$

— varianta I6 a schemei de cedare I (fig. 20.2 *f*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, y și z satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geqslant 1 - y ; \ \beta \geqslant 1 - \frac{(1-\alpha)(1-z)}{y}; \tag{20.76}$$

— varianta I7 a schemei de cedare I (fig. 20.2*g*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, y și z satisfac inegalitățile:

$$\alpha \geqslant 1 - y ; \ \beta \leqslant 1 - \frac{(1-\alpha)(1-z)}{y}; \ \beta \geqslant z ; \tag{20.77}$$

b) *Schema de cedare II.* Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît 0,5, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (18.26);

— lungimile vl_2 și wl_2 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_1}{4}$ și deci valorile minime ale parametrilor v și w sînt cele date de relațiile (18.27);

— lungimile vl_2 și wl_2 nu pot fi mai mari decît l_1 și deci valorile maxime ale parametrilor v și w sînt cele date de relațiile (18.28);

— suma lungimilor vl_2 și wl_2 nu poate fi mai mică decît l_2 și deci parametrii v și w trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29);

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}3l_1$ și nici mai mare decît $0{,}7l_1$ și deci parametrul u trebuie să satisfacă inegalitățile (18.30);

— varianta II1 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *a*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u, v și w satisfac inegalitățile:

$$\alpha \leqslant u ; \ \beta \geqslant \frac{\alpha v}{u}; \ \beta \leqslant 1 - \frac{\alpha w}{u}; \tag{20.78}$$

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 20.3*b*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u și v satisfac inegalitățile :

$$\beta \leqslant v \; ; \; \alpha \geqslant \frac{\beta u}{v} \; ; \; \alpha \leqslant 1 - \frac{\beta(1-u)}{v} \; ; \tag{20.79}$$

— varianta II3 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *c*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u și v satisfac inegalitățile :

$$\beta \leqslant v \; ; \; \alpha \geqslant 1 - \frac{\beta(1-u)}{v} \; ; \tag{20.80}$$

— varianta II4 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *d*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u, v și w satisfac inegalitățile :

$$\beta \geqslant v \; ; \; \beta \leqslant 1 - w \; ; \; \alpha \geqslant u \; ; \tag{20.81}$$

— varianta II5 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *e*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u și w satisfac inegalitățile ;

$$\alpha \leqslant u \; ; \; \beta \geqslant 1 - \frac{\alpha w}{u} \; ; \tag{20.82}$$

— varianta II6 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *f*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u și w satisfac inegalitățile :

$$\beta \geqslant 1 - w \; ; \; \alpha \geqslant \frac{u(1-\beta)}{w} \; ; \; \alpha \leqslant 1 - \frac{(1-u)(1-\beta)}{w} \; ; \tag{20.83}$$

— varianta II7 a schemei de cedare II (fig. 20.3 *g*) poate fi reală numai dacă parametrii α, β, u și w satisfac inegalitățile :

$$\beta \geqslant 1 - w \; ; \quad \alpha \geqslant \frac{(1-u)(1-\beta)}{w}. \tag{20.84}$$

20.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea organigramei elaborate în conformitate cu cele expuse în paragraful 20.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor prezentate în tabelul 16.1, a condus la obținerea programului de calcul *EP*-42-03 listat în anexa 20.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 5 540 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 7 000 iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 5 541 și 6 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, l_3, l_4, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4, k_5 și k_6.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile x_0, y_0 și z_0 ale parametrilor x, y și z (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile u_0, v_0 și w_0 ale parametrilor u, v și w (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3}, M_{k4}, M_{k5} și M_{k6} de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3, R_4, R_5 și R_6 de pe cele patru laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m^2 pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Tabelul 20.1

Date	Placa					
	1	2	3	4	5	6
l_1	6	6	6	4	4	4
l_2	4	4	4	6	6	6
l_3	2	2	4	1	2	4
l_4	2	4	2	3	3	3
q_1	10	10	10	10	10	10
q_2	20	20	20	20	20	20
k_2	2	2	2	0,5	0,5	0,5
k_3	0	0	0	1	1,5	1
k_4	0	0	0	0,5	1	0,5
k_5	0	0	0	1	1,5	1
k_6	0	0	0	0,5	1	0,5

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 6 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 20.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 7 instrucțiuni DATA, avînd etichetele cuprinse între 6 000 și 6 060, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 20.1. În anexa 20.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 6 plăci considerate.

```
10 REM    PROGRAMUL BASIC EP-42-03
20 REM ****************************************************
30 REM *                                                  *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR         *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE      *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE        *
70 REM * DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE     *
80 REM * O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA        *
90 REM * DREPTUNGHIULARA A SUPRAFETEI LOR                 *
100 REM *                                                 *
110 REM ***************************************************
120 REM *                                                 *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR       *
140 REM * DE CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR      *
150 REM * SI REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA           *
160 REM *                                                 *
170 REM ***************************************************
180 REM*                                                  *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  *
200 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE     *
210 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                *
220 REM *                                                 *
230 REM ***************************************************
240 REM *                                                 *
250 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT     *
260 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
270 REM*                                                  *
280 REM ***************************************************
290 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
300 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
310 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE"
330 PRINT "O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA"
340 PRINT "DREPTUNGHIULARA A SUPRAFETEI LOR"
350 PRINT
360 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
370 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
380 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
390 PRINT
400 PRINT
410 DIM A(5,7),B(5,7),X(4,7),Y(4,7),Z(4,7)
420 DIM U(4,7),V(4,7),W(4,7)
430 READ S
440 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
450 LET I=1
460 PRINT
470 PRINT
480 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
490 PRINT
500 READ L1,L2,L3,L4,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5,K6
510 PRINT;TAB(20);"DATE"
520 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
530 PRINT;TAB(4);"L3 =";L3;TAB(28);"L4 =";L4
540 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
550 PRINT;TAB(4);"K2 =";K2;TAB(28);"K3 =";K3
560 PRINT;TAB(4);"K4 =";K4;TAB(28);"K5 =";K5
570 PRINT;TAB(4);"K6 =";K6
580 LET L0=L2/L1
590 LET A0=L3/L1
600 LET B0=L4/L2
```

```
610 LET Q0=Q2/Q1
620 FOR K=1 TO 5
630 FOR J=1 TO 7
640 LET A(K,J)=0
650 LET B(K,J)=0
660 NEXT J
670 NEXT K
680 IF L0>=2 THEN 3510
690 LET Z1=0.3
700 LET Y1=INT(5*L0)/20
710 LET X1=Y1
720 LET N2=(K2+K4)/(Z1*L0)+(K2+K6)/((1-Z1)*L0)
730 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+N2
740 IF A(5,1)>0 THEN 810
750 IF A0>X1 THEN 810
760 IF B0<A0*Z1/X1 THEN 810
770 IF B0>1-A0*(1-Z1)/X1 THEN 810
780 LET N1=(3*B0*X1-A0*Z1)*Q0*A0^2/(X1^2)
790 LET J=1
800 IF J<2 THEN 1090
810 IF A(5,2)>0 THEN 880
820 IF B0>Z1 THEN 880
830 IF A0<B0*X1/Z1 THEN 880
840 IF A0>1-B0*Y1/Z1 THEN 880
850 LET N1=(3*A0*Z1-B0*X1)*Q0*B0^2/(Z1^2)
860 LET J=2
870 IF J<3 THEN 1090
880 IF A(5,3)>0 THEN 950
890 IF B0>Z1 THEN 950
900 IF A0<1-B0*Y1/Z1 THEN 950
910 LET N1=Q0*(3*B0*Y1-Z1*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y1^2)
920 LET N1=(3*Z1-B0*(X1+Y1))*Q0*B0^2/(Z1^2)-N1
930 LET J=3
940 IF J<4 THEN 1090
950 IF A(5,4)>0 THEN 1020
960 IF A0>X1 THEN 1020
970 IF B0<1-A0*(1-Z1)/X1 THEN 1020
980 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
990 LET N1=(3*X1-A0)*Q0*A0^2/(X1^2)-N1
1000 LET J=4
1010 IF J<5 THEN 1090
1020 IF A(5,5)>0 THEN 1110
1030 IF A0<X1 THEN 1110
1040 IF A0>1-Y1 THEN 1110
1050 IF B0<Z1 THEN 1110
1060 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
1070 LET N1=Q0*(3*A0-X1)-N1
1080 LET J=5
1090 LET N1=L0*(N1+3-X1-Y1)/(6*N2)
1100 IF J<6 THEN 1260
1110 IF A(5,6)>0 THEN 1180
1120 IF A0<1-Y1 THEN 1180
1130 IF B0<1-(1-A0)*(1-Z1)/Y1 THEN 1180
1140 LET N1=Q0*(3*A0*(1-Z1)-X1*(1-B0))*(1-B0)^2/((1-Z1)^2)
1150 LET N1=Q0*(3*Y1+A0-1)*(1-A0)^2/(Y1^2)+N1
1160 LET J=6
1170 IF J<7 THEN 1250
1180 IF A0<1-Y1 THEN 1320
1190 IF B0<Z1 THEN 1320
1200 IF B0>1-(1-A0)*(1-Z1)/Y1 THEN 1320
1210 LET N1=Q0*(3*B0*Y1-Z1*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y1)^2
1220 LET N0=Q0*(3*(1-Z1)-(1-B0)*(X1+Y1))*(1-B0)^2
```

```
1230 LET N1=N0/((1-Z1)^2)+N1
1240 LET J=7
1250 LET N1=L0*((1+Q0)*(3-X1-Y1)-N1)/(6*N2)
1260 LET A1=N1*Q1*L1^3
1270 IF A(2,J)>=A1 THEN 1330
1280 LET A(2,J)=A1
1290 LET X(2,J)=X1
1300 LET Y(2,J)=Y1
1310 LET Z(2,J)=Z1
1320 IF X1+Y1<1 THEN 3530
1330 IF A(3,J)>=A(2,J) THEN 3560
1340 LET A(3,J)=A(2,J)
1350 LET X(3,J)=X(2,J)
1360 LET Y(3,J)=Y(2,J)
1370 LET Z(3,J)=Z(2,J)
1380 LET A(2,J)=0
1390 IF X1=INT(20*L0)/20 THEN 1410
1400 IF X1<1-INT(5*L0)/20 THEN 3580
1410 IF A(4,J)>=A(3,J) THEN 3610
1420 LET A(4,J)=A(3,J)
1430 LET X(4,J)=X(3,J)
1440 LET Y(4,J)=Y(3,J)
1450 LET Z(4,J)=Z(3,J)
1460 LET A(3,J)=0
1470 IF Z1<0.69 THEN 3640
1480 LET J=1
1490 IF A(4,J)>0 THEN 3750
1500 IF A(3,J)>0 THEN 3660
1510 IF A(2,J)>0 THEN 3710
1520 FOR J=2 TO 6
1530 IF A(4,1)<A(4,J) THEN 1560
1540 NEXT J
1550 IF A(4,1)>=A(4,7) THEN 3780
1560 FOR J=3 TO 6
1570 IF A(4,2)<A(4,J) THEN 1600
1580 NEXT J
1590 IF A(4,2)>=A(4,7) THEN 3830
1600 FOR J=4 TO 6
1610 IF A(4,3)<A(4,J) THEN 1640
1620 NEXT J
1630 IF A(4,3)>=A(4,7) THEN 3880
1640 IF A(4,4)<A(4,5) THEN 1670
1650 IF A(4,4)<A(4,6) THEN 1670
1660 IF A(4,4)>=A(4,7) THEN 3930
1670 IF A(4,5)<A(4,6) THEN 1690
1680 IF A(4,5)>=A(4,7) THEN 3980
1690 IF A(4,6)>=A(4,7) THEN 4030
1700 LET A4=A(4,7)
1710 LET X0=X(4,7)
1720 LET Y0=Y(4,7)
1730 LET Z0=Z(4,7)
1740 IF L0<=0.5 THEN 4080
1750 LET U1=0.3
1760 LET V1=INT(5/L0)/20
1770 LET W1=V1
1780 LET N2=(K2+K4)/(V1*L0)+(K2+K6)/(W1*L0)
1790 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+N2
1800 IF B(5,1)>0 THEN 1870
1810 IF A0>U1 THEN 1870
1820 IF B0<A0*V1/U1 THEN 1870
1830 IF B0>1-A0*W1/U1 THEN 1870
1840 LET N1=(3*B0*U1-A0*V1)*Q0*A0^2/(U1^2)
```

```
1850 LET J=1
1860 IF J<2 THEN 2150
1870 IF B(5,2)>0 THEN 1940
1880 IF B0>V1 THEN 1940
1890 IF A0<B0*U1/V1 THEN 1940
1900 IF A0>1-B0*(1-U1)/V1 THEN 1940
1910 LET N1=(3*A0*V1-B0*U1)*Q0*B0^2/(V1^2)
1920 LET J=2
1930 IF J<3 THEN 2150
1940 IF B(5,3)>0 THEN 2010
1950 IF B0>V1 THEN 2010
1960 IF A0<1-B0*(1-U1)/V1 THEN 2010
1970 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
1980 LET N1=(3*V1-B0)*Q0*B0^2/(V1^2)-N1
1990 LET J=3
2000 IF J<4 THEN 2150
2010 IF B(5,4)>0 THEN 2090
2020 IF A0<U1 THEN 2090
2030 IF B0<V1 THEN 2090
2040 IF B0>1-W1 THEN 2090
2050 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
2060 LET N1=Q0*(3*B0-V1)-N1
2070 LET J=4
2080 IF J<5 THEN 2150
2090 IF B(5,5)>0 THEN 2170
2100 IF A0>U1 THEN 2170
2110 IF B0<1-A0*W1/U1 THEN 2170
2120 LET N1=Q0*(3*A0*W1-U1*(1-B0))*(1-B0)^2/(W1^2)
2130 LET N1=(3*U1-A0*(V1+W1))*Q0*A0^2/(U1^2)-N1
2140 LET J=5
2150 LET N1=L0*(N1+3-V1-W1)/(6*N2)
2160 IF J<6 THEN 2320
2170 IF B(5,6)>0 THEN 2260
2180 IF B0<1-W1 THEN 2260
2190 IF A0<U1*(1-B0)/W1 THEN 2260
2200 IF A0>1-(1-U1)*(1-B0)/W1 THEN 2260
2210 LET N1=Q0*(3*A0*W1-U1*(1-B0))*(1-B0)^2/(W1^2)
2220 LET N0=Q0*(3*(1-U1)-(1-A0)*(V1+W1))*(1-A0)^2
2230 LET N1=N0/((1-U1)^2)+N1
2240 LET J=6
2250 IF J<7 THEN 2310
2260 IF B0<1-W1 THEN 2380
2270 IF A0<(1-U1)*(1-B0)/W1 THEN 2380
2280 LET N1=Q0*(3*B0*(1-U1)-V1*(1-A0))*(1-A0)^2/((1-U1)^2)
2290 LET N1=Q0*(3*W1+B0-1)*(1-B0)^2/(W1^2)+N1
2300 LET J=7
2310 LET N1=L0*((1+Q0)*(3-V1-W1)-N1)/(6*N2)
2320 LET B1=N1*Q1*L1^3
2330 IF B(2,J)>=B1 THEN 2390
2340 LET B(2,J)=B1
2350 LET U(2,J)=U1
2360 LET V(2,J)=V1
2370 LET W(2,J)=W1
2380 IF V1+W1<1 THEN 4100
2390 IF B(3,J)>=B(2,J) THEN 4130
2400 LET B(3,J)=B(2,J)
2410 LET U(3,J)=U(2,J)
2420 LET V(3,J)=V(2,J)
2430 LET W(3,J)=W(2,J)
2440 LET B(2,J)=0
2450 IF V1=INT(20/L0)/20 THEN 2470
2460 IF V1<1-INT(5/L0)/20 THEN 4150
```

```
2470 IF B(4,J)>=B(3,J) THEN 4180
2480 LET B(4,J)=B(3,J)
2490 LET U(4,J)=U(3,J)
2500 LET V(4,J)=V(3,J)
2510 LET W(4,J)=W(3,J)
2520 LET B(3,J)=0
2530 IF U1<0.69 THEN 4210
2540 LET J=1
2550 IF B(4,J)>0 THEN 4320
2560 IF B(3,J)>0 THEN 4230
2570 IF B(2,J)>0 THEN 4280
2580 FOR J=2 TO 6
2590 IF B(4,1)<B(4,J) THEN 2620
2600 NEXT J
2610 IF B(4,1)>=B(4,7) THEN 4350
2620 FOR J=3 TO 6
2630 IF B(4,2)<B(4,J) THEN 2660
2640 NEXT J
2650 IF B(4,2)>=B(4,7) THEN 4400
2660 FOR J=4 TO 6
2670 IF B(4,3)<B(4,J) THEN 2700
2680 NEXT J
2690 IF B(4,3)>=B(4,7) THEN 4450
2700 IF B(4,4)<B(4,5) THEN 2730
2710 IF B(4,4)<B(4,6) THEN 2730
2720 IF B(4,4)>=B(4,7) THEN 4500
2730 IF B(4,5)<B(4,6) THEN 2750
2740 IF B(4,5)>=B(4,7) THEN 4550
2750 IF B(4,6)>=B(4,7) THEN 4600
2760 LET B4=B(4,7)
2770 LET U0=U(4,7)
2780 LET V0=V(4,7)
2790 LET W0=W(4,7)
2800 IF A4<B4 THEN 4650
2810 LET M1=A4
2820 LET M2=K2*M1
2830 LET M3=-K3*M1
2840 LET M4=-K4*M1
2850 LET M5=-K5*M1
2860 LET M6=-K6*M1
2870 PRINT
2880 PRINT;TAB(18);"PARAMETRI"
2890 IF A4<B4 THEN 4670
2900 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
2910 PRINT;TAB(4);"Z0 =";Z0
2920 PRINT
2930 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
2940 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
2950 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
2960 PRINT;TAB(4);"M5 =";M5;TAB(28);"M6 =";M6
2970 IF A4<B4 THEN 3230
2980 IF A4=A(4,1) THEN 4700
2990 IF A4=A(4,2) THEN 4740
3000 IF A4=A(4,3) THEN 4790
3010 IF A4=A(4,4) THEN 4920
3020 IF A4=A(4,5) THEN 4990
3030 IF A4=A(4,6) THEN 5070
3040 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*B0*Y0-Z0*(1-A0))/(Y0^2)
3050 LET Q5=(1-Q5+Q0*(1-(1-B0)^2/(1-Z0)))*Y0*Q1*L1*L2/2
3060 LET E5=Q0*(1-A0)^2*(3*B0*Y0-2*Z0*(1-A0))/(Y0^3)
3070 LET E5=(1-E5+Q0*(1-(1-B0)^3/((1-Z0)^2)))*Y0*Q1*L1*L2/6
3080 LET Q3=(1+Q0*(1-(1-B0)^2/(1-Z0)))*X0*Q1*L1*L2/2
```

```
3090 LET E3=(1+Q0*(1-(1-B0)^3/((1-Z0)^2)))*X0*Q1*L1*L2/6
3100 IF A4=A(4,5) THEN 3150
3110 LET Q4=(1+Q0)*(2-X0-Y0)
3120 LET Q4=(Q4-Q0*(1-A0)^2/Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
3130 LET E4=(1+Q0)*(3-2*(X0+Y0))
3140 LET E4=(E4-Q0*(1-A0)^3/(Y0^2))*Z0*Q1*L1*L2/6
3150 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
3160 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
3170 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
3180 LET R3=Q3+F3
3190 LET R4=Q4+F4
3200 LET R5=Q5+F5
3210 LET R6=(1+Q0*A0*B0)*Q1*L1*L2-R3-R4-R5
3220 IF A4>=B4 THEN 3450
3230 IF B4=B(4,1) THEN 5120
3240 IF B4=B(4,2) THEN 5170
3250 IF B4=B(4,3) THEN 5210
3260 IF B4=B(4,4) THEN 5280
3270 IF B4=B(4,5) THEN 5360
3280 IF B4=B(4,6) THEN 5480
3290 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*W0+B0-1)/(W0^2)
3300 LET Q6=(1+Q0-Q6)*W0*Q1*L1*L2/2
3310 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*W0-2*(1-B0))/(W0^3)
3320 LET E6=(1+Q0-E6)*W0*Q1*L1*L2/6
3330 LET Q3=((1+Q0)*(2-V0-W0)-Q0*(1-B0)^2/W0)*U0*Q1*L1*L2/2
3340 LET E3=(1+Q0)*(3-2*(V0+W0))-Q0*(1-B0)^3/(W0^2)
3350 LET E3=E3*U0*Q1*L1*L2/6
3360 LET Q4=(1+Q0*(1-(1-A0)^2/(1-U0)))*V0*Q1*L1*L2/2
3370 LET E4=(1+Q0*(1-(1-A0)^3/((1-U0)^2)))*V0*Q1*L1*L2/6
3380 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
3390 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
3400 LET F6=(M2-M6)/(W0*L2)-E6
3410 LET R3=Q3+F3
3420 LET R4=Q4+F4
3430 LET R6=Q6+F6
3440 LET R5=(1+Q0*A0*B0)*Q1*L1*L2-R3-R4-R6
3450 PRINT
3460 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
3470 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
3480 PRINT;TAB(4);"R5 =";R5;TAB(28);"R6 =";R6
3490 IF I<S THEN 5530
3500 GOTO 7000
3510 LET A4=0
3520 GOTO 1750
3530 IF Y1=INT(20*L0)/20 THEN 1330
3540 LET Y1=Y1+0.05
3550 GOTO 720
3560 LET A(2,J)=0
3570 GOTO 1410
3580 LET X1=X1+0.05
3590 LET Y1=INT(5*L0)/20
3600 GOTO 720
3610 LET A(5,J)=A(4,J)
3620 IF J>6 THEN 1480
3630 GOTO 1470
3640 LET Z1=Z1+0.05
3650 GOTO 700
3660 LET A(4,J)=A(3,J)
3670 LET X(4,J)=X(3,J)
3680 LET Y(4,J)=Y(3,J)
3690 LET Z(4,J)=Z(3,J)
3700 GOTO 3750
```

```
3710 LET A(4,J)=A(2,J)
3720 LET X(4,J)=X(2,J)
3730 LET Y(4,J)=Y(2,J)
3740 LET Z(4,J)=Z(2,J)
3750 IF J>6 THEN 1520
3760 LET J=J+1
3770 GOTO 1490
3780 LET A4=A(4,1)
3790 LET X0=X(4,1)
3800 LET Y0=Y(4,1)
3810 LET Z0=Z(4,1)
3820 GOTO 1740
3830 LET A4=A(4,2)
3840 LET X0=X(4,2)
3850 LET Y0=Y(4,2)
3860 LET Z0=Z(4,2)
3870 GOTO 1740
3880 LET A4=A(4,3)
3890 LET X0=X(4,3)
3900 LET Y0=Y(4,3)
3910 LET Z0=Z(4,3)
3920 GOTO 1740
3930 LET A4=A(4,4)
3940 LET X0=X(4,4)
3950 LET Y0=Y(4,4)
3960 LET Z0=Z(4,4)
3970 GOTO 1740
3980 LET A4=A(4,5)
3990 LET X0=X(4,5)
4000 LET Y0=Y(4,5)
4010 LET Z0=Z(4,5)
4020 GOTO 1740
4030 LET A4=A(4,6)
4040 LET X0=X(4,6)
4050 LET Y0=Y(4,6)
4060 LET Z0=Z(4,6)
4070 GOTO 1740
4080 LET B4=0
4090 GOTO 2810
4100 IF W1=INT(20/L0)/20 THEN 2390
4110 LET W1=W1+0.05
4120 GOTO 1780
4130 LET B(2,J)=0
4140 GOTO 2470
4150 LET V1=V1+0.05
4160 LET W1=INT(5/L0)/20
4170 GOTO 1780
4180 LET B(5,J)=B(4,J)
4190 IF J>6 THEN 2540
4200 GOTO 2530
4210 LET U1=U1+0.05
4220 GOTO 1760
4230 LET B(4,J)=B(3,J)
4240 LET U(4,J)=U(3,J)
4250 LET V(4,J)=V(3,J)
4260 LET W(4,J)=W(3,J)
4270 GOTO 4320
4280 LET B(4,J)=B(2,J)
4290 LET U(4,J)=U(2,J)
4300 LET V(4,J)=V(2,J)
4310 LET W(4,J)=W(2,J)
4320 IF J>6 THEN 2580
```

```
4330 LET J=J+1
4340 GOTO 2550
4350 LET B4=B(4,1)
4360 LET U0=U(4,1)
4370 LET V0=V(4,1)
4380 LET W0=W(4,1)
4390 GOTO 2800
4400 LET B4=B(4,2)
4410 LET U0=U(4,2)
4420 LET V0=V(4,2)
4430 LET W0=W(4,2)
4440 GOTO 2800
4450 LET B4=B(4,3)
4460 LET U0=U(4,3)
4470 LET V0=V(4,3)
4480 LET W0=W(4,3)
4490 GOTO 2800
4500 LET B4=B(4,4)
4510 LET U0=U(4,4)
4520 LET V0=V(4,4)
4530 LET W0=W(4,4)
4540 GOTO 2800
4550 LET B4=B(4,5)
4560 LET U0=U(4,5)
4570 LET V0=V(4,5)
4580 LET W0=W(4,5)
4590 GOTO 2800
4600 LET B4=B(4,6)
4610 LET U0=U(4,6)
4620 LET V0=V(4,6)
4630 LET W0=W(4,6)
4640 GOTO 2800
4650 LET M1=B4
4660 GOTO 2820
4670 PRINT;TAB(4);"U0 =";U0;TAB(28);"V0 =";V0
4680 PRINT;TAB(4);"W0 =";W0
4690 GOTO 2920
4700 LET Q3=(1+Q0*A0*(2*B0*X0-A0*Z0)/(X0^2))*X0*Q1*L1*L2/2
4710 LET E3=1+Q0*A0^2*(3*B0*X0-2*A0*Z0)/(X0^3)
4720 LET E3=E3*X0*Q1*L1*L2/6
4730 GOTO 4960
4740 LET Q4=Q0*B0*(2*A0*Z0-B0*X0)/(Z0^2)
4750 LET Q4=(Q4+2-X0-Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
4760 LET E4=Q0*B0^2*(3*A0*Z0-2*B0*X0)/(Z0^3)
4770 LET E4=(E4+3-2*(X0+Y0))*Z0*Q1*L1*L2/6
4780 GOTO 4880
4790 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*B0*Y0-Z0*(1-A0))/(Y0^2)
4800 LET Q5=(1+Q0*B0^2/Z0-Q5)*Y0*Q1*L1*L2/2
4810 LET E5=Q0*(1-A0)^2*(3*B0*Y0-2*Z0*(1-A0))/(Y0^3)
4820 LET E5=(1+Q0*B0^3/(Z0^2)-E5)*Y0*Q1*L1*L2/6
4830 LET Q4=Q0*B0*(2*Z0-B0*(X0+Y0))/(Z0^2)
4840 LET Q4=(Q4+2-X0-Y0-Q0*(1-A0)^2/Y0)*Z0*Q1*L1*L2/2
4850 LET E4=Q0*B0^2*(3*Z0-2*B0*(X0+Y0))/(Z0^3)
4860 LET E4=E4+3-2*(X0+Y0)-Q0*(1-A0)^3/(Y0^2)
4870 LET E4=E4*Z0*Q1*L1*L2/6
4880 LET Q3=(1+Q0*B0^2/Z0)*X0*Q1*L1*L2/2
4890 LET E3=(1+Q0*B0^3/(Z0^2))*X0*Q1*L1*L2/6
4900 IF A4=A(4,2) THEN 5010
4910 GOTO 3150
4920 LET Q3=1+Q0*A0*(2*X0-A0)/(X0^2)
4930 LET Q3=(Q3-Q0*(1-B0)^2/(1-Z0))*X0*Q1*L1*L2/2
4940 LET E3=1+Q0*A0^2*(3*X0-2*A0)/(X0^3)
4950 LET E3=(E3-Q0*(1-B0)^3/((1-Z0)^2))*X0*Q1*L1*L2/6
4960 LET Q4=(2-X0-Y0+Q0*A0^2/X0)*Z0*Q1*L1*L2/2
```

```
4970 LET E4=(3-2*(X0+Y0)+Q0*A0^3/(X0^2))*Z0*Q1*L1*L2/6
4980 GOTO 5010
4990 LET Q4=(2-X0-Y0+Q0*(2*A0-X0))*Z0*Q1*L1*L2/2
5000 LET E4=(3-2*(X0+Y0)+Q0*(3*A0-2*X0))*Z0*Q1*L1*L2/6
5010 LET Q5=Y0*Q1*L1*L2/2
5020 LET E5=Q5/3
5030 IF A4=A(4,1) THEN 3150
5040 IF A4=A(4,2) THEN 3150
5050 IF A4=A(4,4) THEN 3150
5060 GOTO 3080
5070 LET Q5=Q0*(1-A0)*(2*Y0+A0-1)/(Y0^2)
5080 LET Q5=(1+Q0-Q5)*Y0*Q1*L1*L2/2
5090 LET E5=Q0*(3*Y0-2*(1-A0))*(1-A0)^2/(Y0^3)
5100 LET E5=(1+Q0-E5)*Y0*Q1*L1*L2/6
5110 GOTO 3080
5120 LET Q3=Q0*A0*(2*B0*U0-A0*V0)/(U0^2)
5130 LET Q3=(Q3+2-V0-W0)*U0*Q1*L1*L2/2
5140 LET E3=Q0*A0^2*(3*B0*U0-2*A0*V0)/(U0^3)
5150 LET E3=(E3+3-2*(V0+W0))*U0*Q1*L1*L2/6
5160 GOTO 5300
5170 LET Q4=(1+Q0*B0*(2*A0*V0-B0*U0)/(V0^2))*V0*Q1*L1*L2/2
5180 LET E4=1+Q0*B0^2*(3*A0*V0-2*B0*U0)/(V0^3)
5190 LET E4=E4*V0*Q1*L1*L2/6
5200 GOTO 5250
5210 LET Q4=1+Q0*B0*(2*V0-B0)/(V0^2)
5220 LET Q4=(Q4-Q0*(1-A0)^2/(1-U0))*V0*Q1*L1*L2/2
5230 LET E4=1+Q0*B0^2*(3*V0-2*B0)/(V0^3)
5240 LET E4=(E4-Q0*(1-A0)^3/((1-U0)^2))*V0*Q1*L1*L2/6
5250 LET Q3=(2-V0-W0+Q0*B0^2/V0)*U0*Q1*L1*L2/2
5260 LET E3=(3-2*(V0+W0)+Q0*B0^3/(V0^2))*U0*Q1*L1*L2/6
5270 GOTO 5300
5280 LET Q3=(2-V0-W0+Q0*(2*B0-V0))*U0*Q1*L1*L2/2
5290 LET E3=(3-2*(V0+W0)+Q0*(3*B0-2*V0))*U0*Q1*L1*L2/6
5300 LET Q6=W0*Q1*L1*L2/2
5310 LET E6=Q6/3
5320 IF B4=B(4,1) THEN 5450
5330 IF B4=B(4,2) THEN 3380
5340 IF B4=B(4,3) THEN 3380
5350 GOTO 3360
5360 LET Q3=Q0*A0*(2*U0-A0*(V0+W0))/(U0^2)
5370 LET Q3=(Q3+2-V0-W0-Q0*(1-B0)^2/W0)*U0*Q1*L1*L2/2
5380 LET E3=Q0*A0^2*(3*U0-2*A0*(V0+W0))/(U0^3)
5390 LET E3=E3+3-2*(V0+W0)-Q0*(1-B0)^3/(W0^2)
5400 LET E3=E3*U0*Q1*L1*L2/6
5410 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*A0*W0-U0*(1-B0))/(W0^2)
5420 LET Q6=(1-Q6+Q0*A0^2/U0)*W0*Q1*L1*L2/2
5430 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*A0*W0-2*U0*(1-B0))/(W0^3)
5440 LET E6=(1-E6+Q0*A0^3/(U0^2))*W0*Q1*L1*L2/6
5450 LET Q4=(1+Q0*A0^2/U0)*V0*Q1*L1*L2/2
5460 LET E4=(1+Q0*A0^3/(U0^2))*V0*Q1*L1*L2/6
5470 GOTO 3380
5480 LET Q6=Q0*(1-B0)*(2*A0*W0-U0*(1-B0))/(W0^2)
5490 LET Q6=(1-Q6+Q0*(1-(1-A0)^2/(1-U0)))*W0*Q1*L1*L2/2
5500 LET E6=Q0*(1-B0)^2*(3*A0*W0-2*U0*(1-B0))/(W0^3)
5510 LET E6=(1-E6+Q0*(1-(1-A0)^3/((1-U0)^2)))*W0*Q1*L1*L2/6
5520 GOTO 3330
5530 LET I=I+1
5540 GOTO 460
6000 DATA 6
6010 DATA 6,4,2,2,10,20,2,0,0,0,0
6020 DATA 6,4,2,4,10,20,2,0,0,0,0
6030 DATA 6,4,4,2,10,20,2,0,0,0,0
6040 DATA 4,6,1,3,10,20,0.5,1,0.5,1,0.5
6050 DATA 4,6,2,3,10,20,0.5,1.5,1,1.5,1
6060 DATA 4,6,4,3,10,20,0.5,1,0.5,1,0.5
7000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE
DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA SI DE
O INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE O ZONA
DREPTUNGHIULARA A SUPRAFETEI LOR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE


   NUMARUL PLACILOR ESTE   S = 6.00000

              PLACA  1.00000

                 DATE
 L1 = 6.00000             L2 = 4.00000
 L3 = 2.00000             L4 = 2.00000
 Q1 = 10.0000             Q2 = 20.0000
 K2 = 2.00000             K3 = .000000
 K4 = .000000             K5 = .000000
 K6 = .000000

               PARAMETRI
 U0 = .700000             V0 = .500000
 W0 = .500000

                MOMENTE
 M1 = 40.7745             M2 = 81.5490
 M3 =-.000000             M4 =-.000000
 M5 =-.000000             M6 =-.000000

               REACTIUNI
 R3 = 121.708             R4 = 114.684
 R5 = 2.83250             R6 = 80.7745


              PLACA  2.00000

                 DATE
 L1 = 6.00000             L2 = 4.00000
 L3 = 2.00000             L4 = 4.00000
 Q1 = 10.0000             Q2 = 20.0000
 K2 = 2.00000             K3 = .000000
 K4 = .000000             K5 = .000000
 K6 = .000000

               PARAMETRI
 X0 = .250000             Y0 = .450000
 Z0 = .500000

                MOMENTE
 M1 = 50.0489             M2 = 100.098
 M3 =-.000000             M4 =-.000000
 M5 =-.000000             M6 =-.000000

               REACTIUNI
 R3 = 93.3659             R4 = 126.050
 R5 = 54.5366             R6 = 126.047
```

ANEXA 20.2 (continuare)

```
                PLACA   3.00000

                      DATE
L1 = 6.00000                    L2 = 4.00000
L3 = 4.00000                    L4 = 2.00000
Q1 = 10.0000                    Q2 = 20.0000
K2 = 2.00000                    K3 = .000000
K4 = .000000                    K5 = .000000
K6 = .000000

                   PARAMETRI
X0 = .250000                    Y0 = .450000
Z0 = .350000

                    MOMENTE
M1 = 54.3313                    M2 = 108.663
M3 =-.000000                    M4 =-.000000
M5 =-.000000                    M6 =-.000000

                   REACTIUNI
R3 = 79.0611                    R4 = 158.597
R5 = 57.3632                    R6 = 104.979


                PLACA   4.00000

                      DATE
L1 = 4.00000                    L2 = 6.00000
L3 = 1.00000                    L4 = 3.00000
Q1 = 10.0000                    Q2 = 20.0000
K2 = .500000                    K3 = 1.00000
K4 = .500000                    K5 = 1.00000
K6 = .500000

                   PARAMETRI
U0 = .450000                    V0 = .350000
W0 = .400000

                    MOMENTE
M1 = 35.8751                    M2 = 17.9376
M3 =-35.8751                    M4 =-17.9376
M5 =-35.8751                    M6 =-17.9376

                   REACTIUNI
R3 = 116.350                    R4 = 54.5894
R5 = 82.1130                    R6 = 46.9480


                PLACA   5.00000

                      DATE
L1 = 4.00000                    L2 = 6.00000
L3 = 2.00000                    L4 = 3.00000
Q1 = 10.0000                    Q2 = 20.0000
K2 = .500000                    K3 = 1.50000
K4 = 1.00000                    K5 = 1.50000
K6 = 1.00000

                   PARAMETRI
U0 = .400000                    V0 = .300000
W0 = .500000
```

```
                         MOMENTE
M1 = 36.1482                     M2 = 18.0741
M3 =-54.2223                     M4 =-36.1482
M5 =-54.2223                     M6 =-36.1482

                        REACTIUNI
R3 = 130.082                     R4 = 80.4563
R5 = 91.3880                     R6 = 58.0741

                   PLACA  6.00000
                          DATE
L1 = 4.00000                     L2 = 6.00000
L3 = 4.00000                     L4 = 3.00000
Q1 = 10.0000                     Q2 = 20.0000
K2 = .500000                     K3 = 1.00000
K4 = .500000                     K5 = 1.00000
K6 = .500000

                        PARAMETRI
U0 = .500000                     V0 = .350000
W0 = .500000

                         MOMENTE
M1 = 63.3559                     M2 = 31.6780
M3 =-63.3559                     M4 =-31.6780
M5 =-63.3559                     M6 =-31.6780

                        REACTIUNI
R3 = 152.356                     R4 = 114.169
R5 = 152.356                     R6 = 61.1187
```

21. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

21.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi l_1 și l_2, rezemată pe cele două laturi de lungime l_2 și pe una dintre laturile de lungime l_1, cealaltă latură de lungime l_1 fiind liberă. Reazemele de pe direcția deschiderii l_1 sînt notate cu 3 și 5, iar reazemul de pe direcția deschiderii l_2 este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția deschiderii l_1, ea variind liniar pe direcția deschiderii l_2, astfel încît intensitatea cea mai mare a încărcării, q_1, este în dreptul laturii rezemate notate cu 4, iar intensitatea cea mai mică a încărcării, q_2, este în dreptul laturii libere. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 21.1.

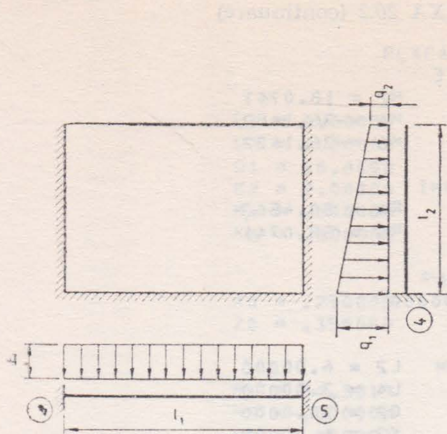


Fig. 21.1

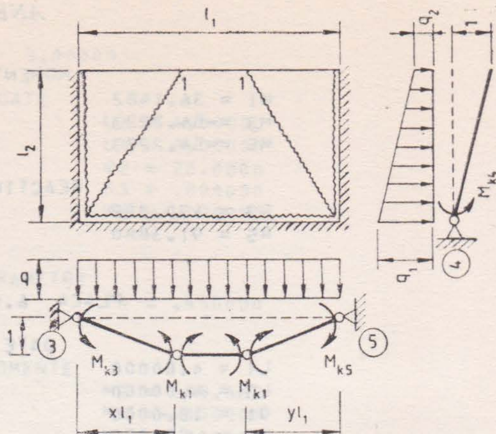


Fig. 21.2

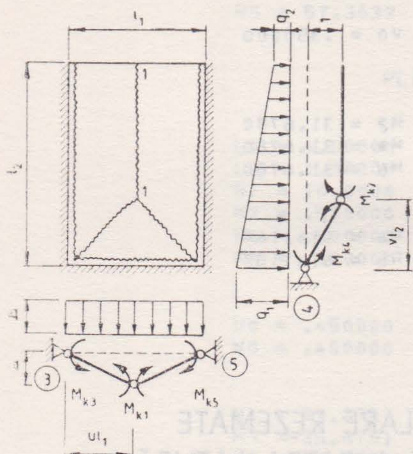


Fig. 21.3

Plăcile de acest tip prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, ale căror configurații sînt trasate în figurile 21.2 și 21.3.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3, Q_4 și Q_5 care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3, 4 și 5 ale plăcilor, precum și pentru forțele nodale F_3, F_4 și F_5 care apar la legăturile dintre porțiunile de placă, ele corespunzînd încărcărilor Q_3, Q_4 și Q_5.

a) *Schema de cedare I* (fig. 21.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{x} + \frac{1 + k_5}{y} + \frac{k_2(x + y) + k_4}{l_0}; \tag{21.1}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24}[4(1 + 2q_0) - (1 + 3q_0)(x + y)]. \tag{21.2}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0 x(1 + 2q_0)}{6} q_1 l_1^2; \tag{21.3}$$

$$Q_4 = \frac{l_0}{6}[3(1 + q_0) - (1 + 2q_0)(x + y)]q_1 l_1^2; \tag{21.4}$$

$$Q_5 = \frac{l_0 y(1 + 2q_0)}{6} q_1 l_1^2. \tag{21.5}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{l_0 x(1 + 3q_0)}{24} q_1 l_1^2 ; \tag{21.6}$$

$$F_4 = \frac{(x + y)M_{k2} + M_{k4}}{l_0 l_1} - \frac{l_0}{12}[2(1 + 2q_0) - (1 + 3q_0)(x + y)]q_1 l_1^2 ; \tag{21.7}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{l_0 y(1 + 3q_0)}{24} q_1 l_1^2. \tag{21.8}$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 21.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{u} + \frac{1 + k_5}{1-u} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 v}; \tag{21.9}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24}[6(1 + q_0) - 4v + v^2(1 - q_0)]. \tag{21.10}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0 u}{6}[3(1 + q_0 - v) + v^2(1 - q_0)]q_1 l_1^2 ; \tag{21.11}$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{6}[3 - v(1 - q_0)]q_1 l_1^2 ; \tag{21.12}$$

$$Q_5 = \frac{l_0(1 - u)}{6}[3(1 + q_0 - v) + v^2(1 - q_0)]q_1 l_1^2. \tag{21.13}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{24}[6(1 + q_0) - 8v + 3v^2(1 - q_0)]q_1 l_1^2 ; \tag{21.14}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{l_0 v l_1} - \frac{l_0 v}{12}[2 - v(1 - q_0)]q_1 l_1^2 ; \tag{21.15}$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u)l_1} - \frac{l_0(1 - u)}{24}[6(1 + q_0) - 8v + 3v^2(1 - q_0)]q_1 l_1^2. \tag{21.16}$$

21.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) Schema de cedare I (fig. 21.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 1, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 < 1, ; \tag{21.17}$$

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_2}{2}$ și deci valorile minime ale parametrilor x și y sînt date de relațiile:

$$x_{min} = y_{min} = \frac{1}{20} int(10 l_0) ; \qquad (21.18)$$

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mari decît $2l_2$ și deci valorile maxime ale parametrilor x și y sînt date de relațiile:

$$x_{max} = y_{max} = \frac{1}{20} int(40 l_0) ; \qquad (21.19)$$

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24);

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul y este mai mic decît 0,5;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul x este mai mic decît 0,5. În acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este y, x;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrii x și y sînt egali între ei, deci $x = y$, și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) Schema de cedare II (fig. 21.3). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît $\frac{1}{4}$, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 > 0{,}25 ; \qquad (21.20)$$

— lungimea vl_2 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_1}{4}$ și deci valoarea minimă a parametrului v este dată de relația

$$v_{min} = \frac{1}{20} int\left(\frac{5}{l_0}\right) ; \qquad (21.21)$$

— lungimea vl_2 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci valoarea maximă a parametrului v este dată de relația

$$v_{max} = \frac{1}{20} int\left(\frac{20}{l_0}\right) ; \qquad (21.22)$$

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}3 l_1$ și nici mai mare decît $0{,}7 l_1$ și deci parametrul u trebuie să satisfacă inegalitățile (18.30);

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul u este mai mic decît 0,5;

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul u este mai mare decît 0,5;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrul u este egal cu 0,5.

21.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 21.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-42-04 listat în anexa 21.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1810 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1811 și 2999.

Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4 şi k_5.

Observaţie. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienţii de influenţă ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează valorile x_0 şi y_0 ale parametrilor x şi y (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile u_0 şi v_0 ale parametrilor u şi v (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} şi M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcţii de armare, şi valorile negative ale momentelor capabile M_{k3}, M_{k4} şi M_{k5} de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacţiunilor R_3, R_4 şi R_5 de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii.

Unităţile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forţe, kN/m^2 pentru forţe pe unitatea de suprafaţă şi kNm pentru momente.

Tabelul 21.1

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	8	8	4
l_2	2	2	2
q_1	10	10	10
q_2	10	0	0
k_2	0,5	0,5	0,5
k_3	1	1	1
k_4	1	1	1
k_5	1	1	1

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 21.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucţiuni DATA, avînd etichetele 2000, 2010, 2020, aşa cum se poate vedea în listarea programului conţinută de anexa 21.1.

În anexa 21.2, sînt reproduce rezultatele obţinute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-04

20 REM *************************************************
30 REM *                                               *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR       *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE    *
60 REM * TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,       *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA         *
80 REM * DISTRIBUITA LINIAR                             *
90 REM *                                               *
100 REM ************************************************
110 REM *                                              *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE  *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI    *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA           *
150 REM *                                              *
160 REM ************************************************
170 REM *                                              *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE   *
200 REM * SUPRAFATA SI KN *M PENTRU MOMENTE            *
210 REM *                                              *
220 REM ************************************************
230 REM *                                              *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT   *
250 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118    *
260 REM *                                              *
270 REM ************************************************

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
310 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
320 PRINT "DISTRIBUITA LINIAR"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
350 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
360 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
390 READ S
400 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S ="; S
410 LET I=1
420 PRINT
430 PRINT
440 PRINT ;TAB(15);"PLACA ";I
450 PRINT
460 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4,K5
470 PRINT;TAB(20);"DATE"
480 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
490 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
500 PRINT;TAB(4);"K2 =";K2;TAB(28);"K3 =";K3
510 PRINT;TAB(4);"K4 =";K4;TAB(28);"K5 =";K5
520 LET L0=L2/L1
530 LET Q0=Q2/Q1
540 IF L0>=1 THEN 800
550 LET J=1
560 LET A2=0
570 LET A3=0
580 LET Y1=INT(10*L0)/20
590 LET X1=Y1
600 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+(K2*(X1+Y1)+K4)/L0
```

```
610 LET N1=L0*(4*(1+2*Q0)-(1+3*Q0)*(X1+Y1))
620 LET N1=N1/(24*N2)
630 LET A1=N1*Q1*L1^3
640 IF A2>=A1 THEN 720
650 LET A2=A1
660 LET X2=X1
670 LET Y2=Y1
680 IF X1+Y1>0.99 THEN 720
690 IF K3<K5 THEN 1500
700 IF K3>K5 THEN 1530
710 IF Y1<0.49 THEN 1620
720 IF A3>=A2 THEN 790
730 LET A3=A2
740 LET X3=X2
750 LET Y3=Y2
760 LET A2=0
770 IF K3<K5 THEN 1560
780 IF K3>K5 THEN 1610
790 IF L0<=0.25 THEN 1040
800 LET J=2
810 LET B2=0
820 LET B3=0
830 LET U1=0.5
840 LET V1=INT(5/L0)/20
850 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+(K2+K4)/(V1*L0)
860 LET N1=L0*(6*(1+Q0)-4*V1+(1-Q0)*V1^2)
870 LET N1=N1/(24*N2)
880 LET B1=N1*Q1*L1^3
890 IF B2>=B1 THEN 950
900 LET B2=B1
910 LET U2=U1
920 LET V2=V1
930 IF V1>0.99 THEN 950
940 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 1650
950 IF B3>=B2 THEN 1020
960 LET B3=B2
970 LET U3=U2
980 LET V3=V2
990 LET B2=0
1000 IF K3<K5 THEN 1670
1010 IF K3>K5 THEN 1700
1020 IF L0>=1 THEN 1730
1030 IF A3<B3 THEN 1730
1040 LET J=1
1050 LET M1=A3
1060 LET X0=X3
1070 LET Y0=Y3
1080 LET M2=K2*M1
1090 LET M3=-K3*M1
1100 LET M4=-K4*M1
1110 LET M5=-K5*M1
1120 PRINT
1130 PRINT;TAB(18);"PARAMETRI"
1140 IF J=2 THEN 1780
1150 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
1160 PRINT
1170 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
1180 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1190 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1200 PRINT;TAB(4);"M5 =";M5
1210 IF J=2 THEN 1320
1220 LET Q3=(1+2*Q0)*L0*X0*Q1*L1^2/6
1230 LET E3=(1+3*Q0)*L0*X0*Q1*L1^2/24
1240 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
```

```
1250 LET Q4=(3*(1+Q0)-(X0+Y0)*(1+2*Q0))*L0*Q1*L1^2/6
1260 LET E4=(2*(1+2*Q0)-(X0+Y0)*(1+3*Q0))*L0*Q1*L1^2/12
1270 LET F4=(M2*(X0+Y0)-M4)/L2-E4
1280 LET Q5=(1+2*Q0)*L0*Y0*Q1*L1^2/6
1290 LET E5=(1+3*Q0)*L0*Y0*Q1*L1^2/24
1300 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1310 IF J=1 THEN 1410
1320 LET Q3=(3*(1+Q0-V0)+(1-Q0)*V0^2)*L0*U0*Q1*L1^2/6
1330 LET E3=(6*(1+Q0)-8*V0+3*(1-Q0)*V0^2)*L0*U0*Q1*L1^2/24
1340 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1350 LET Q4=(3-V0*(1-Q0))*L0*V0*Q1*L1^2/6
1360 LET E4=(2-V0*(1-Q0))*L0*V0*Q1*L1^2/12
1370 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1380 LET Q5=(1-U0)*Q3/U0
1390 LET E5=(1-U0)*E3/U0
1400 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1410 LET R3=Q3+F3
1420 LET R4=Q4+F4
1430 LET R5=Q5+F5
1440 PRINT
1450 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1460 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
1470 PRINT;TAB(4);"R5 =";R5
1480 IF I<S THEN 1800
1490 GOTO 3000
1500 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 720
1510 LET Y1=Y1+0.05
1520 GOTO 600
1530 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 720
1540 LET X1=X1+0.05
1550 GOTO 600
1560 IF X1>0.49 THEN 790
1570 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1580 LET X1=X1+0.05
1590 LET Y1=X1
1600 GOTO 600
1610 IF Y1>0.49 THEN 790
1620 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1630 LET Y1=Y1+0.05
1640 GOTO 590
1650 LET V1=V1+0.05
1660 GOTO 850
1670 IF U1<0.31 THEN 1020
1680 LET U1=U1-0.05
1690 GOTO 840
1700 IF U1>0.69 THEN 1020
1710 LET U1=U1+0.05
1720 GOTO 840
1730 LET J=2
1740 LET M1=B3
1750 LET U0=U3
1760 LET V0=V3
1770 GOTO 1080
1780 PRINT;TAB(4);"U0 =";U0;TAB(28);"V0 =";V0
1790 GOTO 1160
1800 LET I=I+1
1810 GOTO 420
2000 DATA 3
2010 DATA 8,2,10,10,0.5,1,1,1
2020 DATA 8,2,10,0,0.5,1,1,1
2030 DATA 4,2,10,0,0.5,1,1,1
3000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,
SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA
DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

          NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000

                 PLACA  1.00000

                      DATE
     L1 = 8.00000               L2 = 2.00000
     Q1 = 10.0000               Q2 = 10.0000
     K2 = .500000               K3 = 1.00000
     K4 = 1.00000               K5 = 1.00000
                   PARAMETRI
     X0 = .450000               Y0 = .450000
                    MOMENTE
     M1 = 30.4992               M2 = 15.2496
     M3 =-30.4992               M4 =-30.4992
     M5 =-30.4992
                   REACTIUNI
     R3 = 40.9440               R4 = 78.1119
     R5 = 40.9440

                 PLACA  2.00000
                      DATE
     L1 = 8.00000               L2 = 2.00000
     Q1 = 10.0000               Q2 = .000000
     K2 = .500000               K3 = 1.00000
     K4 = 1.00000               K5 = 1.00000
                   PARAMETRI
     X0 = .500000               Y0 = .500000
                    MOMENTE
     M1 = 11.4286               M2 = 5.71430
     M3 =-11.4286               M4 =-11.4286
     M5 =-11.4286

                   REACTIUNI
     R3 = 15.7143               R4 = 48.5715
     R5 = 15.7143
```

```
                    PLACA   3.00000

                         DATE
L1 = 4.00000                     L2 = 2.00000
Q1 = 10.0000                     Q2 = .000000
K2 = .500000                     K3 = 1.00000
K4 = 1.00000                     K5 = 1.00000

                       PARAMETRI
U0 = .500000                     V0 = .550000

                        MOMENTE
M1 = 4.06553                     M2 = 2.03277
M3 =-4.06553                     M4 =-4.06553
M5 =-4.06553

                       REACTIUNI
R3 = 10.9031                     R4 = 18.1939
R5 = 10.9030
```

22. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ PARALELĂ CU LATURA LIBERĂ, DISTRIBUITE UNIFORM

22.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi l_1 și l_2, rezemată pe cele două laturi de lungime l_2 și pe una dintre laturile de lungime l_1, cealaltă latură de lungime l_1 fiind liberă. Reazemele de pe direcția deschiderii l_1 sînt notate cu 3 și 5, iar reazemul de pe direcția deschiderii l_2 este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea q_1 (kN/m²) și de o încărcare liniară distribuită uniform pe o linie de lungime l_1, paralelă cu latura liberă, avînd intensitatea q_2 (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 22.1.

Plăcile de acest tip prezintă două scheme distincte de cedare, notate cu I și II, ale căror configurații sînt cele trasate în figurile 21.2, și 21.3. Cea de a doua schemă de cedare prezintă două variante, în funcție de poziția încărcării liniare față de liniile de curgere ale acestei scheme, notate cu II1 și II2. Varianta II1 este caracterizată prin inegalitatea $l_3 \leqslant vl_2$ (fig. 22.3), iar varianta II2 este caracterizată prin inegalitatea $l_3 > vl_2$ (fig. 22.4).

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3, Q_4 și Q_5 care acționează pe porțiunile de placă delimitate de

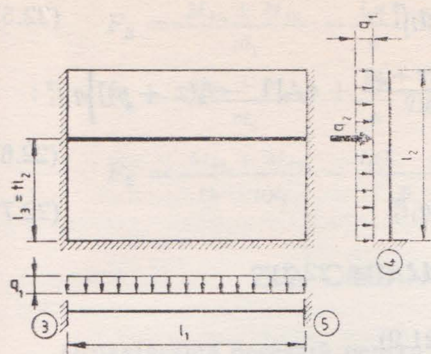


Fig. 22.1

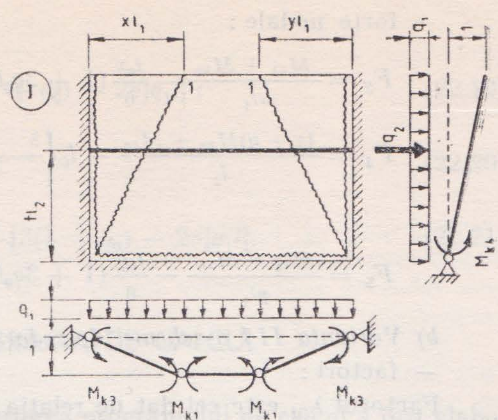


Fig. 22.2

liniile de curgere aferente reazemelor 3, 4 și 5, și pentru forțele nodale F_3, F_4 și F_5 care apar la legăturile dintre aceste porțiuni, corespunzătoare încărcărilor Q_3, Q_4 și Q_5.

a) Schema de cedare I (fig. 22.2)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (21.1).

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\{3 - x - y + 3q_0l_0[2 - l_0(x + y)]\}. \tag{22.1}$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0x\left(\frac{1}{2} + q_0l_0\right)q_1l_1^2; \tag{22.2}$$

$$Q_4 = l_0\left\{\frac{2 - x - y}{2} + q_0[1 - l_0(x + y)]\right\}q_1l_1^2; \tag{22.3}$$

$$Q_5 = l_0y\left(\frac{1}{2} + q_0l_0\right)q_1l_1^2. \tag{22.4}$$

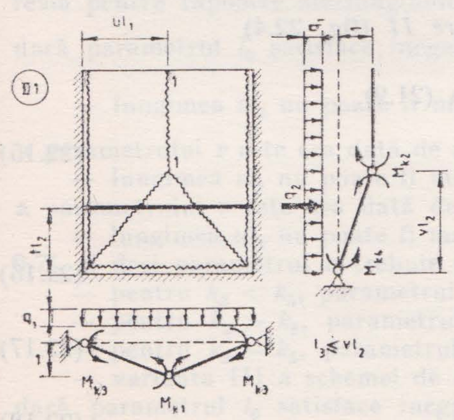


Fig. 22.3

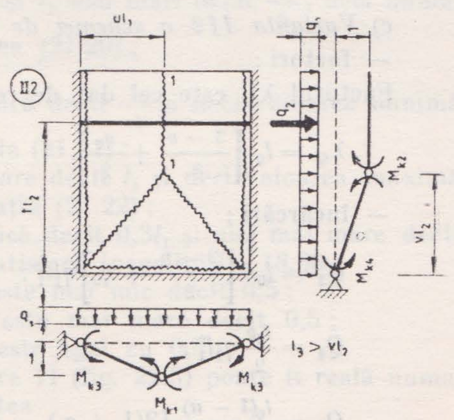


Fig. 22.4

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{l_0 x}{6}(1 + 3q_0 l_0^2) q_1 l_1^2 ; \qquad (22.5)$$

$$F_4 = \frac{(x+y)M_{k2} + M_{k3}}{l_2} - l_0 \left\{ \frac{3 - 2(x+y)}{6} + q_0 l_0 [1 - l_0(x+y)] \right\} q_1 l_1^2 ; \qquad (22.6)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{yl_1} - \frac{l_0 y}{6}(1 + 3q_0 l_0^2) q_1 l_1^2. \qquad (22.7)$$

b) Varianta II1 a schemei de cedare II (fig. 22.3)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (21.9).

$$\lambda_Q = l_0 \left[\frac{3 - v}{6} + \frac{q_0 l_0 (2v - t_0)}{2v^2} \right]. \qquad (22.8)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[\frac{2 - v}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2 ; \qquad (22.9)$$

$$Q_4 = l_0 \left[\frac{v}{2} + \frac{q_0 (v - t_0)}{v} \right] q_1 l_1^2 ; \qquad (22.10)$$

$$Q_5 = l_0 (1 - u) \left[\frac{2 - v}{2} + \frac{q_0 t_0}{v} \right] q_1 l_1^2. \qquad (22.11)$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{2} \left[\frac{3 - 2v}{3} + \frac{q_0 l_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2 ; \qquad (22.12)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - l_0 \left[\frac{v}{6} + \frac{q_0 l_0 (v - t_0)}{v^2} \right] q_1 l_1^2 ; \qquad (22.13)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u) l_1} - \frac{l_0 (1 - u)}{2} \left[\frac{3 - 2v}{3} + \frac{q_0 l_0^2}{v^2} \right] q_1 l_1^2. \qquad (22.14)$$

c) Varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 22.4)

— factori :

Factorul λ_M este cel dat de relația (21.9).

$$\lambda_Q = l_0 \left[\frac{3 - v}{6} + \frac{q_0}{2} \right]. \qquad (22.15)$$

— încărcări :

$$Q_3 = l_0 u \left[\frac{2 - v}{2} + q_0 \right] q_1 l_1^2 ; \qquad (22.16)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 v}{2} q_1 l_1^2 ; \qquad (22.17)$$

$$Q_5 = \frac{l_0 (1 - u)}{2} [2(1 + q_0) - v] q_1 l_1^2. \qquad (22.18)$$

— forțe nodale:

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{ul_1} - \frac{l_0 u}{6}[3(1 + q_0) - 2v]q_1 l_1^2; \quad (22.19)$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{vl_2} - \frac{l_0 v}{6} q_1 l_1^2; \quad (22.20)$$

$$F_5 = \frac{M_{k1} + M_{k5}}{(1 - u)l_1} - \frac{l_0(1 - u)}{6}[3(1 + q_0) - 2v]q_1 l_1^2. \quad (22.21)$$

22.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă:

a) Schema de cedare I (fig. 22.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 1, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (21.17);

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mici decît $\frac{l_2}{2}$ și deci valorile minime ale parametrilor x și y sînt cele date de relațiile (21.18);

— lungimile xl_1 și yl_1 nu pot fi mai mari decît $2l_2$ și deci valorile maxime ale parametrilor x și y sînt cele date de relațiile (21.19);

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24);

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul y este mai mic decît parametrul x;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul x este mai mic decît parametrul y; în acest caz, ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este y, x;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrii x și y sînt egali între ei, deci $x = y$, și nu pot depăși valoarea 0,5.

b) Schema de cedare II (fig. 22.3 și 22.4). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît $\frac{1}{4}$, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (21.20);

— lungimea vl_2 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_1}{4}$ și deci valoarea minimă a parametrului v este cea dată de relația (21.21);

— lungimea vl_2 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci valoarea maximă a parametrului v este cea dată de relația (21.22);

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}3l_1$ și nici mai mare decît $0{,}7l_1$ și deci parametrul u trebuie să satisfacă inegalitățile 18.30;

— pentru $k_3 < k_5$, parametrul u este mai mic decît 0,5;

— pentru $k_3 > k_5$, parametrul u este mai mare decît 0,5;

— pentru $k_3 = k_5$, parametrul u este egal cu 0,5;

— varianta II1 a schemei de cedare II (fig. 22.3) poate fi reală numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 \leqslant v; \quad (22.22)$$

— varianta II2 a schemei de cedare II (fig. 22.4) poate fi reală numai dacă parametrul t_0 satisface inegalitatea

$$t_0 > v. \tag{22.23}$$

22.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 22.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-42-05 listat în anexa 22.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2280 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2281 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : q_1, q_2, l_1, l_2, l_3, k_2, k_3, k_4 și k_5.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile x_0 și y_0 ale parametrilor x și y (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I) sau valorile u_0 și v_0 ale parametrilor u și v (dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II) ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3}, M_{k4} și M_{k5} de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3, R_4 și R_5 de pe cele trei laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m² pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 22.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 22.1.

În anexa 22.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

Tabelul 22.1

Date	Placa		
	1	2	3
q_1	10	10	10
q_2	15	15	15
l_1	8	5	4
l_2	2	4	6
l_3	2	2	3
k_2	0,5	0,5	0,5
k_3	0	1	1
k_4	2	1	1
k_5	0	1	1

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-05
20 REM *********************************************************
30 REM *                                                       *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR              *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE           *
60 REM * TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,              *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE          *
80 REM * O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA LIBERA,        *
90 REM * DISTRIBUITE UNIFORM                                   *
100 REM *                                                      *
110 REM ********************************************************
120 REM *                                                      *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE         *
140 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI           *
150 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA                   *
160 REM *                                                      *
170 REM ********************************************************
180 REM *                                                      *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU       *
200 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE              *
210 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE        *
220 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                     *
230 REM *                                                      *
240 REM ********************************************************
250 REM *                                                      *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT          *
270 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118           *
280 REM *                                                      *
290 REM ********************************************************
300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
310 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
320 PRINT "PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
330 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI"
340 PRINT "DE O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA"
350 PRINT "LIBERA, DISTRIBUITE UNIFORM"
360 PRINT
370 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
380 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,"
390 PRINT "KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA"
400 PRINT "SI KN*M PENTRU MOMENTE"
410 PRINT
420 PRINT
430 DIM B(3,2),U(3,2),V(3,2)
440 READ S
450 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
460 LET I=1
470 PRINT
480 PRINT
490 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
500 PRINT
510 READ Q1,Q2,L1,L2,L3,K2,K3,K4,K5
520 PRINT;TAB(20);"DATE"
530 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
540 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
550 PRINT;TAB(4);"L3 =";L3;TAB(28);"K2 =";K2
560 PRINT;TAB(4);"K3 =";K3;TAB(28);"K4 =";K4
570 PRINT;TAB(4);"K5 =";K5
580 LET L0=L2/L1
590 LET T0=L3/L2
600 LET Q0=Q2/(Q1*L2)
```

```
610 LET A3=0
620 IF L0>=1 THEN 870
630 LET J=1
640 LET A2=0
650 LET Y1=INT(10*L0)/20
660 LET X1=Y1
670 LET N2=(1+K3)/X1+(1+K5)/Y1+(K2*(X1+Y1)+K4)/L0
680 LET N1=L0*(3*(1+2*Q0*T0)-(X1+Y1)*(1+3*Q0*T0^2))
690 LET N1=N1/(6*N2)
700 LET A1=N1*Q1*L1^3
710 IF A2>=A1 THEN 790
720 LET A2=A1
730 LET X2=X1
740 LET Y2=Y1
750 IF X1+Y1>0.99 THEN 790
760 IF K3<K5 THEN 1770
770 IF K3>K5 THEN 1800
780 IF Y1<0.49 THEN 1890
790 IF A3>=A2 THEN 860
800 LET A3=A2
810 LET X3=X2
820 LET Y3=Y2
830 LET A2=0
840 IF K3<K5 THEN 1830
850 IF K3>K5 THEN 1880
860 IF L0<=0.25 THEN 2150
870 LET J=2
880 LET B2=0
890 LET B3=0
900 LET B(3,1)=0
910 LET B(3,2)=0
920 LET U1=0.5
930 IF L0>=1 THEN 1920
940 LET V1=INT(5/L0)/20
950 IF J<3 THEN 1950
960 LET N2=(1+K3)/U1+(1+K5)/(1-U1)+(K2+K4)/(L0*V1)
970 IF J>2 THEN 1980
980 LET N1=L0*((3-V1)/6+Q0*T0*(2*V1-T0)/(2*V1^2))/N2
990 LET B1=N1*Q1*L1^3
1000 IF B2>=B1 THEN 1070
1010 LET B2=B1
1020 LET U2=U1
1030 LET V2=V1
1040 IF V1>0.99 THEN 1070
1050 IF J>2 THEN 2000
1060 IF V1<INT(20/L0)/20 THEN 2020
1070 IF B3>=B2 THEN 1140
1080 LET B3=B2
1090 LET U3=U2
1100 LET V3=V2
1110 LET B2=0
1120 IF K3<K5 THEN 2040
1130 IF K3>K5 THEN 2070
1140 IF J<3 THEN 2100
1150 LET B(3,2)=B3
1160 LET U(3,2)=U3
1170 LET V(3,2)=V3
1180 IF A3<B(3,1) THEN 1200
1190 IF A3>=B(3,2) THEN 2150
1200 IF B(3,1)>=B(3,2) THEN 2200
1210 LET J=3
1220 LET M1=B(3,2)
```

```
1230 LET U0=U(3,2)
1240 LET V0=V(3,2)
1250 LET M2=K2*M1
1260 LET M3=-K3*M1
1270 LET M4=-K4*M1
1280 LET M5=-K5*M1
1290 PRINT
1300 PRINT;TAB(18);"PARAMETRI"
1310 IF J<2 THEN 2250
1320 PRINT;TAB(4);"U0 =";U0;TAB(28);"V0 =";V0
1330 PRINT
1340 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
1350 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1360 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1370 PRINT;TAB(4);"M5 =";M5
1380 IF J>1 THEN 1500
1390 LET Q3=(1/2+Q0*T0)*L0*X0*Q1*L1^2
1400 LET E3=(1+3*Q0*T0^2)*L0*X0*Q1*L1^2/6
1410 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1420 LET Q4=((2-X0-Y0)/2+Q0*(1-T0*(X0+Y0)))*L0*Q1*L1^2
1430 LET E4=(3-2*(X0+Y0))/6+Q0*T0*(1-T0*(X0+Y0))
1440 LET E4=E4*L0*Q1*L1^2
1450 LET F4=((X0+Y0)*M2-M4)/L2-E4
1460 LET Q5=(1/2+Q0*T0)*L0*Y0*Q1*L1^2
1470 LET E5=(1+3*Q0*T0^2)*L0*Y0*Q1*L1^2/6
1480 LET F5=(M1-M5)/(Y0*L1)-E5
1490 IF J<2 THEN 1680
1500 IF J>2 THEN 1590
1510 LET Q3=((2-V0)/2+Q0*T0/V0)*L0*U0*Q1*L1^2
1520 LET E3=(3-2*V0+3*Q0*T0^2/(V0^2))*L0*U0*Q1*L1^2/6
1530 LET Q4=(V0/2+Q0*(V0-T0)/V0)*L0*Q1*L1^2
1540 LET E4=(V0/6+Q0*T0*(V0-T0)/(V0^2))*L0*Q1*L1^2
1550 LET Q5=(1-U0)*((2-V0)/2+Q0*T0/V0)*L0*Q1*L1^2
1560 LET E5=(1-U0)*(3-2*V0+3*Q0*T0^2/(V0^2))
1570 LET E5=E5*L0*Q1*L1^2/6
1580 IF J<3 THEN 1650
1590 LET Q3=((2-V0)/2+Q0)*L0*U0*Q1*L1^2
1600 LET E3=(3*(1+Q0)-2*V0)*L0*U0*Q1*L1^2/6
1610 LET Q4=L0*V0*Q1*L1^2/2
1620 LET E4=Q4/3
1630 LET Q5=(1-U0)*(2*(1+Q0)-V0)*L0*Q1*L1^2/2
1640 LET E5=(1-U0)*(3*(1+Q0)-2*V0)*L0*Q1*L1^2/6
1650 LET F3=(M1-M3)/(U0*L1)-E3
1660 LET F4=(M2-M4)/(V0*L2)-E4
1670 LET F5=(M1-M5)/((1-U0)*L1)-E5
1680 LET R3=Q3+F3
1690 LET R4=Q4+F4
1700 LET R5=Q5+F5
1710 PRINT
1720 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1730 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
1740 PRINT;TAB(4);"R5 =";R5
1750 IF I<5 THEN 2270
1760 GOTO 4000
1770 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1780 LET Y1=Y1+0.05
1790 GOTO 670
1800 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 790
1810 LET X1=X1+0.05
1820 GOTO 670
1830 IF X1>0.49 THEN 860
1840 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 860
```

```
1850 LET X1=X1+0.05
1860 LET Y1=X1
1870 GOTO 670
1880 IF Y1>0.49 THEN 860
1890 IF Y1=INT(40*L0)/20 THEN 860
1900 LET Y1=Y1+0.05
1910 GOTO 660
1920 IF T0<INT(20/L0)/20 THEN 940
1930 LET J=3
1940 GOTO 940
1950 IF T0<V1 THEN 960
1960 LET V1=INT(20*T0)/20+0.05
1970 GOTO 960
1980 LET N1=L0*((3-V1)/6+Q0/2)/N2
1990 GOTO 990
2000 IF V1<INT(20*T0)/20-0.05 THEN 1060
2010 GOTO 1070
2020 LET V1=V1+0.05
2030 GOTO 960
2040 IF U1<0.31 THEN 1140
2050 LET U1=U1-0.05
2060 GOTO 940
2070 IF U1>0.69 THEN 1140
2080 LET U1=U1+0.05
2090 GOTO 940
2100 LET B(3,1)=B3
2110 LET U(3,1)=U3
2120 LET V(3,1)=V3
2130 IF T0<=INT(5/L0)/20 THEN 1180
2140 GOTO 1930
2150 LET J=1
2160 LET M1=A3
2170 LET X0=X3
2180 LET Y0=Y3
2190 GOTO 1250
2200 LET J=2
2210 LET M1=B(3,1)
2220 LET U0=U(3,1)
2230 LET V0=V(3,1)
2240 GOTO 1250
2250 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0
2260 GOTO 1330
2270 LET I=I+1
2280 GOTO 470
3000 DATA 3
3010 DATA 10,15,8,2,2,0.5,0.2,0
3020 DATA 10,15,5,4,2,0.5,1,1,1
3030 DATA 10,15,4,6,3,0.5,1,1,1
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,
SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA SI
DE O INCARCARE LINIARA PARALELA CU LATURA
LIBERA, DISTRIBUITE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE LUNGIME,
KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE SUPRAFATA
SI KN*M PENTRU MOMENTE

      NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000

              PLACA  1.00000

                   DATE
      Q1 = 10.0000            Q2 = 15.0000
      L1 = 8.00000            L2 = 2.00000
      L3 = 2.00000            K2 = .500000
      K3 = .000000            K4 = 2.00000
      K5 = .000000

                 PARAMETRI
      X0 = .300000            Y0 = .300000

                  MOMENTE
      M1 = 74.6214            M2 = 37.3107
      M3 =-.000000            M4 =-149.243
      M5 =-.000000

                 REACTIUNI
      R3 = 65.0923            R4 = 149.814
      R5 = 65.0923

              PLACA  2.00000

                   DATE
      Q1 = 10.0000            Q2 = 15.0000
      L1 = 5.00000            L2 = 4.00000
      L3 = 2.00000            K2 = .500000
      K3 = 1.00000            K4 = 1.00000
      K5 = 1.00000

                 PARAMETRI
      U0 = .500000            V0 = .600000

                  MOMENTE
      M1 = 52.3409            M2 = 26.1705
      M3 =-52.3409            M4 =-52.3409
      M5 =-52.3409

                 REACTIUNI
      R3 = 100.102            R4 = 74.7966
      R5 = 100.102
```

```
                    PLACA  3.00000
                         DATE
Q1 = 10.0000                     Q2 = 15.0000
L1 = 4.00000                     L2 = 6.00000
L3 = 3.00000                     K2 = .500000
K3 = 1.00000                     K4 = 1.00000
K5 = 1.00000
                      PARAMETRI
U0 = .500000                     V0 = .550000
                       MOMENTE
M1 = 52.0471                     M2 = 26.0236
M3 =-52.0471                     M4 =-52.0471
M5 =-52.0471
                      REACTIUNI
R3 = 115.923                     R4 = 68.1537
R5 = 115.923
```

23. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE DOUĂ LATURI ADIACENTE ȘI LIBERE PE CELELALTE DOUĂ LATURI SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ PE LUNGIMILE CELOR DOUĂ LATURI LIBERE, DISTRIBUITE UNIFORM

23.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi l_1 și l_2, rezemată pe două laturi adiacente și liberă pe celelalte două laturi. Reazemul de pe direcția deschiderii l_1 este notat cu 3 iar reazemul de pe direcția deschiderii l_2 este notat cu 4. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea de calcul q_1 (kN/m^2) și de o încărcare liniară distribuită uniform în lungul celor două laturi libere, avînd intensitatea de calcul q_2 (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 23.1.

Plăcile de acest tip prezintă patru scheme distincte de cedare, notate cu I, II, III și IV, ale căror configurații sînt trasate în figurile 23.2, *a-d*. Aceste scheme permit determinarea valorilor momentelor capabile pozitive și negative ale plăcilor, pe cele două direcții de armare. Fiecare dintre ele conține însă o porțiune de placă situată în unghiul format de cele două laturi rezemate,

care rămîne imobilă în cadrul mecanismului corespunzător schemei de cedare respective. Ca urmare, reacțiunile de pe reazemele plăcilor, în cadrul schemelor de cedare din figurile 23.2, *a—d*, sînt nedeterminate din punct de vedere static. Pentru înlăturarea acestui inconvenient se recurge la comasarea schemelor de cedare I și III și a schemelor de cedare II și IV în cîte o schemă simplificată, rezultînd în acest fel două scheme simplificate de cedare, notate cu *A* și *B*, ale căror configurații sînt trasate în figurile 23.3, *a* și 23.3, *b*. În cadrul schemelor *A* și *B*, reacțiunile de pe reazeme apar static determinate. Mărimile reacțiunilor obținute pe baza acestor scheme, deși sînt aproximative, sînt acceptabile din punct de vedere practic.

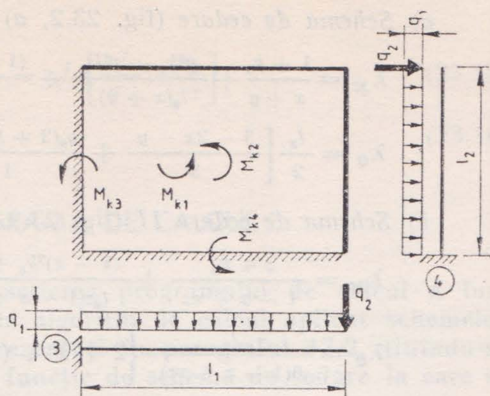
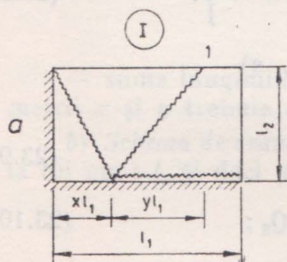
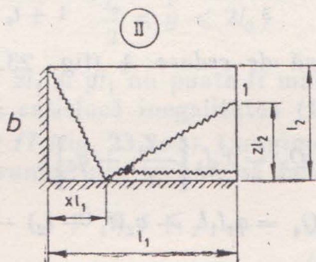
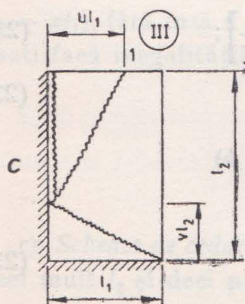


Fig. 23.1

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1 pentru calculul în domeniul plastic al unor astfel de plăci, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite pe baza schemelor de cedare I—IV pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), precum și expresiile stabilite pe baza schemelor simplificate de cedare *A* și *B* atît pentru încărcările Q_3 și Q_4 care acționează pe cele două porțiuni de placă delimitate de linia de curgere din cîmp, aferente reazemelor 3 și 4, cît și pentru forțele nodale F_3 și F_4 care apar la legătura dintre aceste porțiuni.







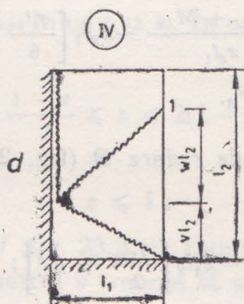
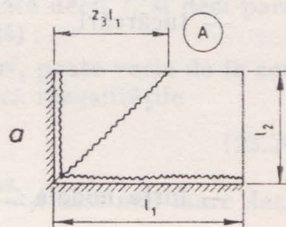


Fig. 23.2



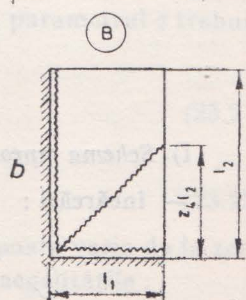


Fig. 23.3

a) *Schema de cedare* (fig. 23.2, *a*)

$$\lambda_M = \frac{1 + k_3}{x + y} + \frac{y^2 k_2 + x^2 k_4}{l_0(x + y)} + \frac{(1 - x)k_4}{l_0}; \tag{23.1}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left[\frac{3 - 2x - y}{3} + \frac{q_0(2 + l_0 - x - y)}{1 + l_0}\right]. \tag{23.2}$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 23.2, *b*)

$$\lambda_M = \frac{z + k_3}{1 - x + xz} + \frac{(1 - x)^2 k_2 + x^2 z k_4}{l_0 z(1 - x + xz)} + \frac{(1 - x)k_4}{l_0 z}; \tag{23.3}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6(1 - x + xz)}\left\{2 - x + (1 - z)(1 - x)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{3q_0[1 + l_0(2 - x - z + xz)]}{1 + l_0}\right\}. \tag{23.4}$$

c) *Schema de cedare III* (fig. 23.2, *c*)

$$\lambda_M = \frac{(1 - v)^2 + uv^2 k_3}{u(1 - v + uv)} + \frac{(1 - v)k_3}{u} + \frac{uk_2 + k_4}{l_0(1 - v + uv)}; \tag{23.5}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6(1 - v + uv)}\left[2 - v + (1 - u)(1 - v)^2 + \frac{3q_0(2 + l_0 - u - v + uv)}{1 + l_0}\right]. \tag{23.6}$$

d) *Schema de cedare IV* (fig. 23.2, *d*)

$$\lambda_M = \frac{w^2 + v^2 k_3}{v + w} + (1 - v)k_3 + \frac{k_2 + k_4}{l_0(v + w)}; \tag{23.7}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}\left\{\frac{3 - 2v - w}{3} + \frac{q_0[1 + l_0(2 - v - w)]}{1 + l_0}\right\}. \tag{23.8}$$

e) *Schema aproximativă de cedare A* (fig. 23.3, *a*)

— încărcări

$$Q_3 = x_3 l_1\left[\frac{q_1 l_2}{2} + q_2\right]; \tag{23.9}$$

$$Q_4 = q_1 l_1 l_2 + q_2(l_1 + l_2) - Q_3; \tag{23.10}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x_3 l_1} - x_3 l_1\left[\frac{q_1 l_2}{6} + \frac{q_2}{2}\right]; \tag{23.11}$$

$$F_4 = -F_3. \tag{23.12}$$

f) *Schema aproximativă de cedare B* (fig. 23.3, *b*)

— încărcări :

$$Q_4 = z_4 l_2\left[\frac{q_1 l_1}{2} + q_2\right]; \tag{23.13}$$

$$Q_3 = q_1 l_1 l_2 + q_2(l_1 + l_2) - Q_4; \tag{23.14}$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z_4 l_2} - z_4 l_2 \left[\frac{q_1 l_1}{6} + \frac{q_2}{2} \right]; \quad (23.15)$$

$$F_3 = -F_4. \quad (23.16)$$

23.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al doilea algoritm de calcul aplicat schemelor aproximative de cedare A și B, prezentați în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

a) Schema de cedare I (fig. 23.2, *a*). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 < 2 ; \quad (23.17)$$

— lungimea xl_1 poate varia de la zero la cel mult $l_1 - \frac{l_2}{2}$ și deci parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leqslant x \leqslant 1 - \frac{l_0}{2}; \quad (23.18)$$

— lungimea yl_1 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_2}{2}$ și nici mai mare decît $2l_2$ și deci parametrul y trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{l_0}{2} \leqslant y \leqslant 2l_0 ; \quad (23.19)$$

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24) ;

b) Schema de cedare II (fig. 23.2, *b*). Lungimea xl_1 poate varia de la zero la cel mult l_1 și deci parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leqslant x \leqslant 1. \quad (23.20)$$

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_1 - xl_1}{2}$ și nici mai mare decît $2(l_1 - xl_1)$, fără însă a depăși lungimea l_2. În consecință, parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{1 - x}{2} \leqslant z \leqslant 2(1 - x) \quad (23.21)$$

și

$$z \leqslant 1 ; \quad (23.22)$$

c) Schema de cedare III (fig. 23.2, *c*). Lungimea vl_2 poate varia de la zero la cel mult l_2 și deci parametrul v trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0 \leqslant v \leqslant 1 ; \quad (23.23)$$

— lungimea ul_1 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_2 - vl_2}{2}$ și nici mai mare decît $2(l_2 - vl_2)$, fără însă a depăși lungimea l_1. În consecință, parametrul u trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{l_0(1-v)}{2} \leqslant u \leqslant 2l_0(1-v) \tag{23.24}$$

și

$$u \leqslant 1. \tag{23.25}$$

d) Schema de cedare IV (fig. 23.2, *d*). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît 0,5, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 > 0{,}5, \tag{23.26}$$

— lungimea vl_2 poate varia de la zero la cel mult $l_2 - \frac{l_1}{2}$ și deci parametrul v trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0 \leqslant v \leqslant 1 - \frac{1}{2l_0}, \tag{23.27}$$

— lungimea wl_2 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_1}{2}$ și nici mai mare decît $2l_1$ și deci parametrul w trebuie să satisfacă inegalitățile

$$\frac{1}{2l_0} \leqslant w \leqslant \frac{2}{l_0}. \tag{23.28}$$

— suma lungimilor vl_2 și wl_2 nu poate fi mai mare decît l_2 și deci parametrii v și w trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29).

e) Schema aproximativă de cedare A (fig. 23.3, *a*). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît 2, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (23.17) ;

— lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_2}{2}$ și nici mai mare decît $2l_2$, fără însă a depăși lungimea l_1. În consecință parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$\frac{l_0}{2} \leqslant x \leqslant 2l_0\,; \tag{23.29}$$

și

$$x \leqslant 1. \tag{23.30}$$

f) Schema aproximativă de cedare B (fig. 23.3, *b*). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît 0,5, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea (23.26) ;

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_1}{2}$ și nici mai mare decît $2l_1$, fără însă a depăși lungimea l_2. În consecință, parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$\frac{1}{2l_0} \leqslant z \leqslant \frac{2}{l_0} \tag{23.31}$$

și

$$z \leqslant 1. \tag{23.32}$$

23.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 23.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1, s-a obținut *programul de calcul EP*-42-06 listat în anexa 23.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2840 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2841 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3 și k_4.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă programul furnizează :

— valorile x_0 și y_0 ale parametrilor x și y dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, valorile x_0 și z_0 ale parametrilor x și z dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II, valorile u_0 și v_0 ale parametrilor u și v dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare III sau valorile v_0 și w_0 ale parametrilor v și w dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare IV ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3} și M_{k4} de pe cele două laturi rezemate ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3 și R_4 de pe cele două laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m pentru forțe pe unitatea de lungime, kN/m^2 pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 23.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 23.1.

Tabelul 23.1

Date	Placa 1	Placa 2	Placa 3
l_1	8	4	3
l_2	2	4	6
q_1	10	10	10
q_2	0	5	5
k_2	2	1	1
k_3	2	2	2
k_4	4	2	1

În anexa 23.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-06
20 REM **********************************************
30 REM *                                            *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR   *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE *
60 REM * DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE CELELALTE *
70 REM * DOUA LATURI. SOLICITATE DE O INCARCARE DE  *
80 REM * SUPRAFATA SI DE O INCARCARE LINIARA PE     *
90 REM * LUNGIMILE LATURILOR LIBERE. DISTRIBUITE UNIFORM*
100 REM *                                           *
110 REM *********************************************
120 REM *                                           *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
140 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI *
150 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA        *
160 REM *                                           *
170 REM *********************************************
180 REM *                                           *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
200 REM * FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE   *
210 REM * LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
220 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE          *
230 REM *                                           *
240 REM *********************************************
250 REM *                                           *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
270 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118   *
280 REM *                                           *
290 REM *********************************************
300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
310 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
320 PRINT "PE DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE"
330 PRINT "CELELALTE DOUA LATURI. SOLICITATE DE O"
340 PRINT "INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE"
350 PRINT "LINIARA PE LUNGIMILE LATURILOR LIBERE,"
360 PRINT "DISTRIBUITE UNIFORM"
370 PRINT
380 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
390 PRINT "FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
400 PRINT "LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
410 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
420 PRINT
430 PRINT
440 DIM X(3.2).V(3.2)
450 READ S
460 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
470 LET I=1
480 PRINT
490 PRINT
500 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
510 PRINT
520 READ L1.L2.Q1.Q2.K2.K3.K4
530 PRINT;TAB(20);"DATE"
540 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
550 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
560 PRINT;TAB(4);"K2 =";K2;TAB(28);"K3 =";K3
570 PRINT;TAB(4);"K4 =";K4
580 LET L0=L2/L1
590 LET Q0=Q2*(1+L0)/(Q1*L2)
600 LET A3=0
```

```
 610 LET B3=0
 620 LET C3=0
 630 LET D3=0
 640 IF L0>=2 THEN 860
 650 LET J=1
 660 LET A2=0
 670 LET X1=0
 680 IF 2*L0<1-X1 THEN 2080
 690 LET Y1=1-X1
 700 LET N2=(K2*Y1^2+K4*X1^2)/(L0*(X1+Y1))
 710 LET N2=(1+K3)/(X1+Y1)+K4*(1-X1)/L0+N2
 720 LET N1=(3-2*X1-Y1)/3+Q0*(2+L0-X1-Y1)/(1+L0)
 730 LET N1=N1*L0/(2*N2)
 740 LET A1=N1*Q1*L1^3
 750 IF A2>=A1 THEN 800
 760 LET A2=A1
 770 LET X2=X1
 780 LET Y2=Y1
 790 IF Y1>INT(10*L0)/20 THEN 2100
 800 IF A3>=A2 THEN 860
 810 LET A3=A2
 820 LET X(3,1)=X2
 830 LET Y3=Y2
 840 LET A2=0
 850 IF X1+INT(10*L0)/20<0.99 THEN 2120
 860 LET J=2
 870 LET B2=0
 880 IF L0<=0.5 THEN 2160
 890 LET X1=0
 900 IF L0>2*(1-X1) THEN 2180
 910 LET Z1=1
 920 LET N2=(K2*(1-X1)^2+K4*Z1*X1^2)/(L0*Z1*(1-X1+X1*Z1))
 930 LET N2=(K3+Z1)/(1-X1+X1*Z1)+K4*(1-X1)/(L0*Z1)+N2
 940 LET N1=3*Q0*(1+L0*(2-X1-Z1+X1*Z1))/(1+L0)
 950 LET N1=2-X1+(1-Z1)*(1-X1)^2+N1
 960 LET N1=N1*L0/(6*N2*(1-X1+X1*Z1))
 970 LET B1=N1*Q1*L1^3
 980 IF B2>=B1 THEN 1030
 990 LET B2=B1
1000 LET X2=X1
1010 LET Z2=Z1
1020 IF Z1>INT(10*(1-X1)/L0)/20 THEN 2200
1030 IF B3>=B2 THEN 1090
1040 LET B3=B2
1050 LET X(3,2)=X2
1060 LET Z3=Z2
1070 LET B2=0
1080 IF X1<1 THEN 2220
1090 LET J=3
1100 LET C2=0
1110 IF L0>=2 THEN 2270
1120 LET V1=0
1130 IF 2*L0*(1-V1)<1 THEN 2290
1140 LET U1=1
1150 LET N2=((1-V1)^2+K3*U1*V1^2)/(U1*(1-V1+U1*V1))
1160 LET N2=K3*(1-V1)/U1+(K2*U1+K4)/(L0*(1-V1+U1*V1))+N2
1170 LET N1=3*Q0*(2+L0-U1-V1+U1*V1)/(1+L0)
1180 LET N1=2-V1+(1-U1)*(1-V1)^2+N1
1190 LET N1=N1*L0/(6*N2*(1-V1+U1*V1))
1200 LET C1=N1*Q1*L1^3
1210 IF C2>=C1 THEN 1260
1220 LET C2=C1
```

```
1230 LET U2=U1
1240 LET V2=V1
1250 IF U1>INT(10*L0*(1-V1))/20 THEN 2310
1260 IF C3>=C2 THEN 1320
1270 LET C3=C2
1280 LET U3=U2
1290 LET V(3,1)=V2
1300 LET C2=0
1310 IF V1<1 THEN 2330
1320 IF L0<=0.5 THEN 1540
1330 LET J=4
1340 LET D2=0
1350 LET V1=0
1360 IF L0*(1-V1)>2 THEN 2380
1370 LET W1=1-V1
1380 LET N2=(K3*V1^2+W1^2)/(V1+W1)+K3*(1-V1)
1390 LET N2=(K2+K4)/(L0*(V1+W1))+N2
1400 LET N1=(3-2*V1-W1)/3+Q0*(1+L0*(2-V1-W1))/(1+L0)
1410 LET N1=N1*L0/(2*N2)
1420 LET D1=N1*Q1*L1^3
1430 IF D2>=D1 THEN 1480
1440 LET D2=D1
1450 LET V2=V1
1460 LET W2=W1
1470 IF W1>INT(10/L0)/20 THEN 2400
1480 IF D3>=D2 THEN 1540
1490 LET D3=D2
1500 LET V(3,2)=V2
1510 LET W3=W2
1520 LET D2=0
1530 IF V1+INT(10/L0)/20<0.99 THEN 2420
1540 IF A3<B3 THEN 1570
1550 IF A3<C3 THEN 1570
1560 IF A3>=D3 THEN 2460
1570 IF B3<C3 THEN 1590
1580 IF B3>=D3 THEN 2510
1590 IF C3>=D3 THEN 2560
1600 LET J=4
1610 LET M1=D3
1620 LET V0=V(3,2)
1630 LET W0=W3
1640 LET M2=K2*M1
1650 LET M3=-K3*M1
1660 LET M4=-K4*M1
1670 PRINT
1680 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1690 IF J<2 THEN 2610
1700 IF J<3 THEN 2630
1710 IF J<4 THEN 2650
1720 PRINT:TAB(4):"V0 =":V0:TAB(28):"W0 =":W0
1730 PRINT
1740 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
1750 PRINT:TAB(4):"M1 =":M1:TAB(28):"M2 =":M2
1760 PRINT:TAB(4):"M3 =":M3:TAB(28):"M4 =":M4
1770 LET A2=0
1780 LET B2=0
1790 IF L0>=2 THEN 1900
1800 LET X1=INT(10*L0)/20
1810 LET N1=((3-X1)/3+Q0*(2+L0-X1)/(1+L0))*L0/2
1820 LET N1=N1/((1+K3)/X1+(X1*K2+K4)/L0)
1830 LET A1=N1*Q1*L1^3
1840 IF A2>=A1 THEN 1890
```

```
1850 LET A2=A1
1860 LET X2=X1
1870 IF L0<0.5 THEN 2670
1880 IF X1<1 THEN 2680
1890 IF L0<=0.5 THEN 1985
1900 LET Z1=INT(10/L0)/20
1910 LET N1=((3-Z1)/3+Q0*(1+L0*(2-Z1))/(1+L0))*L0/2
1920 LET N1=N1/(Z1+K3+(K2+K4)/(L0*Z1))
1930 LET B1=N1*Q1*L1^3
1940 IF B2>=B1 THEN 1980
1950 LET B2=B1
1960 LET Z2=Z1
1970 IF L0>2 THEN 2700
1975 IF Z1<1 THEN 2710
1980 IF A2<B2 THEN 2730
1985 LET M1=A2
1990 LET M3=-K3*M1
1995 LET X3=X2
2000 LET Q3=(Q1*L2/2+Q2)*X3*L1
2005 LET E3=(Q1*L2/6+Q2/2)*X3*L1
2010 LET F3=(M1-M3)/(X3*L1)-E3
2015 LET R3=Q3+F3
2020 LET R4=Q1*L1*L2+Q2*(L1+L2)-R3
2030 PRINT
2040 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
2050 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
2060 IF I<S THEN 2830
2070 GOTO 4000
2080 LET Y1=INT(40*L0)/20
2090 GOTO 700
2100 LET Y1=Y1-0.05
2110 GOTO 700
2120 LET X1=X1+0.05
2130 IF X1+INT(40*L0)/20<1 THEN 680
2140 LET Y1=1-X1
2150 GOTO 700
2160 LET X1=INT(20*(1-2*L0))/20+0.05
2170 GOTO 900
2180 LET Z1=INT(40*(1-X1)/L0)/20
2185 IF Z1>0.04 THEN 920
2190 LET X1=1
2195 GOTO 2240
2200 LET Z1=Z1-0.05
2205 IF Z1<0.04 THEN 1030
2210 GOTO 920
2220 LET X1=X1+0.05
2230 IF X1<1 THEN 900
2240 LET Z1=0
2250 LET N1=(1+3*Q0)*L0^2/(6*(L0*K3+K4))
2260 GOTO 970
2270 LET V1=INT(20*(1-2/L0))/20+0.05
2280 GOTO 1130
2290 LET U1=INT(40*L0*(1-V1))/20
2295 IF U1>0.04 THEN 1150
2300 LET V1=1
2305 GOTO 2350
2310 LET U1=U1-0.05
2315 IF U1<0.04 THEN 1260
2320 GOTO 1150
2330 LET V1=V1+0.05
2340 IF V1<1 THEN 1130
```

```
2350 LET U1=0
2360 LET N1=(1+3*Q0)*L0^2/(6*(L0*K3+K4))
2370 GOTO 1200
2380 LET W1=INT(40*L0)/20
2390 GOTO 1380
2400 LET W1=W1-0.05
2410 GOTO 1380
2420 LET V1=V1+0.05
2430 IF V1+INT(40/L0)/20<1 THEN 1360
2440 LET W1=1-V1
2450 GOTO 1380
2460 LET J=1
2470 LET M1=A3
2480 LET X0=X(3,1)
2490 LET Y0=Y3
2500 GOTO 1640
2510 LET J=2
2520 LET M1=B3
2530 LET X0=X(3,2)
2540 LET Z0=Z3
2550 GOTO 1640
2560 LET J=3
2570 LET M1=C3
2580 LET U0=U3
2590 LET V0=V(3,1)
2600 GOTO 1640
2610 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
2620 GOTO 1730
2630 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Z0 =";Z0
2640 GOTO 1730
2650 PRINT;TAB(4);"U0 =";U0;TAB(28);"V0 =";V0
2660 GOTO 1730
2670 IF X1=INT(40*L0)/20 THEN 1890
2680 LET X1=X1+0.05
2690 GOTO 1810
2700 IF Z1=INT(40/L0)/20 THEN 1980
2710 LET Z1=Z1+0.05
2720 GOTO 1910
2730 LET M1=B2
2740 LET M2=K2*M1
2750 LET M4=-K4*M1
2760 LET Z4=Z2
2770 LET Q4=(Q1*L1/2+Q2)*Z4*L2
2780 LET E4=(Q1*L1/6+Q2/2)*Z4*L2
2790 LET F4=(M2-M4)/(Z4*L2)-E4
2800 LET R4=Q4+F4
2810 LET R3=Q1*L1*L2+Q2*(L1+L2)-R4
2820 GOTO 2030
2830 LET I=I+1
2840 GOTO 480
3000 DATA 3
3010 DATA 8,2,10,0,2,2,4
3020 DATA 4,4,10,5,1,2,2
3030 DATA 3,6,10,5,1,2,1
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE DOUA LATURI ADIACENTE SI LIBERE PE
CELELALTE DOUA LATURI, SOLICITATE DE O
INCARCARE DE SUPRAFATA SI DE O INCARCARE
LINIARA PE LUNGIMILE LATURILOR LIBERE,
DISTRIBUITE UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/M PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
LUNGIME, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

  NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000

              PLACA  1.00000

                  DATE
     L1 = 8.00000            L2 = 2.00000
     Q1 = 10.0000            Q2 = .000000
     K2 = 2.00000            K3 = 2.00000
     K4 = 4.00000

                PARAMETRI
     X0 = .250000            Y0 = .250000
                 MOMENTE
     M1 = 22.8572            M2 = 45.7144
     M3 =-45.7144            M4 =-91.4288

                REACTIUNI
     R3 = 40.8091            R4 = 119.191

              PLACA  2.00000

                  DATE
     L1 = 4.00000            L2 = 4.00000
     Q1 = 10.0000            Q2 = 5.00000
     K2 = 1.00000            K3 = 2.00000
     K4 = 2.00000

                PARAMETRI
     X0 = .450000            Z0 = .650000
                 MOMENTE
     M1 = 53.4409            M2 = 53.4409
     M3 =-106.882            M4 =-106.882
                REACTIUNI
     R3 = 97.4480            R4 = 102.552
```

```
                PLACA   3.00000

                       DATE
   L1 = 3.00000                  L2 = 6.00000
   Q1 = 10.0000                  Q2 = 5.00000
   K2 = 1.00000                  K3 = 2.00000
   K4 = 1.00000

                     PARAMETRI
   V0 = .350000                  W0 = .350000

                      MOMENTE
   M1 = 78.8365                  M2 = 78.8365
   M3 =-157.673                  M4 =-78.8365

                     REACTIUNI
   R3 = 140.742                  R4 = 84.2578
```

24. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE DOUĂ LATURI ADIACENTE ȘI PE COLȚUL OPUS LOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ UNIFORM

24.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi l_1 și l_2, rezemată pe două laturi adiacente și pe colțul opus acestora. Reazemul punctual este notat cu *O*, reazemul liniar de pe direcția deschiderii l_1 este notat cu *3*, iar reazemul liniar de pe direcția deschiderii l_2 este notat cu *4*. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafața ei, avînd intensitatea de calcul q (kN/m^2). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 24.1.

Plăcile de acest tip prezintă trei scheme distincte de cedare, notate cu I, II și III, ale căror configurații sînt trasate în figurile 24.2, 24.3 și 24.4. Toate aceste scheme depind de trei parametri, notați cu x, y și θ. Parametrul x este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de latura rezemată de lungime l_2 și mărimea lungimii l_1 ; parametrul y este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de latura rezemată de lungime l_1 și mărimea lungimii l_2 ; în sfîrșit, parametrul θ este egal cu unghiul, exprimat în radiani, făcut de axa de rotație care trece prin reazemul punctual al plăcii cu direcția laturilor de lungime l_2.

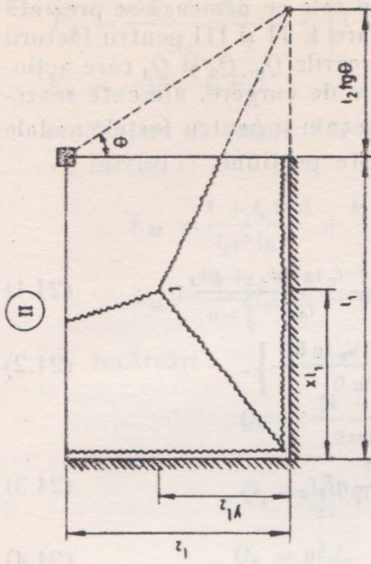


Fig. 24.3

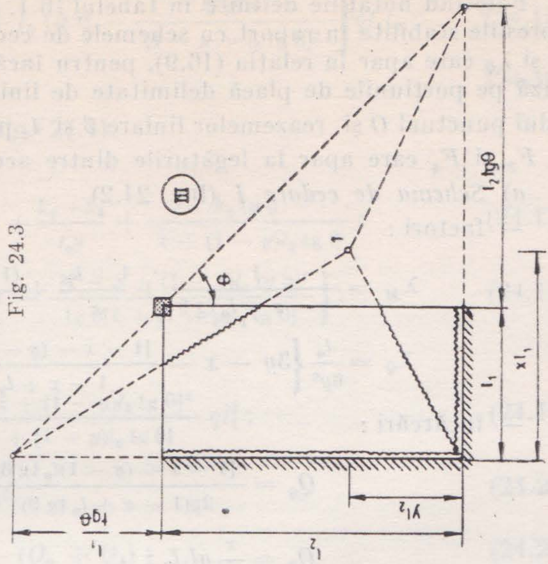


Fig. 24.4

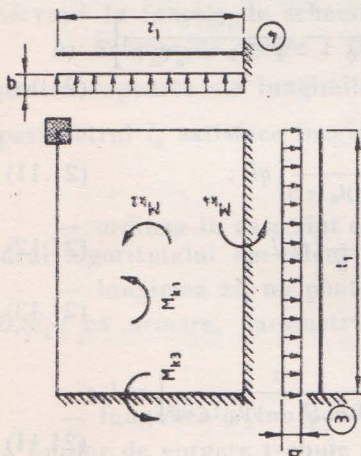


Fig. 24.1

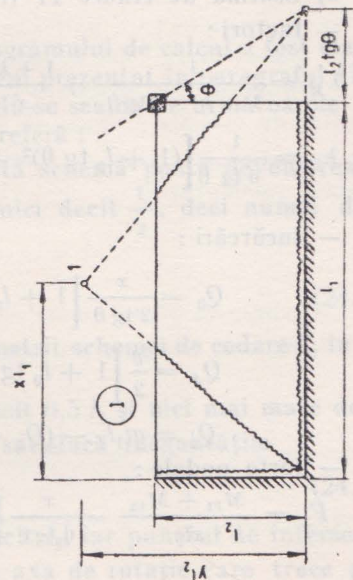


Fig. 24.2

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I, II și III pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_0, Q_3 și Q_4 care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemului punctual O și reazemelor liniare 3 și 4, precum și pentru forțele nodale F_0, F_3 și F_4 care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) Schema de cedare I (fig. 24.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{1 + k_3}{x} + \frac{(1 + l_0 \operatorname{tg} \theta)k_2 + yk_4}{l_0 y^2}; \tag{24.1}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6y^2}\left\{3y - x - \frac{[1 - x - (y - 1)l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta}\right\}. \tag{24.2}$$

— încărcări :

$$Q_0 = \frac{[1 - x - (y - 1)l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}{2y(1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta)} q l_1 l_2; \tag{24.3}$$

$$Q_3 = \frac{x}{2y} q l_1 l_2; \tag{24.4}$$

$$Q_4 = q l_1 l_2 - (Q_0 + Q_3). \tag{24.5}$$

— forțe nodale :

$$F_0 = \frac{yM_{k1}}{l_1(1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta)} + \frac{M_{k2} \operatorname{tg} \theta}{l_1} - \frac{Q_0}{3}\left[1 + \frac{l_0 y \operatorname{tg} \theta}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta}\right]; \tag{24.6}$$

$$F_3 = \frac{y(M_{k1} + M_{k3})}{x l_1} - \frac{Q_3}{3}; \tag{24.7}$$

$$F_4 = -(F_0 + F_3). \tag{24.8}$$

b) Schema de cedare II (fig. 24.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{1 + k_3}{x} + \frac{k_2 \operatorname{tg} \theta}{1 + (1 - y)l_0 \operatorname{tg} \theta} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 y}; \tag{24.9}$$

$$\lambda_Q = \frac{1}{6 \operatorname{tg} \theta}\left[(1 + l_0 \operatorname{tg} \theta)^2 - \frac{1}{1 + (1 - y)l_0 \operatorname{tg} \theta} - \frac{l_0^3 \operatorname{tg}^3 \theta}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta}\right]. \tag{24.10}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{2 \operatorname{tg} \theta}\left[1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{1 + (1 - y)l_0 \operatorname{tg} \theta}\right] q l_1^2; \tag{24.11}$$

$$Q_4 = \frac{y}{2}\left[1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{l_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{1 - x + l_0 \operatorname{tg} \theta}\right] q l_1 l_2; \tag{24.12}$$

$$Q_0 = q l_1 l_2 - (Q_3 + Q_4). \tag{24.13}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{x l_1} - \frac{x}{6 \operatorname{tg} \theta}\left\{1 + l_0 \operatorname{tg} \theta - \frac{1}{[1 + (1 - y)l_0 \operatorname{tg} \theta]^2}\right\} q l_1 l_2; \tag{24.14}$$

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{yl_2} - \frac{y}{6}\left[1 + l_0 \operatorname{tg}\theta - \frac{l_0^2 \operatorname{tg}^2\theta}{(1 - x + l_0 \operatorname{tg}\theta)^2}\right] q l_1 l_2 \,; \qquad (24.15)$$

$$F_0 = -(F_3 + F_4). \qquad (24.16)$$

c) Schema de cedare III (fig. 24.4)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1 + l_0 \operatorname{tg}\theta}{l_0 x^2 \operatorname{tg}\theta} + \frac{k_3}{x} + \frac{k_2 + k_4}{l_0 y} + \frac{k_2 \operatorname{tg}\theta}{1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta} \,; \qquad (24.17)$$

$$\lambda_Q = \frac{1}{6x^2}\left\{l_0(3x - y) - \frac{[1 - x + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta]^2}{\operatorname{tg}\theta[1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta]}\right\}. \qquad (24.18)$$

— încărcări :

$$Q_0 = \frac{[1 - x + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta]^2}{2x[1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta]} q l_1^2 \,; \qquad (24.19)$$

$$Q_4 = \frac{y}{2x} q l_1 l_2 \,; \qquad (24.20)$$

$$Q_3 = q l_1 l_2 - (Q_0 + Q_4) \,; \qquad (24.21)$$

— forțe nodale :

$$F_0 = \frac{M_{k1}}{l_2 \operatorname{tg}\theta} + \frac{x M_{k2} \operatorname{tg}\theta}{l_1 + (1 - y) l_2 \operatorname{tg}\theta} - \frac{Q_0}{3}\left[1 + \frac{x}{1 + (1 - y) l_0 \operatorname{tg}\theta}\right]; \qquad (24.22)$$

$$F_4 = \frac{x(M_{k2} + M_{k4})}{yl_2} - \frac{Q_4}{3} \,; \qquad (24.23)$$

$$F_3 = -(F_0 + F_4). \qquad (24.24)$$

24.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de al treilea algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemelor de cedare I, II și III, ținindu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare se referă :

a) Schema de cedare I (fig. 24.2). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mici decît $\frac{1}{2}$, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea

$$l_0 < 0{,}5 \,; \qquad (24.25)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I, în cadrul algoritmului de calcul este y, x, θ ;

— lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît 0,5 l_1 și nici mai mare decît $0{,}8 l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0{,}5 \leqslant x \leqslant 0{,}8 \,; \qquad (24.26)$$

— lungimea yl_2 nu poate fi mai mică decît l_2, iar punctul de intersecție a liniilor de curgere trebuie să fie situat sub axa de rotație care trece prin

reazemul punctual al plăcilor ; în consecință, parametrul y trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$1 \leqslant y \leqslant \frac{1}{1,2}\left[1 + \frac{1-x}{l_\theta \operatorname{tg} \theta}\right]; \quad (24.27)$$

— unghiul θ nu poate fi mai mic decît $\frac{\pi}{20}$ și nici mai mare decît $\frac{\pi}{4}$ și deci

$$\frac{\pi}{20} \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{4}. \quad (24.28)$$

b) Schema de cedare II (fig. 24.3). Ordinea în care sînt considerați parametrii acestei scheme în cadrul algoritmului de calcul este x, y, θ ;

— lungimea xl_1 nu poate fi mai mic decît $0,5l_1$ și nici mai mare decît $0,9l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leqslant x \leqslant 0,9; \quad (24.29)$$

— lungimea yl_2 nu poate fi mai mică decît $0,5l_2$ și nici mai mare decît $0,9l_2$; ca urmare, parametrul y trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leqslant y \leqslant 0,9; \quad (24.30)$$

— unghiul θ nu poate fi mai mic decît $\frac{\pi}{20}$ și nici mai mare decît $\frac{9\pi}{20}$ și deci

$$\frac{\pi}{20} \leqslant \theta \leqslant \frac{9\pi}{20}. \quad (24.31)$$

c) Schema de cedare III (fig. 24.4). Această schemă poate deveni reală pentru rapoarte ale lungimilor l_2 și l_1 mai mari decît 2, deci numai dacă parametrul l_θ satisface inegalitatea

$$l_\theta > 2; \quad (24.32)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare III în cadrul algoritmului de calcul este x, y, θ ;

— lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît l_1, iar punctul de intersecție a liniilor de curgere trebuie să fie situat la stînga axei de rotație care trece prin reazemul punctual al plăcilor ; în consecință, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile

$$1 \leqslant x \leqslant \frac{1 + (1-y)l_\theta \operatorname{tg} \theta}{1,2}; \quad (24.33)$$

— lungimea yl_2 nu poate să fie mai mică decît $0,5l_2$ și nici mai mare decît $0,8l_2$; ca urmare, parametrul y trebuie să satisfacă inegalitățile

$$0,5 \leqslant y \leqslant 0,8; \quad (24.34)$$

— unghiul θ nu poate fi mai mic decît $\frac{\pi}{4}$ și nici mai mare decît $\frac{9\pi}{20}$ și deci

$$\frac{\pi}{4} \leqslant \theta \leqslant \frac{9\pi}{20}. \quad (24.35)$$

24.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu cele expuse în paragraful 24.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-42-07 listat în anexa 24.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 2790 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 4000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 2791 și 3999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q, k_2, k_3, k_4.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă programul furnizează :

— valorile x_0, y_0 și θ_0 ale parametrilor x, y și θ ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3} și M_{k4} de pe cele două laturi rezemate ale plăcii ;

— valoarea reacțiunii R_0 din reazemul punctual și valorile reacțiunilor R_3 și R_4 de pe cele două laturi rezemate ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m² pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 24.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 3000, 3010, 3020 și 3030, așa cum se poate vedea în listarea programului conținută de anexa 24.1.

Tabelul 24

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	5	5	4
l_2	2	4	4
q	10	10	10
k_2	2,5	1,25	1
k_3	0	0	0
k_4	10	0	0

În anexa 24.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM PROGRAMUL BASIC EP-42-07
20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR     *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE  *
60 REM * DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS LOR, *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA       *
80 REM * DISTRIBUITA UNIFORM                          *
90 REM *                                              *
100 REM ***********************************************
110 REM *                                             *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMEI DE  *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI  *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA          *
150 REM *                                             *
160 REM ***********************************************
170 REM *                                             *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE            *
210 REM *                                             *
220 REM ***********************************************
230 REM *                                             *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
250 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118     *
260 REM *                                             *
270 REM ***********************************************
280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS"
310 PRINT "LOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
320 PRINT "DISTRIBUITA UNIFORM"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN"
350 PRINT "PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE"
360 PRINT "UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
385 DIM X(4,3),Y(4,3),T(4,3)
390 READ S
400 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
410 LET I=1
420 PRINT
430 PRINT
440 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
450 PRINT
460 READ L1,L2,Q1,K2,K3,K4
470 PRINT;TAB(20);"DATE"
480 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
490 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"K2 =";K2
500 PRINT;TAB(4);"K3 =";K3;TAB(28);"K4 =";K4
510 LET L0=L2/L1
520 LET A2=0
530 LET A3=0
540 LET A4=0
550 LET B2=0
560 LET B3=0
570 LET B4=0
580 LET C2=0
590 LET C3=0
```

```
600 LET C4=0
610 IF L0>=0.5 THEN 920
620 LET J=1
630 LET T1=PI/20
640 LET X1=0.5
650 LET Y1=1
660 LET N2=1/(1-X1+L0*TAN(T1))+(1+K3)/X1
670 LET N2=(K2*(1+L0*TAN(T1))+K4*Y1)/(L0*Y1^2)+N2
680 LET N1=(1-X1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))^2/(1-X1+L0*TAN(T1))
690 LET N1=L0*(3*Y1-X1-N1)/(6*N2*Y1^2)
700 LET A1=N1*Q1*L1^3
710 IF A2>=A1 THEN 790
720 LET A2=A1
730 LET X2=X1
740 LET Y2=Y1
750 LET T2=T1
770 LET S1=10*(1-X1)/(L0*TAN(T1))+10-2*Y1
780 IF Y1<0.1*INT(S1) THEN 2260
790 IF A3>=A2 THEN 2280
800 LET A3=A2
810 LET X3=X2
820 LET Y3=Y2
830 LET T3=T2
835 LET A2=0
840 IF X1<0.8 THEN 2300
850 IF A4>=A3 THEN 920
860 LET A4=A3
870 LET X(4,1)=X3
880 LET Y(4,1)=Y3
890 LET T(4,1)=T3
900 LET A3=0
910 IF T1<PI/4 THEN 2320
920 LET J=2
930 LET T1=PI/20
940 LET Y1=0.5
950 LET X1=0.5
970 LET N2=K2*TAN(T1)/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
980 LET N2=(1+K3)/X1+(K2+K4)/(L0*Y1)+N2
990 LET N2=1/(1-X1+L0*TAN(T1))+N2
1000 LET N1=1/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
1010 LET N1=(L0*TAN(T1))^3/(1-X1+L0*TAN(T1))+N1
1020 LET N1=((1+L0*TAN(T1))^2-N1)/(6*N2*TAN(T1))
1030 LET B1=N1*Q1*L1^3
1040 IF B2>=B1 THEN 1100
1050 LET B2=B1
1060 LET X2=X1
1070 LET Y2=Y1
1080 LET T2=T1
1090 IF X1<0.89 THEN 2370
1100 IF B3>=B2 THEN 2390
1110 LET B3=B2
1120 LET X3=X2
1130 LET Y3=Y2
1140 LET T3=T2
1145 LET B2=0
1150 IF Y1<0.89 THEN 2410
1160 IF B4>=B3 THEN 1230
1170 LET B4=B3
1180 LET X(4,2)=X3
1190 LET Y(4,2)=Y3
1200 LET T(4,2)=T3
1210 LET B3=0
```

```
1220 IF T1<8.9*(PI/20) THEN 2430
1230 IF L0<=2 THEN 1570
1240 LET J=3
1250 LET T1=PI/4
1260 LET Y1=0.5
1270 LET X1=1
1290 LET N2=K2*TAN(T1)/(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))
1300 LET N2=(K2+K4)/(L0*Y1)+K3/X1+N2
1310 LET N2=(1+L0*TAN(T1))/(X1^2*L0*TAN(T1))+N2
1320 LET N1=(1-X1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))^2
1330 LET N1=N1/(TAN(T1)*(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1)))
1340 LET N1=(L0*(3*X1-Y1)-N1)/(6*N2*X1^2)
1350 LET C1=N1*Q1*L1^3
1360 IF C2>=C1 THEN 1440
1370 LET C2=C1
1380 LET X2=X1
1390 LET Y2=Y1
1400 LET T2=T1
1420 LET S1=10*(1+(1-Y1)*L0*TAN(T1))-2*X1
1430 IF X1<0.1*INT(S1) THEN 2490
1440 IF C3>=C2 THEN 2510
1450 LET C3=C2
1460 LET X3=X2
1470 LET Y3=Y2
1480 LET T3=T2
1485 LET C2=0
1490 IF Y1<0.8 THEN 2530
1500 IF C4>=C3 THEN 1570
1510 LET C4=C3
1520 LET X(4,3)=X3
1530 LET Y(4,3)=Y3
1540 LET T(4,3)=T3
1550 LET C3=0
1560 IF T1<8.9*(PI/20) THEN 2550
1570 IF A4<B4 THEN 1590
1580 IF A4>=C4 THEN 2570
1590 IF B4>=C4 THEN 2630
1600 LET J=3
1610 LET M1=C4
1620 LET X0=X(4,3)
1630 LET Y0=Y(4,3)
1640 LET T0=T(4,3)
1650 LET M2=K2*M1
1660 LET M3=-K3*M1
1670 LET M4=-K4*M1
1680 PRINT
1690 PRINT:TAB(18):"PARAMETRI"
1700 PRINT:TAB(4):"X0 =":X0:TAB(28):"Y0 =":Y0
1710 PRINT:TAB(4):"T0 =":T0
1720 PRINT
1730 PRINT:TAB(19):"MOMENTE"
1740 PRINT:TAB(4):"M1 =":M1:TAB(28):"M2 =":M2
1750 PRINT:TAB(4):"M3 =":M3:TAB(28):"M4 =":M4
1760 IF J>1 THEN 1900
1770 LET Q0=(1-X0+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2
1780 LET Q0=Q0*Q1*L1*L2/(2*Y0*(1-X0+L0*TAN(T0)))
1790 LET Q3=X0*Q1*L1*L2/(2*Y0)
1800 LET Q4=Q1*L1*L2-Q0-Q3
1810 LET E0=Q0*(1/Y0+L0*TAN(T0)/(1-X0+L0*TAN(T0)))
1820 LET E3=Q3/(3*Y0)
1830 LET F0=M1/(L1*(1-X0+L0*TAN(T0)))
1840 LET F0=Y0*(M2*TAN(T0)/(Y0*L1)+F0-E0)
```

```
1850 LET F3=Y0*((M1-M3)/(X0*L1)-E3)
1860 LET R0=Q0+F0
1870 LET R3=Q3+F3
1880 LET R4=Q4-F0-F3
1890 IF J<2 THEN 2200
1900 IF J>2 THEN 2080
1920 LET Q3=1+L0*TAN(T0)-1/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))
1930 LET Q3=Q3*X0*Q1*L1^2/(2*TAN(T0))
1940 LET Q4=(L0*TAN(T0))^2/(1-X0+L0*TAN(T0))
1950 LET Q4=(1+L0*TAN(T0)-Q4)*Y0*Q1*L1*L2/2
1960 LET E3=1+L0*TAN(T0)-1/((1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2)
1970 LET E3=E3*X0*Q1*L1^2/(6*TAN(T0))
1980 LET E4=(L0*TAN(T0))^3/((1-X0+L0*TAN(T0))^2)
1990 LET E4=(1+L0*TAN(T0)-E4)*Y0*Q1*L1*L2/6
2000 LET Q0=Q1*L1*L2-Q3-Q4
2010 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
2020 LET F4=(M2-M4)/(Y0*L2)-E4
2030 LET R3=Q3+F3
2040 LET R4=Q4+F4
2050 LET R0=Q0-F3-F4
2060 IF J<3 THEN 2200
2080 LET Q0=(1-X0+(1-Y0)*L0*TAN(T0))^2/(2*X0*TAN(T0))
2090 LET Q0=Q0*Q1*L1^2/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0))
2100 LET E0=Q0*(1/X0+1/(1+(1-Y0)*L0*TAN(T0)))/3
2110 LET F0=M2*TAN(T0)/(L1+(1-Y0)*L2*TAN(T0))
2120 LET F0=X0*(M1/(X0*L2*TAN(T0))+F0-E0)
2130 LET Q4=Y0*Q1*L1*L2/(2*X0)
2140 LET Q3=Q1*L1*L2-Q0-Q4
2150 LET E4=Q4/(3*X0)
2160 LET F4=X0*((M2-M4)/(Y0*L2)-E4)
2170 LET R0=Q0+F0
2180 LET R4=Q4+F4
2190 LET R3=Q3-F0-F4
2200 PRINT
2210 PRINT:TAB(18):"REACTIUNI"
2220 PRINT:TAB(4):"R0 =":R0:TAB(28):"R3 =":R3
2230 PRINT:TAB(4):"R4 =":R4
2240 IF I<S THEN 2780
2250 GOTO 4000
2260 LET Y1=Y1+0.1*INT(Y1)
2270 GOTO 660
2280 LET A2=0
2290 GOTO 850
2300 LET X1=X1+0.1
2310 GOTO 650
2320 LET T1=T1+PI/20
2330 GOTO 640
2370 LET X1=X1+0.1
2380 GOTO 970
2390 LET B2=0
2400 GOTO 1160
2410 LET Y1=Y1+0.1
2420 GOTO 950
2430 LET T1=T1+PI/20
2440 GOTO 940
2490 LET X1=X1+0.1*INT(X1)
2500 GOTO 1290
2510 LET C2=0
2520 GOTO 1500
2530 LET Y1=Y1+0.1
2540 GOTO 1270
2550 LET T1=T1+PI/2(
```

```
2560 GOTO 1260
2570 LET J=1
2580 LET M1=A4
2590 LET X0=X(4,1)
2600 LET Y0=Y(4,1)
2610 LET T0=T(4,1)
2620 GOTO 1650
2630 LET J=2
2640 LET M1=B4
2650 LET X0=X(4,2)
2660 LET Y0=Y(4,2)
2670 LET T0=T(4,2)
2680 GOTO 1650
2780 LET I=I+1
2790 GOTO 420
3000 DATA 3
3010 DATA 5,2,10,2.5,0,10
3020 DATA 5,4,10,1.25,0,0
3030 DATA 4,4,10,1,0,0
4000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE DOUA LATURI ADIACENTE SI PE COLTUL OPUS
LOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA
DISTRIBUITA UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN
PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE
UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENT


        NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000

                PLACA  1.00000

                    DATE
    L1 = 5.00000                L2 = 2.00000
    Q1 = 10.0000                K2 = 2.50000
    K3 = .000000                K4 = 10.0000

                 PARAMETRI
    X0 = .500000                Y0 = 2.20000
    T0 = .628320

                  MOMENTE
    M1 = 6.41475                M2 = 16.0369
    M3 =-.000000                M4 =-64.1475

                 REACTIUNI
    R0 = 6.16146                R3 = 13.2207
    R4 = 80.6175


                PLACA  2.00000
                    DATE
    L1 = 5.00000                L2 = 4.00000
    Q1 = 10.0000                K2 = 1.25000
    K3 = .000000                K4 = .000000

                 PARAMETRI
    X0 = .700000                Y0 = .800000
    T0 = .628320

                  MOMENTE
    M1 = 74.3290                M2 = 92.9113
    M3 =-.000000                M4 =-.000000

                 REACTIUNI
    R0 = 38.0373                R3 = 72.5199
    R4 = 89.4420
```

```
                    PLACA  3.00000
                         DATE
L1 = 4.00000                     L2 = 4.00000
Q1 = 10.0000                     K2 = 1.00000
K3 = .000000                     K4 = .000000
                      PARAMETRI
X0 = .800000                     Y0 = .800000
T0 = .785400

                       MOMENTE
M1 = 59.7333                     M2 = 59.7333
M3 =-.000000                     M4 =-.000000

                      REACTIUNI
R0 = 29.0364                     R3 = 65.4814
R4 = 65.4820
```

25. PLĂCI DREPTUNGHIULARE REZEMATE PE O LATURĂ ŞI PE DOUĂ COLŢURI, SOLICITATE PE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAŢĂ DISTRIBUITĂ UNIFORM

25.1. RELAŢII DE CALCUL

Se consideră o placă dreptunghiulară din beton armat cu laturile de lungimi l_1 şi l_2, rezemată continuu pe una dintre laturile de lungime l_2, şi rezemată punctual la capetele celeilalte laturi de lungime l_2. Placa admite o axă de simetrie perpendiculară pe mijloacele laturilor de lungime l_2. Reazemele punctuale sînt notate cu 0 iar reazemul liniar este notat cu 3. Placa este solicitată de o încărcare distribuită uniform pe toată suprafaţa ei, avînd intensitatea de calcul $q(\mathrm{kN/m^2})$. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 25.1.

Plăcile de acest tip prezintă trei scheme distincte de cedare, notate cu I, II şi III, ale căror configuraţii sînt trasate în figurile 25.2, 25.3, şi 25.4. *Schema de cedare I* depinde de un singur parametru, notat cu x, el reprezentînd raportul dintre distanţa la care se găseşte linia de curgere a schemei faţă de reazemul liniar 3, şi mărimea lungimii l_1. *Schema de cedare II* depinde de doi parametri, notaţi cu x şi y. Parametrul x este egal cu raportul dintre distanţa la care se găsesc punctele de intersecţie a liniilor de curgere cu laturile de lungime l_1 faţă de reazemul liniar 3, şi mărimea lungimii l_1. Parametrul y este egal cu raportul dintre distanţa la care se găseşte punctul de intersecţie a liniilor de curgere faţă de linia care uneşte punctele de intersecţie a liniilor de curgere cu laturile de lungime l_1, şi mărimea lungimii l_1. *Schema de cedare III* depinde de doi parametri, notaţi cu x şi z. Parametrul x are aceeaşi semnificaţie ca şi în cazul schemei de cedare II, iar parametrul z este egal cu raportul dintre distanţa la care se găseşte fiecare punct de intersecţie a liniilor de curgere cu latura de lungime l_2 faţă de reazemul punctual învecinat, şi mărimea lungimii l_2.

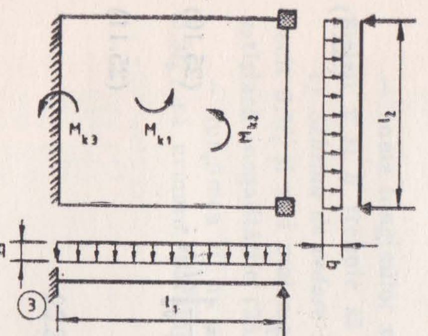


Fig. 25.1

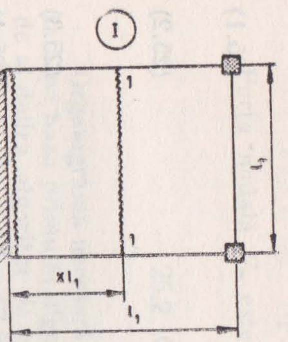


Fig. 25.2

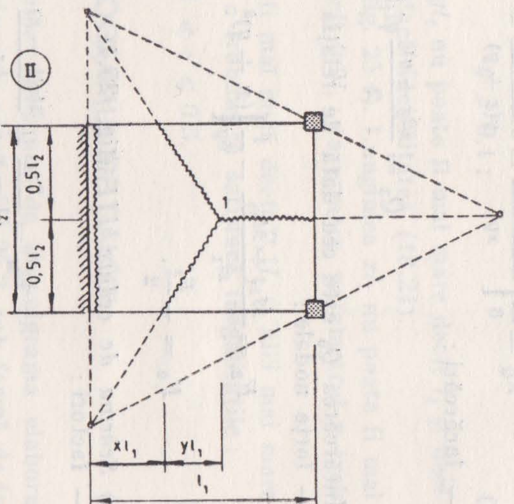


Fig. 25.3

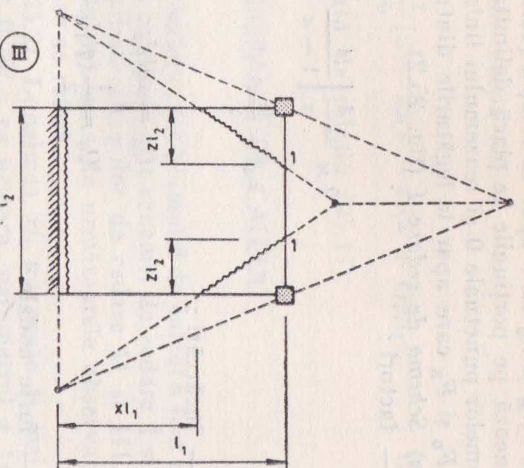


Fig. 25.4

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I, II și III pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_0 și Q_3 care acționează pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor punctuale 0 și reazemului liniar 3, precum și pentru forțele nodale F_0 și F_3 care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) Schema de cedare I (fig. 25.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{x}\left[\frac{1}{1-x} + k_3\right]; \tag{25.1}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{2}. \tag{25.2}$$

— încărcări :

$$Q_3 = xql_1l_2; \tag{25.3}$$

$$Q_0 = \frac{1}{2}(ql_1l_2 - Q_3). \tag{25.4}$$

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{x}{2}ql_1l_2; \tag{25.5}$$

$$F_0 = -F_3. \tag{25.6}$$

b) Schema de cedare II (fig. 25.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{1}{x+y}\left[\frac{1}{1-x} + \frac{4yk_2}{l_0} + k_3\right]; \tag{25.7}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}\left[\frac{(x+y)^2}{xy} - \frac{x^2}{y(x+y)} - \frac{y^2}{x(x+y)(1-x)}\right]. \tag{25.8}$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{(2x+y)}{2}ql_1l_2. \tag{25.9}$$

Încărcarea Q_0 este cea dată de relația (25.4).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{M_{k1} + M_{k3}}{xl_1} - \frac{1}{6y}\left[(x+y)^2 - \frac{x^3}{x+y}\right]ql_1l_2; \tag{25.10}$$

$$F_0 = -\frac{F_3}{2}. \tag{25.11}$$

c) Schema de cedare III (fig. 25.4)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{2z}{1-x} + \frac{2k_2(1-x)}{l_0 z} + k_3; \tag{25.12}$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{6}[3 - 2z(1-x)]. \tag{25.13}$$

— încărcări :

$$Q_3 = [1 - z(1 - x)]ql_1l_2. \qquad (25.14)$$

Încărcarea Q_0 este cea dată de relația (25.4).

— forțe nodale :

$$F_3 = \frac{2zM_{k1} + M_{k3}}{l_1} - \frac{1}{6}[3 - 2z(1 - x)(2 + x)]ql_1l_2. \qquad (25.15)$$

Forța nodală F_0 este cea dată de relația (25.11).

25.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul aplicat schemei de cedare I și celui de al doilea algoritm de calcul aplicat schemelor de cedare II și III, prezentați în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații, în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) Schema de cedare I (fig. 25.2). Lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}5l_1$ și nici mai mare decît $0{,}75l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0{,}5 \leqslant x \leqslant 0{,}75. \qquad (25.16)$$

b) Schema de cedare II (fig. 25.3). Lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}1l_1$ și nici mai mare decît $0{,}9\ l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0{,}1 \leqslant x \leqslant 0{,}9 ; \qquad (25.17)$$

— lungimea yl_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}1l_1$ și deci parametrul y trebuie să satisfacă inegalitatea

$$y \geqslant 0{,}1 ; \qquad (25.18)$$

— suma lungimilor xl_1 și yl_1 nu poate fi mai mare decît l_1 și deci parametrii x și y trebuie să satisfacă inegalitatea (18.24).

c) Schema de cedare III (fig. 25.4). Lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}1l_1$ și nici mai mare decît $0{,}9l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile (25.17) ;

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}1l_2$ și nici mai mare decît $0{,}5l_2$; ca urmare, parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0{,}1 \leqslant z \leqslant 0{,}5. \qquad (25.19)$$

25.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 25.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1,s-a obținut *programul de calcul EP*-42-08, listat în anexa 25.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1710 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1711 și 2999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q, k_2, k_3.

Observație. Dacă latura rezemată a plăcii nu este încastrată, coeficientul k_3 se ia egal cu zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valoarea x_0 a parametrului x, dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, valorile x_0 și y_0 ale parametrilor x și y, dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II sau valorile x_0 și z_0 ale parametrilor x și z, dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare III ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe cele două direcții de armare și valoarea negativă a momentului capabil M_{k3} de pe latura rezemată continuu a plăcii ;

— valoarea reacțiunii R_0 din fiecare reazem punctual și valoarea reacțiunii R_2 de pe latura rezemată continuu a plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m^2 pentru forțe pe unitatea de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 25.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 2000, 2010, 2020 și 2030, așa cum se poate vedea în listarea programului *EP*-42-08 conținută de anexa 25.1.

Tabelul 25.1

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	5	4	4
l_2	2	4	6
q	10	10	10
k_2	2	1	0,75
k_3	2	1	0

În anexa 25.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM    PROGRAMUL BASIC EP-42-08

20 REM ************************************************
30 REM *                                              *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR     *
50 REM * DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE O *
60 REM * LATURA SI PE CELE DOUA COLTURI OPUSE ACESTEIA, *
70 REM * SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA       *
80 REM * DISTRIBUITA UNIFORM                          *
90 REM *                                              *
100 REM ************************************************
110 REM *                                             *
120 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE *
130 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI   *
140 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA           *
150 REM *                                             *
160 REM ************************************************
170 REM *                                             *
180 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU *
190 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE  *
200 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE             *
210 REM *                                             *
220 REM ************************************************
230 REM *                                             *
240 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE *
250 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
260 REM *                                             *
270 REM ************************************************

280 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
290 PRINT "DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE"
300 PRINT "PE O LATURA SI PE CELE DOUA COLTURI OPUSE"
310 PRINT "ACESTEIA, SOLICITATE DE O INCARCARE DE"
320 PRINT "SUPRAFATA DISTRIBUITA UNIFORM"
330 PRINT
340 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN"
350 PRINT "PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE"
360 PRINT "UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
370 PRINT
380 PRINT
390 DIM X(3,2)
400 READ S
410 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
420 LET I=1
430 PRINT
440 PRINT
450 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
460 PRINT
470 READ L1,L2,Q1,K2,K3
480 PRINT;TAB(20);"DATE"
490 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
500 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"K2 =";K2
510 PRINT;TAB(4);"K3 =";K3
520 LET L0=L2/L1
530 LET A2=0
540 LET B3=0
550 LET C3=0
560 LET J=1
570 LET X1=0.5
580 LET N1=L0*X1/(2*(1/(1-X1)+K3))
590 LET A1=N1*Q1*L1^3
600 IF A2>=A1 THEN 650
```

```
610 LET A2=A1
620 LET X(2,1)=X1
630 IF X1<0.74 THEN 1410
650 LET J=2
660 LET B2=0
670 LET X1=0.1
680 LET Y1=0.1
690 LET N2=(1/(1-X1)+4*Y1*K2/L0+K3)/(X1+Y1)
700 LET N1=X1^2/(Y1*(X1+Y1))+Y1^2/(X1*(X1+Y1)*(1-X1))
710 LET N1=L0*((X1+Y1)^2/(X1*Y1)-N1)/(6*N2)
720 LET B1=N1*Q1*L1^3
730 IF B2>=B1 THEN 780
740 LET B2=B1
750 LET X2=X1
760 LET Y2=Y1
770 IF Y1<0.99-X1 THEN 1440
780 IF B3>=B2 THEN 850
790 LET B3=B2
800 LET X(3,1)=X2
810 LET Y3=Y2
820 LET B2=0
830 IF X1<0.89 THEN 1460
850 LET J=3
860 LET C2=0
870 LET Z1=0.5
880 LET X1=0.1
900 LET N2=2*Z1/(1-X1)+2*K2*(1-X1)/(L0*Z1)+K3
910 LET N1=L0*(3-2*Z1*(1-X1))/(6*N2)
920 LET C1=N1*Q1*L1^3
930 IF C2>=C1 THEN 980
940 LET C2=C1
950 LET X2=X1
960 LET Z2=Z1
970 IF X1<0.89 THEN 1530
980 IF C3>=C2 THEN 1040
990 LET C3=C2
1000 LET X(3,2)=X2
1010 LET Z3=Z2
1020 LET C2=0
1030 IF Z1>0.11 THEN 1550
1040 IF A2<B3 THEN 1060
1050 IF A2>=C3 THEN 1570
1060 IF B3>=C3 THEN 1610
1070 LET J=3
1080 LET M1=C3
1090 LET X0=X(3,2)
1100 LET Z0=Z3
1110 LET M2=K2*M1
1120 LET M3=-K3*M1
1130 PRINT
1140 IF J<2 THEN 1655
1150 PRINT;TAB(18);"PARAMETRI"
1160 IF J<3 THEN 1680
1170 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Z0 =";Z0
1180 PRINT
1180 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
1200 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1210 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3
1220 IF J>1 THEN 1260
1230 LET Q3=X0*Q1*L1*L2
1240 LET E3=Q3/2
```

```
1250 IF J<2 THEN 1290
1260 IF J>2 THEN 1310
1270 LET Q3=(2*X0+Y0)*Q1*L1*L2/2
1280 LET E3=((X0+Y0)^3-X0^3)*Q1*L1*L2/(6*Y0*(X0+Y0))
1290 LET F3=(M1-M3)/(X0*L1)-E3
1300 IF J<3 THEN 1340
1310 LET Q3=(1-Z0*(1-X0))*Q1*L1*L2
1320 LET E3=(3-2*Z0*(1-X0)*(2+X0))*Q1*L1*L2/6
1330 LET F3=(2*Z0*M1-M3)/L1-E3
1340 LET R3=Q3+F3
1350 LET R0=(Q1*L1*L2-R3)/2
1360 PRINT
1370 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1380 PRINT;TAB(4);"R0 =";R0;TAB(28);"R3 =";R3
1390 IF I<S THEN 1700
1400 GOTO 3000
1410 LET X1=X1+0.05
1420 GOTO 580
1440 LET Y1=Y1+0.05
1450 GOTO 690
1460 LET X1=X1+0.05
1470 GOTO 680
1530 LET X1=X1+0.05
1540 GOTO 900
1550 LET Z1=Z1-0.05
1560 GOTO 880
1570 LET J=1
1580 LET M1=A2
1590 LET X0=X(2,1)
1600 GOTO 1110
1610 LET J=2
1620 LET M1=B3
1630 LET X0=X(3,1)
1640 LET Y0=Y3
1650 GOTO 1110
1655 PRINT;TAB(18);"PARAMETRU"
1660 PRINT;TAB(16);"X0 =";X0
1670 GOTO 1180
1680 PRINT;TAB(4);"X0 =";X0;TAB(28);"Y0 =";Y0
1690 GOTO 1180
1700 LET I=I+1
1710 GOTO 430
2000 DATA 3
2010 DATA 5,2,10,2,2
2020 DATA 4,4,10,1,1
2030 DATA 4,6,10,0.75,0
3000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
DREPTUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE
PE O LATURA SI PE CELE DOUA COLTURI OPUSE
ACESTEIA, SOLICITATE DE O INCARCARE DE
SUPRAFATA DISTRIBUITA UNIFORM

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN
PENTRU FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE
UNITATEA DE SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

    NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000

             PLACA  1.00000

                 DATE
  L1 = 5.00000                L2 = 2.00000
  Q1 = 10.0000                K2 = 2.00000
  K3 = 2.00000

              PARAMETRU
           X0 = .650000

               MOMENTE
  M1 = 33.4559                M2 = 66.9118
  M3 =-66.9118

              REACTIUNI
  R0 = 18.3085                R3 = 63.3825

             PLACA  2.00000

                 DATE
  L1 = 4.00000                L2 = 4.00000
  Q1 = 10.0000                K2 = 1.00000
  K3 = 1.00000

              PARAMETRI
  X0 = .900000                Z0 = .100000

               MOMENTE
  M1 = 63.5733                M2 = 63.5733
  M3 =-63.5733

              REACTIUNI
  R0 = 30.4905                R3 = 99.0190

             PLACA  3.00000

                 DATE
  L1 = 4.00000                L2 = 6.00000
  Q1 = 10.0000                K2 = .750000
  K3 = .000000

              PARAMETRI
  X0 = .850000                Z0 = .100000

               MOMENTE
  M1 = 167.718                M2 = 125.789
  M3 =-.000000

              REACTIUNI
  R0 = 55.8970                R3 = 128.206
```

26. PLĂCI TRAPEZOIDALE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

26.1. RELAȚII DE CALCUL

Se consideră o placă din beton armat în formă de *trapez isoscel*, avînd baza mare de lungime l_1, baza mică de lungime l_3, înălțimea de lungime l_2 și laturile neparalele de lungime l_4. Placa este rezemată pe tot conturul, reazemele de pe lungimea laturilor neparalele fiind notate cu 3, reazemul de pe lungimea bazei mici fiind notat cu 4, iar cel de pe lungimea bazei mari fiind notat cu 6. Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu 3 este aceeași ; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția celor două baze și are o variație liniară pe direcția normalei la aceste baze.

Intensitatea cea mai mare a încărcării, notată cu q_1, corespunde bazei mici, iar intensitatea cea mai mică, notată cu q_2, corespunde bazei mari a plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 26.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcii de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 26.2 și 26.3. Amîndouă schemele sînt simetrice în raport cu axa care trece prin mijloacele celor două baze ale plăcii. *Schema de cedare I* depinde de doi parametri, notați cu x și z. Parametrul x este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește normala la cele două baze ale plăcii, care trece prin unul din punctele de intersecție ale liniilor de curgere, față de extremitatea bazei mari învecinată acestei normale, și mărimea lungimii l_1 a acestei baze. Parametrul z este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește linia definită de cele două puncte de intersecție a liniilor de curgere față de baza mare a plăcii, și mărimea înălțimii l_2 a plăcii. *Schema de cedare II* depinde de doi parametri, notați cu v și w. Parametrul v este egal cu raportul dintre distanța față de baza mare a punctului de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei baze și mărimea înălțimii l_2 a plăcii. Parametrul w este egal cu raportul dintre distanța față de baza mică a punctu-

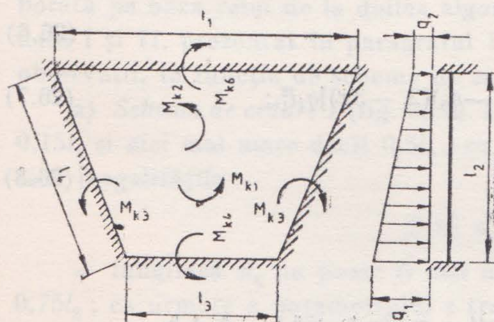


Fig. 26.1

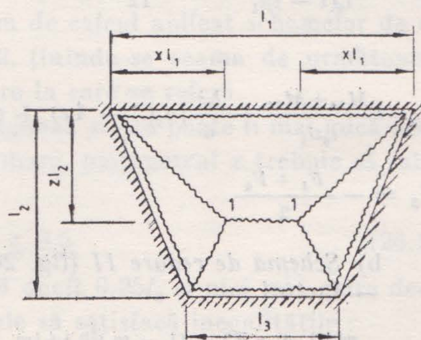


Fig. 26.2

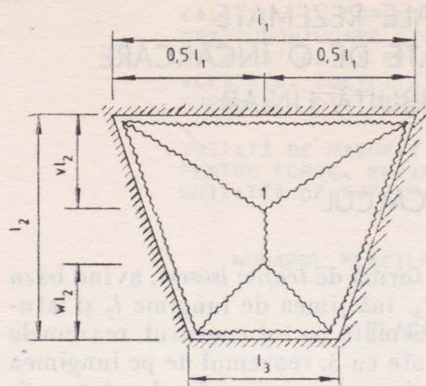


Fig. 26.3

lui de intersecție a liniilor de curgere învecinat acestei baze și mărimea înălțimii l_2 a plăcii.

Folosind notațiile definite în tabelul 16.1, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I și II pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încercările Q_3, Q_4 și Q_6 aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor 3, 4 și 6, precum și pentru forțele nodale F_3, F_4 și F_6 care apar la legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 26.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 + (1 - m_0)^2 k_2 + 4n_0 k_3}{l_0[2x - (1 - m_0)z]} + \frac{m_0 k_2 + k_4}{l_0(1 - z)} + \frac{k_2 + k_6}{l_0 z}; \quad (26.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24}[2m_0(1 + q_0) + 2(1 + 3q_0)(1 - x) + z(1 - q_0)(3 + m_0 - 4x)]. \quad (26.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0}{12}[2x - z(1 - m_0)][1 + 2q_0 + z(1 - q_0)]q_1 l_1^2; \quad (26.3)$$

$$Q_4 = \frac{l_0(1 - z)}{6}[3(1 + m_0 - 2x) - (2 + m_0 - 4x)(1 - q_0)(1 - z)]q_1 l_1^2; \quad (26.4)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 z}{6}[6q_0(1 - x) + z(1 - q_0)(3 - 4x)]q_1 l_1^2. \quad (26.5)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0 M_{k2} + M_{k4}}{l_0(1 - z)l_1} - \frac{l_0(1 - z)}{12}[4 + 2m_0 - 8x - (1 - q_0)(3 + m_0 - 6x)(1 - z)]q_1 l_1^2; \quad (26.6)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{l_0 z l_1} - \frac{l_0 z}{6}[q_0(3 - 4x) + z(1 - q_0)(2 - 3x)]q_1 l_1^2; \quad (26.7)$$

$$F_3 = -\frac{F_4 + F_6}{2}. \quad (26.8)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 26.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{w[4(l_0 + n_0 k_3) + (1 - m_0)^2 k_2] + [m_0 + w(1 - m_0)](m_0 k_2 + k_4)}{l_0 w[1 - v(1 - m_0)]} + \frac{k_2 + k_6}{l_0 v}; \quad (26.9)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0 v[2q_0 + v(1 - q_0)]}{12} + \frac{l_0 m_0 w[m_0 + w(1 - m_0)][2 - w(1 + q_0)]}{12[1 - v(1 - m_0)]} +$$

$$+ \frac{l_0 v[1 - v(1 - m_0)][4q_0 + 3v(1 - q_0)]}{24} + \frac{l_0 w[m_0 + w(1 - m_0)]^2[4 - 3w(1 - q_0)]}{24[1 - v(1 - m_0)]} +$$

$$+ \frac{l_0}{24[1 - v(1 - m_0)]}\{12m_0^2(1 - v - w) + 6m_0(2 - 3m_0 q_0)[(1 - v)^2 - w^2] +$$

$$+ 4(1 - m_0)(1 - 3m_0 + 2m_0 q_0)[(1 - v)^3 - w^3] - 3(1 - m_0)^2(1 - q_0)[(1 -$$

$$- v^4 (- w^4]\}; \qquad (26.10)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{l_0 v}{12}[1 - v(1 - m_0)][3q_0 + 2v(1 - q_0)]q_1 l_1^2 + \frac{l_0 w}{12}[m_0 + w(1 - m_0)][3 -$$

$$- 2w(1 - q_0)]q_1 l_1^2 + \frac{l_0}{12}\{6m_0(1 - v - w) + 3[1 - m_0(2 - q_0)][(1 - v)^2 - w^2] -$$

$$- 2(1 - m_0)(1 - q_0)[(1 - v)^3 - w^3]\} \cdot q_1 l_1^2; \qquad (26.11)$$

$$Q_4 = \frac{l_0 m_0 w}{6}[3 - w(1 - q)]q_1 l_1^2; \qquad (26.12)$$

$$Q_6 = \frac{l_0 v}{6}[3q_0 + v(1 - q_0)]q_1 l_1^2. \qquad (26.13)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0 M_{k2} + M_{k4}}{l_0 w l_1} - \frac{l_0 m_0 w}{12}[2 - w(1 - q_0)]q_1 l_1^2; \qquad (26.14)$$

$$F_6 = \frac{M_{k2} + M_{k6}}{l_0 v l_1} - \frac{l_0 v}{12}[2q_0 + v(1 - q_0)]q_1 l_1^2. \qquad (26.15)$$

Forța nodală F_3 este cea dată de relația (26.8).

26.2. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza celui de la doilea algoritm de calcul aplicat schemelor de cedare I și II, prezentat în paragraful 17.2, ținîndu-se seama de următoarele observații, în funcție de schema de cedare la care se referă.

a) *Schema de cedare I* (fig. 26.2). Lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $0{,}15l_1$ și nici mai mare decît $0{,}5l_1$; ca urmare, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0{,}15 \leqslant x \leqslant 0{,}5 \qquad (26.16)$$

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}25l_2$ și nici mai mare decît $0{,}75l_2$; ca urmare a parametrului z trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0{,}25 \leqslant z \leqslant 0{,}75; \qquad (26.17)$$

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare I în cadrul algoritmului de calcul este x, z.

b) *Schema de cedare II* (fig. 26.3). Lungimea vl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}15\, l_2$ dacă $l_1 \geqslant 0{,}6\, l_2$ sau decît $0{,}25\, l_1$ dacă $l_1 < 0{,}6\, l_2$; ca urmare, parametrul v trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$v \geqslant 0{,}15 \text{ pentru } l_1 \geqslant 0{,}6\ l_2 \tag{26.18}$$

sau

$$v \geqslant \frac{0{,}25}{l_0} \text{ pentru } l_1 < 0{,}6\ l_2 ; \tag{26.19}$$

— lungimea wl_2 nu poate fi mai mică decît $0{,}15\ l_2$ dacă $l_3 \geqslant 0{,}6\ l_2$ sau decît $0{,}25\ l_3$ dacă $l_3 < 0{,}6\ l_2$ și nici mai mare decît $0{,}75\ l_2$; în consecință, parametrul w trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$w \geqslant 0{,}15 \text{ pentru } l_3 \geqslant 0{,}6\ l_2 \tag{26.20}$$

sau

$$w \geqslant \frac{0{,}25\ m_0}{l_0} \text{ pentru } l_3 < 0{,}6\ l_2 \tag{26.21}$$

și

$$w \leqslant 0{,}75 ; \tag{26.22}$$

— suma lungimilor vl_2 și wl_2 nu poate fi mai mare decît l_2 și deci parametrii v și w trebuie să satisfacă inegalitatea (18.29) ;

— ordinea în care sînt considerați parametrii schemei de cedare II în cadrul algoritmului de calcul este v, w.

26.3. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiunilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 26.2, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului de calcul EP*-42-09, listat în anexa 26.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 830 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3 000, iar partea mobilă are rezervate etichetele cuprinse între 1 831 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, l_3, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4, k_6.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valorile x_0 și z_0 ale parametrilor x și z, dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, sau valorile v_0 și w_0 ale parametrilor v și w, dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedareII ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe direcția bazelor și pe direcția înălțimii plăcii și valorile negative ale momentelor M_{k3}, M_{k4} și M_{k6}, de pe laturile *3*, *4* și *6* ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3, R_4 și R_6 de pe laturile *3*, *4* și *6* ale plăcii.

Unităţile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forţe, kN/m^2 pentru forţe pe unitatea de suprafaţă şi kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul *EP*-42-09 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 26.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucţiuni DATA, avînd etichetele 2 000, 2 010, 2 020 şi 2 030 aşa cum se poate vedea în listarea programului *EP*-42-09 conţinută de anexa 26.1.

Tabelul 26.1

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	6	6	4
l_2	3	3	8
l_3	3	3	2
q_1	10	10	10
q_2	10	0	0
k_2	1,25	1,25	0,25
k_3	1,5	1,5	1,5
k_4	2	0	0,5
k_6	0	2	1

În anexa 26.2 sînt reproduse rezultatele obţinute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM    PROGRAMUL BASIC EP-42-09
20 REM ***********************************************************
30 REM *                                                         *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR                *
50 REM * TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE                *
60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE               *
70 REM * DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR                         *
80 REM *                                                         *
90 REM ***********************************************************
100 REM *                                                        *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE           *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI             *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA                     *
140 REM *                                                        *
150 REM **********************************************************
160 REM *                                                        *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU         *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE            *
190 REM * SUPRAFATA SI KN *M PENTRU MOMENTE                      *
200 REM *                                                        *
210 REM **********************************************************
220 REM *                                                        *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT PE         *
240 REM * MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118                *
250 REM *                                                        *
260 REM **********************************************************
270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE    S =";S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
430 PRINT
440 READ L1,L2,L3,Q1,Q2,K2,K3,K4,K6
450 LET L4=SQR((L1-L3)^2/4+L2^2)
460 PRINT;TAB(20);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
480 PRINT;TAB(4);"L3 =";L3;TAB(28);"L4 =";L4
490 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
500 PRINT;TAB(4);"K2 =";K2;TAB(28);"K3 =";K3
510 PRINT;TAB(4);"K4 =";K4;TAB(28);"K6 =";K6
520 LET L0=L2/L1
530 LET M0=L3/L1
540 LET N0=L4/L1
550 LET Q0=Q2/Q1
560 LET A2=0
570 LET A3=0
580 LET B2=0
590 LET B3=0
610 LET Z1=0.25
```

```
620 LET X1=0.5
640 LET N2=4*L0+(1-M0)^2*K2+4*N0*K3
650 LET N2=N2/(L0*(2*X1-(1-M0)*Z1))
660 LET N2=(M0*K2+K4)/((1-Z1)*L0)+(K2+K6)/(L0*Z1)+N2
670 LET N1=2*M0*(1+Q0)+2*(1+3*Q0)*(1-X1)
680 LET N1=L0*(Z1*(1-Q0)*(3+M0-4*X1)+N1)/(24*N2)
690 LET A1=N1*Q1*L1^3
700 IF A2>=A1 THEN 750
710 LET A2=A1
720 LET X2=X1
730 LET Z2=Z1
740 IF X1>0.16 THEN 1670
750 IF A3>=A2 THEN 810
760 LET A3=A2
770 LET X3=X2
780 LET Z3=Z2
790 LET A2=0
800 IF Z1<0.74 THEN 1690
810 IF INT(5*M0/L0)<3 THEN 1705
820 LET W1=0.15
830 IF INT(5/L0)<3 THEN 1715
840 LET V1=0.15
860 LET N2=(M0+W1*(1-M0))*(M0*K2+K4)
870 LET N2=N2/(W1*L0*(1-V1*(1-M0)))
880 LET N2=(4*(L0+N0*K3)+K2*(1-M0)^2)/(L0*(1-V1*(1-M0)))+N2
890 LET N2=(K2+K6)/(L0*V1)+N2
900 LET N1=3*(1-Q0)*(1-M0)^2*((1-V1)^4-W1^4)
910 LET N1=4*(1-M0)*(1-M0*(3-2*Q0))*((1-V1)^3-W1^3)-N1
920 LET N1=6*M0*(2-M0*(3-Q0))*((1-V1)^2-W1^2)+N1
930 LET N1=(12*M0^2*(1-V1-W1)+N1)*L0
940 LET N1=L0*W1*(4-3*W1*(1-Q0))*(M0+W1*(1-M0))^2+N1
950 LET N1=2*L0*M0*W1*(2-W1*(1-Q0))*(M0+W1*(1-M0))+N1
960 LET N1=N1/(24*(1-V1*(1-M0)))+L0*V1*(2*Q0+V1*(1-Q0))/12
970 LET N1=L0*V1*(1-V1*(1-M0))*(4*Q0+3*V1*(1-Q0))/24+N1
980 LET N1=N1/N2
990 LET B1=N1*Q1*L1^3
1000 IF B2>=B1 THEN 1060
1010 LET B2=B1
1020 LET V2=V1
1030 LET W2=W1
1040 IF V1+W1<0.99 THEN 1725
1060 IF B3>=B2 THEN 1120
1070 LET B3=B2
1080 LET V3=V2
1090 LET W3=W2
1100 LET B2=0
1110 IF W1<0.74 THEN 1735
1120 IF A3<B3 THEN 1750
1130 LET J=1
1140 LET M1=A3
1150 LET X0=X3
1160 LET Z0=Z3
1170 LET M2=K2*M1
1180 LET M3=-K3*M1
1190 LET M4=-K4*M1
1200 LET M6=-K6*M1
1210 PRINT
1220 PRINT:TAB(18);"PARAMETRI"
1230 IF J>1 THEN 1800
1240 PRINT:TAB(4);"X0 =";X0:TAB(28);"Z0 =";Z0
1250 PRINT
1260 PRINT:TAB(19);"MOMENTE"
1270 PRINT:TAB(4);"M1 =";M1:TAB(28);"M2 =";M2
```

```
1280 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1290 PRINT;TAB(4);"M6 =";M6
1300 IF J>1 THEN 1430
1310 LET Q3=(2*X0-Z0*(1-M0))*(1+2*Q0+Z0*(1-Q0))*Q1*L1*L2/12
1320 LET Q4=3*(1+M0-2*X0)-(2+M0-4*X0)*(1-Q0)*(1-Z0)
1330 LET Q4=(1-Z0)*Q4*Q1*L1*L2/6
1340 LET E4=4+2*M0-8*X0-(3+M0-6*X0)*(1-Q0)*(1-Z0)
1350 LET E4=(1-Z0)*F4*Q1*L1*L2/12
1360 LET F4=(M0*M2-M4)/((1-Z0)*L2)-E4
1370 LET Q6=6*Q0*(1-X0)+Z0*(1-Q0)*(3-4*X0)
1380 LET Q6=Q6*Z0*Q1*L1*L2/6
1390 LET F6=Q0*(3-4*X0)+Z0*(1-Q0)*(2-3*X0)
1400 LET E6=E6*Z0*Q1*L1*L2/6
1410 LET F6=(M2-M6)/(Z0*L2)-E6
1420 IF J<2 THEN 1550
1430 LET Q3=V0*(1-V0*(1-M0))*(3*Q0+2*V0*(1-Q0))
1440 LET Q3=W0*(M0+W0*(1-M0))*(3-2*W0*(1-Q0))+Q3
1450 LET Q3=6*M0*(1-V0-W0)+Q3
1460 LET Q3=3*(1-M0*(2-Q0))*((1-V0)^2-W0^2)+Q3
1470 LET Q3=Q3-2*(1-Q0)*(1-M0)*((1-V0)^3-W0^3)
1480 LET Q3=Q3*Q1*L1*L2/12
1490 LET Q4=(3-W0*(1-Q0))*W0*Q1*L2*L3/6
1500 LET E4=(2-W0*(1-Q0))*W0*Q1*L2*L3/12
1510 LET F4=(M0*M2-M4)/(W0*L2)-E4
1520 LET Q6=(3*Q0+V0*(1-Q0))*V0*Q1*L1*L2/6
1530 LET E6=(2*Q0+V0*(1-Q0))*V0*Q1*L1*L2/12
1540 LET F6=(M2-M6)/(V0*L2)-E6
1550 LET F3=-(F4+F6)/2
1560 LET R3=Q3+F3
1570 LET R4=Q4+F4
1580 LET R6=Q6+F6
1590 PRINT
1600 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
1610 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
1620 PRINT;TAB(4);"R6 =";R6
1630 IF I<S THEN 1820
1640 GOTO 3000
1670 LET X1=X1-0.05
1680 GOTO 640
1690 LET Z1=Z1+0.05
1700 GOTO 620
1705 LET W1=INT(5*M0/L0)/20
1710 GOTO 830
1715 LET V1=INT(5/L0)/20
1720 GOTO 860
1725 LET V1=V1+0.05
1730 GOTO 860
1735 LET W1=W1+0.05
1740 GOTO 830
1750 LET J=2
1760 LET M1=B3
1770 LET V0=V3
1780 LET W0=W3
1790 GOTO 1170
1800 PRINT;TAB(4);"V0 =";V0;TAB(28);"W0 =";W0
1810 GOTO 1250
1820 LET I=I+1
1830 GOTO 400
2000 DATA 3
2010 DATA 6,3,3,10,10,1.25,1.5,2,0
2020 DATA 6,3,3,10,0,1.25,1.5,0,2
2030 DATA 4,8,2,10,0,0.25,1.5,0.5,1
3000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

        NUMARUL PLACILOR ESTE    S = 3.00000

                  PLACA  1.00000

                      DATE
    L1 = 6.00000                L2 = 3.00000
    L3 = 3.00000                L4 = 3.35410
    Q1 = 10.0000                Q2 = 10.0000
    K2 = 1.25000                K3 = 1.50000
    K4 = 2.00000                K6 = .000000

                    PARAMETRI
    X0 = .450000                Z0 = .350000

                     MOMENTE
    M1 = 9.33496                M2 = 11.6687
    M3 =-14.0024                M4 =-18.6699
    M6 =-.000000

                    REACTIUNI
    R3 = 33.9104                R4 = 34.0163
    R6 = 33.1630

                  PLACA  2.00000

                      DATE
    L1 = 6.00000                L2 = 3.00000
    L3 = 3.00000                L4 = 3.35410
    Q1 = 10.0000                Q2 = .000000
    K2 = 1.25000                K3 = 1.50000
    K4 = .000000                K6 = 2.00000

                    PARAMETRI
    V0 = .700000                W0 = .250000

                     MOMENTE
    M1 = 4.44781                M2 = 5.55976
    M3 =-6.67172                M4 =-.000000
    M6 =-8.89562

                    REACTIUNI
    R3 = 17.5144                R4 = 10.7378
    R6 = 14.2335
```

```
                    PLACA  3.00000

                         DATE
      L1 = 4.00000                 L2 = 8.00000
      L3 = 2.00000                 L4 = 8.06225
      Q1 = 10.0000                 Q2 = .000000
      K2 = .250000                 K3 = 1.50000
      K4 = .500000                 K6 = 1.00000

                       PARAMETRI
      V0 = .400000                 W0 = .200000

                        MOMENTE
      M1 = 10.4358                 M2 = 2.60895
      M3 =-15.6537                 M4 =-5.21790
      M6 =-10.4358

                       REACTIUNI
      R3 = 42.0568                 R4 = 14.2098
      R6 = 8.34316
```

27. PLĂCI TRAPEZOIDALE REZEMATE PE TREI LATURI ȘI LIBERE PE A PATRA LATURĂ, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

27.1. SCHEME DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat în formă de *trapez isoscel*, avînd baza mare de lungime l_1, baza mică de lungime l_3, înălțimea de lungime l_2 și laturile neparalele de lungime l_4. Placa este rezemată pe lungimea bazei mici și pe lungimea celor două laturi neparalele și este liberă pe lungimea bazei mari. Reazemele corespunzătoare laturilor neparalele sînt notate cu *3*, iar reazemul corespunzător bazei mici este notat cu *4*. Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu *3* este aceeași ; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția celor două baze și are o variație liniară pe direcția normalei la aceste baze. Intensitatea cea mai mare a încăr-

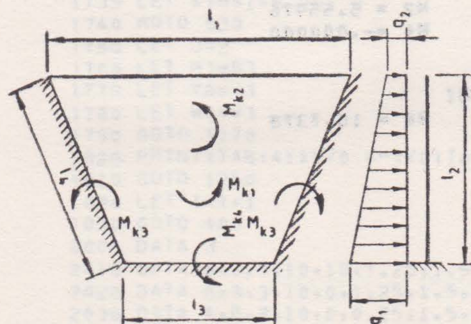


Fig. 27.1

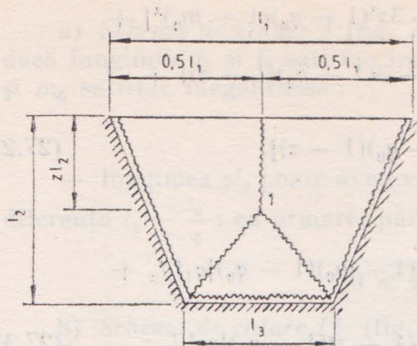


Fig. 27.3

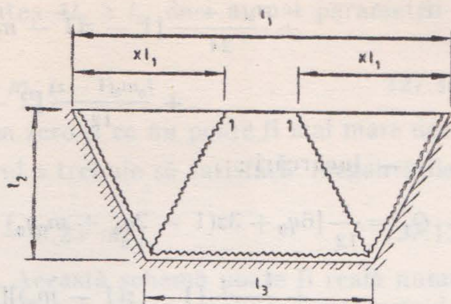


Fig. 27.2

cării, notată cu q_1 corespunde bazei mici, iar intensitatea cea mai mică, notată cu q_2 corespunde bazei mari a plăcii. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 27.1.

Schemele distincte de cedare ale plăcii de acest tip, notate cu I și II, sînt cele trasate în figurile 27.2 și 27.3. Amîndouă schemele sînt simetrice în raport cu axa care trece prin mijloacele celor două baze ale plăcii.

Schema de cedare I depinde de un singur parametru, notat cu z. Acest parametru este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de baza mare a plăcii, și lungimea înălțimii l_2 a plăcii.

Schema de cedare II depinde tot de un singur parametru, notat cu x. Acest parametru este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a uneia dintre liniile de curgere ale schemei cu baza mare a plăcii, față de extremitatea acestei baze învecinată lui, și lungimea l_1 a bazei mari a plăcii.

27.2. RELAȚII DE CALCUL

Notațiile necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1. Folosind aceste notații, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schemele de cedare I și II pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3 și Q_4 aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor *3* și *4*, precum și pentru forțele nodale F_3 și F_4 care apar în legăturile dintre aceste porțiuni.

a) *Schema de cedare I* (fig. 27.2)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 - m_0(1 - m_0)k_2 + 4n_0k_3}{l_0[1 - z(1 - m_0)]} + \frac{m_0k_2 + k_4}{l_0(1 - z)}; \qquad (27.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0 z}{24[1 - z(1 - m_0)]}[12q_0 + 6z(1 + 2m_0q_0 - 3q_0) -$$

$$- 4z^2(1 - m_0)(2 + m_0q_0 - 3q_0) + 3z^3(1 - q_0)(1 - m_0)^2] +$$

$$+ \frac{l_0(1 - z)}{24}[1 - z(1 - m_0)][4 - 3(1 - q_0)(1 - z)] +$$

$$+ \frac{l_0m_0(1 - z)}{12}[2 - (1 - q_0)(1 - z)]. \qquad (27.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{z}{12}[6q_0 + 3z(1 - 2q_0 + m_0q_0) - 2z^2(1 - m_0)(1 - q_0)]q_1l_1l_2 +$$

$$+ \frac{1 - z}{12}[1 - z(1 - m_0)][3 - 2(1 - z)(1 - q_0)]q_1l_1l_2 ; \qquad (27.3)$$

$$Q_4 = \frac{m_0(1 - z)}{6}[3 - (1 - q_0)(1 - z)]q_1l_1l_2. \qquad (27.4)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{m_0M_{k2} + M_{k4}}{(1 - z)l_2} - \frac{m_0(1 - z)}{12}[2 - (1 - q_0)(1 - z)]q_1l_1l_2 ; \qquad (27.5)$$

$$F_3 = -\frac{F_4}{2}. \qquad (27.6)$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 27.3)

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 + (2x + m_0 - 1)^2k_2 + 4m_0k_3 + 2xk_4}{2l_0x} ; \qquad (27.7)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{12}[x(1 + 3q_0) + 1 + m_0 - 2x + q_0(3 + m_0 - 6x)] ; \qquad (27.8)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{x}{6}(1 + 2q_0)q_1l_1l_2 ; \qquad (27.9)$$

$$Q_4 = \frac{1}{6}[(1 + 2q_0)(1 - 2x) + m_0(2 + q_0)q_1l_1l_2 ; \qquad (27.10)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{(2x + m_0 - 1)M_{k2} + M_{k4}}{l_2} - \frac{1}{12}[1 + m_0 - 2x + q_0(3 +$$

$$+ m_0 - 6x)]q_1l_1l_2. \qquad (27.11)$$

Forța nodală F_3 este cea dată de relația (27.6).

27.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemelor de cedare I și II, ținîndu-se seama de următoarele observații în funcție de schema de cedare la care se referă :

a) *Schema de cedare I* (fig. 27.2) Această schemă poate fi reală numai dacă lungimile l_2 și l_3 satisfac inegalitatea $4l_2 \geqslant l_3$, deci numai parametrii l_0 și m_0 satisfac inegalitatea :

$$4l_0 \geqslant m_0 ; \tag{27.12}$$

— lungimea zl_2 poate avea valoarea zero și ea nu poate fi mai mare decît diferența $l_2 - \frac{l_3}{4}$; ca urmare, parametrul z trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0 \leqslant z \leqslant 1 - 0,25\ m_0 ; \tag{27.13}$$

b) *Schema de cedare II* (fig. 27.3). Această schemă poate fi reală numai dacă lungimile l_1 și l_2 satisfac inegalitatea $l_2 \leqslant l_1$, deci numai dacă parametrul l_0 satisface inegalitatea :

$$l_0 \leqslant 1 ; \tag{27.14}$$

— lungimea xl_1 nu poate fi mai mică decît $\frac{l_2}{2}$ și nici mai mare decît $\frac{l_1}{2}$; în consecință, parametrul x trebuie să satisfacă inegalitățile :

$$0,5\ l_0 \leqslant x \leqslant 0,5. \tag{27.15}$$

27.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 27.3, sub formă de instrucțiuni de calcul, folosind codificările cuprinse în tabelul 16.1, s-a obținut *programul de calcul* EP-42-10 listat în anexa 27.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 1 330 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 3 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 1 331 și 2 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plast'c. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1 l_2, l_3, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4.

Observație. Pe laturile articulate sau simplu rezemate ale plăcilor, coeficienții de influență ai momentelor capabile respective se introduc cu valoarea zero.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valoarea z_0 a parametrului z dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare I, sau valoarea x_0 a parametrului x dacă cedarea plăcii se produce după schema de cedare II ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe direcția bazelor și pe direcția înălțimii plăcii, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3} și M_{k4} de pe laturile *3* și *4* ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3 și R_4 de pe laturile *3* și *4* ale plăcii.

Unitățile de măsură folosite sînt m pentru lungimi, kN pentru forțe, kN/m² pentru forțe de unitate de suprafață și kNm pentru momente.

Pentru exemplificare, programul *EP*-42-10 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 27.1. Partea mo-

bilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 2 000, 2 010, 2 020 și 2 030, așa cum se poate vedea în listarea conținută de anexa 27.1.

Tabelul 27.1

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	6	6	
l_2	3	3	6
l_3	3	3	3
q_1	10	10	10
q_2	10	0	0
k_2	1	1	0,5
k_3	0	1,5	1,5
k_4	1,5	1,5	0,5

În anexa 27.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea progra mului pentru cele 3 plăci considerate.

```
10 REM   PROGRAMUL EP-42-10
20 REM ****************************************************
30 REM *                                                  *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR         *
50 REM * TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE TREI    *
60 REM * LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA, SOLICITATE   *
70 REM * DE O INCARCARE DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR   *
80 REM *                                                  *
90 REM ****************************************************
100 REM *                                                 *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRII SCHEMELOR DE    *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI      *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA              *
140 REM *                                                 *
150 REM ***************************************************
160 REM *                                                 *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU  *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE     *
190 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                *
200 REM *                                                 *
210 REM ***************************************************
220 REM *                                                 *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT     *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118      *
250 REM *                                                 *
260 REM ***************************************************
270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,"
300 PRINT "SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA"
310 PRINT "DISTRIBUITA LINIAR"
320 PRINT
330 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
340 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
350 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
360 PRINT
370 PRINT
380 READ S
390 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
440 PRINT
450 READ L1,L2,L3,Q1,Q2,K2,K3,K4
460 LET L4=SQR((L1-L3)^2/4+L2^2)
470 PRINT;TAB(20);"DATE"
480 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
490 PRINT;TAB(4);"L3 =";L3;TAB(28);"L4 =";L4
500 PRINT;TAB(4);"Q1 =";Q1;TAB(28);"Q2 =";Q2
510 PRINT;TAB(4);"K2 =";K2;TAB(28);"K3 =";K3
520 PRINT;TAB(4);"K4 =";K4
530 LET L0=L2/L1
540 LET M0=L3/L1
550 LET N0=L4/L1
560 LET Q0=Q2/Q1
570 LET A2=0
580 LET B2=0
590 IF 4*L0<M0 THEN 750
600 LET J=1
```

```
610 LET Z1=0
620 LET N2=(4*L0-(1-M0)*M0*K2+4*N0*K3)/(L0*(1-Z1*(1-M0)))
630 LET N2=(M0*K2+K4)/(L0*(1-Z1))+N2
640 LET N1=6*Z1*(1-3*Q0+2*Q0*M0)+3*(1-Q0)*(1-M0)^2*Z1^3
650 LET N1=N1-4*(1-M0)*(2-3*Q0+Q0*M0)*Z1^2
660 LET N1=L0*Z1*(12*Q0+N1)/(1-Z1*(1-M0))
670 LET N1=L0*(1-Z1)*(1-Z1*(1-M0))*(4-3*(1-Q0)*(1-Z1))+N1
680 LET N1=(2*L0*M0*(1-Z1)*(2-(1-Q0)*(1-Z1))+N1)/(24*N2)
690 LET A1=N1*Q1*L1^3
700 IF A2>=A1 THEN 740
710 LET A2=A1
720 LET Z2=Z1
730 IF Z1<1-M0/(4*L0) THEN 1220
740 IF L0>1 THEN 870
750 LET J=2
760 LET X1=0.5
770 LET N2=4*L0+K2*(2*X1+M0-1)^2
780 LET N2=(N2+4*N0*K3+2*X1*K4)/(2*L0*X1)
790 LET N1=L0*(1+M0-2*X1+Q0*(3+M0-6*X1))
800 LET N1=((1+3*Q0)*L0*X1+N1)/(12*N2)
810 LET B1=N1*Q1*L1^3
820 IF B2>=B1 THEN 860
830 LET B2=B1
840 LET X2=X1
850 IF X1>L0/2 THEN 1240
860 IF A2<B2 THEN 1260
870 LET J=1
880 LET M1=A2
890 LET Z0=Z2
900 LET M2=K2*M1
910 LET M3=-K3*M1
920 LET M4=-K4*M1
930 PRINT
940 PRINT:TAB(18);"PARAMETRU"
950 IF J>1 THEN 1300
960 PRINT:TAB(16);"Z0 =";Z0
970 PRINT
980 PRINT:TAB(19);"MOMENTE"
990 PRINT:TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
1000 PRINT:TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
1010 IF J>1 THEN 1100
1020 LET Q3=3*Z0*(1-2*Q0+M0*Q0)-2*(1-M0)*(1-Q0)*Z0^2
1030 LET Q3=Z0*(6*Q0+Q3)
1040 LET Q3=(1-Z0)*(1-Z0*(1-M0))*(3-2*(1-Z0)*(1-Q0))+Q3
1050 LET Q3=Q3*Q1*L1*L2/12
1060 LET Q4=(1-Z0)*(3-(1-Q0)*(1-Z0))*M0*Q1*L1*L2/6
1070 LET E4=(1-Z0)*(2-(1-Q0)*(1-Z0))*M0*Q1*L1*L2/12
1080 LET F4=(M0*M2-M4)/(L2*(1-Z0))-E4
1090 IF J<2 THEN 1140
1100 LET Q3=(1+2*Q0)*X0*Q1*L1*L2/6
1110 LET Q4=((1+2*Q0)*(1-2*X0)+(2+Q0)*M0)*Q1*L1*L2/6
1120 LET E4=(1+M0-2*X0+Q0*(3+M0-6*X0))*Q1*L1*L2/12
1130 LET F4=((2*X0+M0-1)*M2-M4)/L2-E4
1140 LET F3=-F4/2
1150 LET R3=Q3+F3
1160 LET R4=Q4+F4
1170 PRINT
1180 PRINT:TAB(18);"REACTIUNI"
1190 PRINT:TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
1200 IF I<S THEN 1320
1210 GOTO 3000
1220 LET Z1=Z1+0.05
```

```
1230 GOTO 620
1240 LET X1=X1-0.05
1250 GOTO 770
1260 LET J=2
1270 LET M1=B2
1280 LET X0=X2
1290 GOTO 900
1300 PRINT:TAB(16):"X0 =";X0
1310 GOTO 970
1320 LET I=I+1
1330 GOTO 410
2000 DATA 3
2010 DATA 6,3,3,10,10,1,0,1.5
2020 DATA 6,3,3,10,0,1,1.5,1.5
2030 DATA 5,6,3,10,0,0.5,1.5,0.5
3000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
TRAPEZOIDALE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE
TREI LATURI SI LIBERE PE A PATRA LATURA,
SOLICITATE DE O INCARCARE DE SUPRAFATA
DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

      NUMARUL PLACILOR ESTE   S = 3.00000

                  PLACA  1.00000

                     DATE
 L1 = 6.00000                 L2 = 3.00000
 L3 = 3.00000                 L4 = 3.35410
 Q1 = 10.0000                 Q2 = 10.0000
 K2 = 1.00000                 K3 = .000000
 K4 = 1.50000

                   PARAMETRU
                 X0 = .400000

                    MOMENTE
 M1 = 37.2036                 M2 = 37.2036
 M3 =-.000000                 M4 =-55.8054

                   REACTIUNI
 R3 = 38.3389                 R4 = 58.3222

                  PLACA  2.00000

                     DATE
 L1 = 6.00000                 L2 = 3.00000
 L3 = 3.00000                 L4 = 3.35410
 Q1 = 10.0000                 Q2 = .000000
 K2 = 1.00000                 K3 = 1.50000
 K4 = 1.50000

                   PARAMETRU
                 Z0 = .350000

                    MOMENTE
 M1 = 6.49341                 M2 = 6.49341
 M3 =-9.74012                 M4 =-9.74012

                   REACTIUNI
 R3 = 18.5045                 R4 = 22.9912
```

ANEXA 27.2 (continuare)

```
                PLACA 3.00000

                   DATE
L1 = 5.00000                  L2 = 6.00000
L3 = 3.00000                  L4 = 6.08275
Q1 = 10.0000                  Q2 = .000000
K2 = .500000                  K3 = 1.50000
K4 = .500000

                 PARAMETRU
               Z0 = .700000

                  MOMENTE
M1 = 15.5426                  M2 = 7.77130
M3 =-23.3139                  M4 =-7.77130

                 REACTIUNI
R3 = 43.2211                  R4 = 23.5578
```

28. PLĂCI TRIUNGHIULARE REZEMATE PE TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ DISTRIBUITĂ LINIAR

28.1. SCHEMA DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat în formă de *triunghi isoscel*, avînd baza de lungime l_1, înălțimea de lungime l_2 și celelalte două laturi de lungime l_3, ($l_3 = \sqrt{0,25\ l_1^2 + l_2^2}$). Placa este rezemată pe tot conturul, reazemele de pe lungimile laturilor egale fiind notate cu *3* iar reazemul de pe lungimea bazei fiind notat cu *4*. Armarea plăcii pe cele două reazeme notate cu *3* este aceeași ; ca urmare, momentele capabile de pe aceste reazeme au aceeași valoare. Placa este solicitată de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe direcția bazei triunghiului și are o variație liniară pe direcția înălțimii triunghiului. Intensitatea cea mai mare a încărcării, notată cu q_1 (kN/m²) corespunde vîrfului triunghiului, iar intensitatea cea mai mică, notată cu q_2 (kN/m²) corespunde bazei triunghiului. Schema generală a plăcii este prezentată în figura 28.1.

Placa de acest tip admite o singură schemă de cedare, notată cu I, a cărei configurație este trasată în figura 28.2. Această schemă depinde de un singur parametru, notat cu *z*, care este egal cu raportul dintre distanța la care se găsește punctul de intersecție a liniilor de curgere față de baza plăcii și lungimea înălțimii l_2.

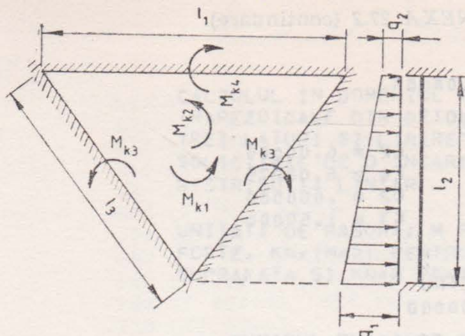


Fig. 28.1

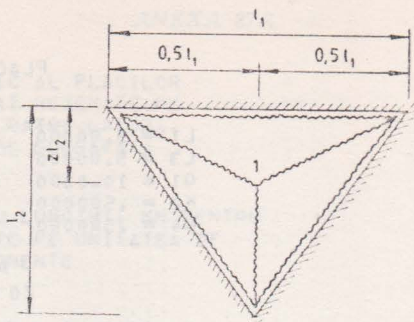


Fig. 28.2

28.2. RELAȚII DE CALCUL

Notațiile necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1. Folosind aceste notații, în cele ce urmează se prezintă expresiile stabilite în raport cu schema de cedare I pentru factorii λ_M și λ_Q care apar în relația (16.9), pentru încărcările Q_3 și Q_4 aplicate pe porțiunile de placă delimitate de liniile de curgere, aferente reazemelor *3* și *4*, precum și forțele nodale F_3 și F_4 care apar la legăturile dintre aceste porțiuni :

— factori :

$$\lambda_M = \frac{4l_0 z + k_2 + 4m_0 z k_3 + (1-z)k_4}{l_0 z(1-z)}; \qquad (28.1)$$

$$\lambda_Q = \frac{l_0}{24}[1 + 3q_0 + z(1 - q_0)]. \qquad (28.2)$$

— încărcări :

$$Q_3 = \frac{1-z}{12}[1 + 2q_0 + z(1 - q_0)]q_1 l_1 l_2; \qquad (28.3)$$

$$Q_4 = \frac{z}{6}[3q_0 + z(1 - q_0)]q_1 l_1 l_2. \qquad (28.4)$$

— forțe nodale :

$$F_4 = \frac{M_{k2} + M_{k4}}{z l_2} - \frac{z}{12}[2q_0 + z(1 - q_0)]q_1 l_1 l_2. \qquad (28.5)$$

Forța nodală F_3 este cea dată de relația (27.6).

28.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul a fost elaborată pe baza primului algoritm de calcul prezentat în paragraful 17.2, aplicat schemei de cedare I, ținîndu-se seama de următoarele observații :

— pentru $l_1 < l_2$, lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît 0,15 l_1 și deci parametrul z trebuie să satisfacă în acest caz inegalitatea :

$$z > \frac{0,15}{l_0}\,; \tag{28.6}$$

— pentru $l_1 \geqslant l_2$, lungimea zl_2 nu poate fi mai mică decît 0,3 l_2 și deci parametrul z trebuie să satisfacă în acest caz inegalitatea :

$$z \geqslant 0,3\,; \tag{28.7}$$

— lungimea zl_2 nu poate fi mai mare decît 0,7 l_2 și deci parametrul z trebuie să satisfacă inegalitatea :

$$z \leqslant 0,7. \tag{28.8}$$

28.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Transcrierea operațiilor conținute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 28. 3, sub formă de instrucțiuni de calcul, prin folosirea limbajului de programare BASIC și a codificărilor cuprinse în tabelul 16.1, a condus la obținerea *programului EP*-42-11, listat în anexa 28.1.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucțiunile etichetate de la 10 la 930 inclusiv, la care se adaugă instrucțiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 931 și 1 999.

Prima instrucțiune a părții mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucțiuni ale acestei părți cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : l_1, l_2, q_1, q_2, k_2, k_3, k_4.

Pentru fiecare placă, programul furnizează :

— valoarea z_0 a parametrului z ;

— valorile pozitive ale momentelor capabile M_{k1} și M_{k2} din cîmpul plăcii, pe direcția bazei și pe direcția înălțimii plăcii, și valorile negative ale momentelor capabile M_{k3} și M_{k4} de pe laturile *3* și *4* ale plăcii ;

— valorile reacțiunilor R_3 și R_4 de pe laturile *3* și *4* ale plăcii.

Pentru exemplificare, programul *EP*-42-11 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 28.1. Partea momobilă a programului este alcătuită în acest caz din 4 instrucțiuni DATA, avînd etichetele 1 000, 1 010, 1 020 și 1 030, așa cum se poate vedea în listarea conținută de anexa 28.1.

În anexa 28.2 sînt reproduse rezultatele obținute prin rularea programului de calcul pentru cele 3 plăci considerate.

Tabelul 28.1

Date	Placa		
	1	2	3
l_1	5	5	5
l_2	2	5	5
q_1	10	10	10
q_2	0	10	0
k_2	1	1	1
k_3	2	2	2
k_4	0	2	2

```
 10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-11
 20 REM ****************************************************
 30 REM *                                                  *
 40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR         *
 50 REM * TRIUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE        *
 60 REM * TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE        *
 70 REM * DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR                  *
 80 REM *                                                  *
 90 REM ****************************************************
100 REM *                                                  *
110 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA PARAMETRUL SCHEMEI DE       *
120 REM * CEDARE, MOMENTELE CAPABILE ALE PLACILOR SI       *
130 REM * REACTIUNILE DIN REAZEMELE ACESTORA               *
140 REM *                                                  *
150 REM ****************************************************
160 REM *                                                  *
170 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU   *
180 REM * FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE      *
190 REM * SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE                 *
200 REM *                                                  *
210 REM ****************************************************
220 REM *                                                  *
230 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT      *
240 REM * PE MICROCALCULATOARELE FELIX M-18 SI M-118       *
250 REM *                                                  *
260 REM ****************************************************
270 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR"
280 PRINT "TRIUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE"
290 PRINT "TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE"
300 PRINT "DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR"
310 PRINT
320 PRINT "UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU"
330 PRINT "FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE"
340 PRINT "SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE"
350 PRINT
360 PRINT
370 READ S
380 PRINT;TAB(5);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
390 LET I=1
400 PRINT
410 PRINT
420 PRINT;TAB(15);"PLACA ";I
430 PRINT
440 READ L1,L2,Q1,Q2,K2,K3,K4
450 LET L3=SQR(L1^2/4+L2^2)
460 PRINT;TAB(20);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"L1 =";L1;TAB(28);"L2 =";L2
480 PRINT;TAB(4);"L3 =";L3;TAB(28);"Q1 =";Q1
490 PRINT;TAB(4);"Q2 =";Q2;TAB(28);"K2 =";K2
500 PRINT;TAB(4);"K3 =";K3;TAB(28);"K4 =";K4
510 LET L0=L2/L1
520 LET M0=L3/L1
530 LET Q0=Q2/Q1
540 LET A2=0
550 IF INT(3/L0)<6 THEN 880
560 LET Z1=0.3
570 LET N2=K2+4*Z1*(L0+M0*K3)+K4*(1-Z1)
580 LET N2=N2/(L0*Z1*(1-Z1))
590 LET N1=L0*(1+3*Q0+Z1*(1-Q0))/(24*N2)
600 LET A1=N1*Q1*L1^3
```

```
 610 IF A2>=A1 THEN 650
 620 LET A2=A1
 630 LET Z2=Z1
 640 IF Z1<0.69 THEN 900
 650 LET M1=A2
 660 LET Z0=Z2
 670 LET M2=K2*M1
 680 LET M3=-K3*M1
 690 LET M4=-K4*M1
 700 PRINT
 710 PRINT;TAB(18);"PARAMETRU"
 720 PRINT;TAB(16);"Z0 =";Z0
 730 PRINT
 740 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
 750 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(28);"M2 =";M2
 760 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(28);"M4 =";M4
 770 LET Q4=(3*Q0+Z0*(1-Q0))*Z0*Q1*L1*L2/6
 780 LET E4=(2*Q0+Z0*(1-Q0))*Z0*Q1*L1*L2/12
 790 LET F4=(M2-M4)/(Z0*L2)-E4
 800 LET Q3=(1-Z0)*(1+2*Q0+Z0*(1-Q0))*Q1*L1*L2/12
 810 LET R3=Q3-F4/2
 820 LET R4=Q4+F4
 830 PRINT
 840 PRINT;TAB(18);"REACTIUNI"
 850 PRINT;TAB(4);"R3 =";R3;TAB(28);"R4 =";R4
 860 IF I<S THEN 920
 870 GOTO 2000
 880 LET Z1=INT(3/L0)/20
 890 GOTO 570
 900 LET Z1=Z1+0.05
 910 GOTO 570
 920 LET I=I+1
 930 GOTO 400
1000 DATA 3
1010 DATA 5,2,10,0,1,2,0
1020 DATA 5,5,10,10,1,2,2
1030 DATA 5,5,10,0,1,2,2
2000 END
```

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR
TRIUNGHIULARE DIN BETON ARMAT REZEMATE PE
TOATE LATURILE, SOLICITATE DE O INCARCARE
DE SUPRAFATA DISTRIBUITA LINIAR

UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN PENTRU
FORTE, KN/(M^2) PENTRU FORTE PE UNITATEA DE
SUPRAFATA SI KN*M PENTRU MOMENTE

    NUMARUL PLACILOR ESTE   S = 3.00000

                    PLACA   1.00000

                          DATE
    L1 = 5.00000                   L2 = 2.00000
    L3 = 3.20156                   Q1 = 10.0000
    Q2 = .000000                   K2 = 1.00000
    K3 = 2.00000                   K4 = .000000

                        PARAMETRU
                      Z0 = .350000

                         MOMENTE
    M1 = .763339                   M2 = .763339
    M3 =-1.52668                   M4 =-.000000

                        REACTIUNI
    R3 = 7.27767                   R4 = 2.11132

                    PLACA   2.00000

                          DATE
    L1 = 5.00000                   L2 = 5.00000
    L3 = 5.59015                   Q1 = 10.0000
    Q2 = 10.0000                   K2 = 1.00000
    K3 = 2.00000                   K4 = 2.00000

                        PARAMETRU
                      Z0 = .300000

                         MOMENTE
    M1 = 6.96295                   M2 = 6.96295
    M3 =-13.9259                   M4 =-13.9259

                        REACTIUNI
    R3 = 43.0370                   R4 = 38.9259

                    PLACA   3.00000

                          DATE
    L1 = 5.00000                   L2 = 5.00000
    L3 = 5.59015                   Q1 = 10.0000
    Q2 = .000000                   K2 = 1.00000
    K3 = 2.00000                   K4 = 2.00000

                        PARAMETRU
                      Z0 = .400000

                         MOMENTE
    M1 = 2.37201                   M2 = 2.37201
    M3 =-4.74402                   M4 =-4.74402

                        REACTIUNI
    R3 = 17.3877                   R4 = 6.89136
```

29. PLĂCI INELARE REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL EXTERIOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DE SUPRAFAȚĂ ȘI DE O ÎNCĂRCARE LINIARĂ PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR, DISTRIBUITE UNIFORM

29.1. SCHEME DE CEDARE

Se consideră o placă din beton armat de formă inelară, avînd raza conturului exterior de lungime R_1 și raza conturului interior de lungime R_2. Placa este rezemată pe conturul exterior în n puncte așezate echidistant. Solicitarea ei este produsă de o încărcare de suprafață distribuită uniform pe toată suprafața plăcii, avînd intensitatea g (kN/m²), și de o încărcare liniară distribuită uniform pe lungimea conturului interior al plăcii, avînd intensitatea de calcul p (kN/m). Schema generală a plăcii este prezentată în figura 29.1.

Placa de acest tip admite patru scheme distincte de cedare, notate cu I, II, III, și IV, ale căror configurații sînt trasate în figurile 29.2 – 29.5.

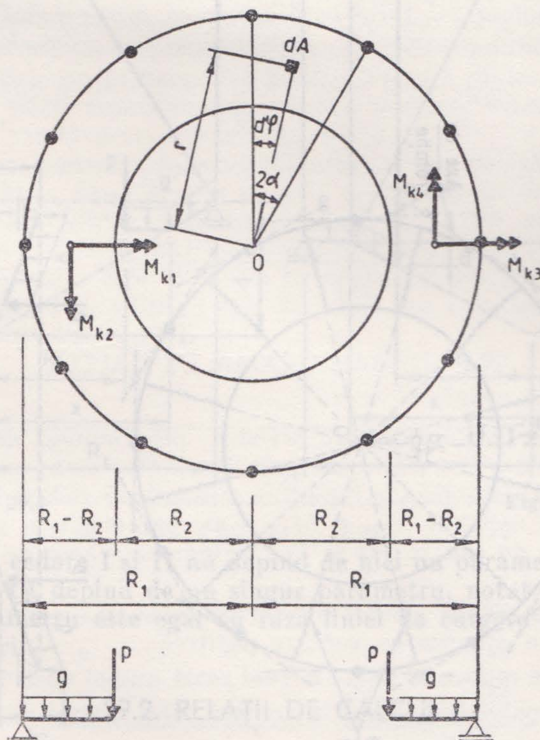
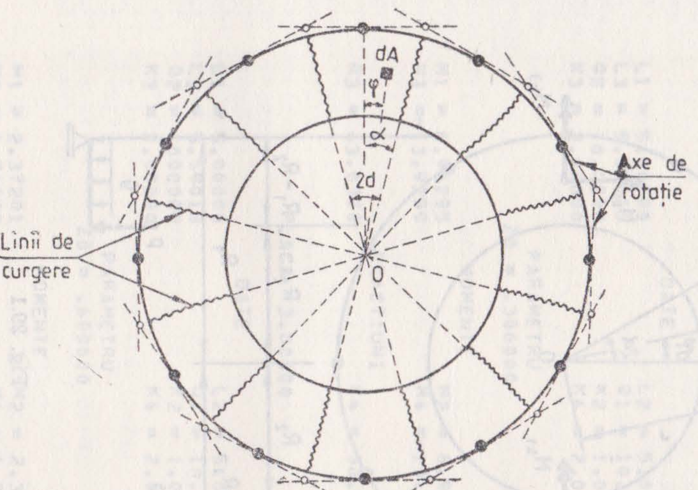


Fig. 29.1



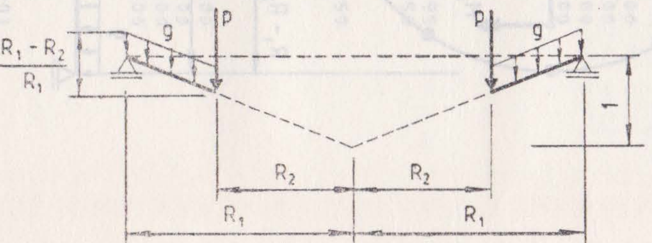
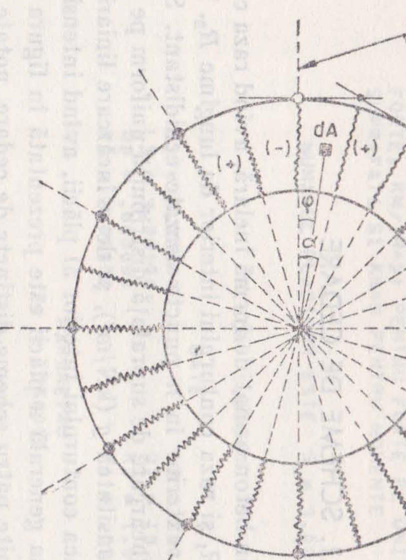


Fig. 29.2



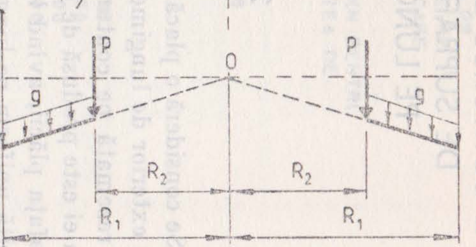


Fig. 29.3

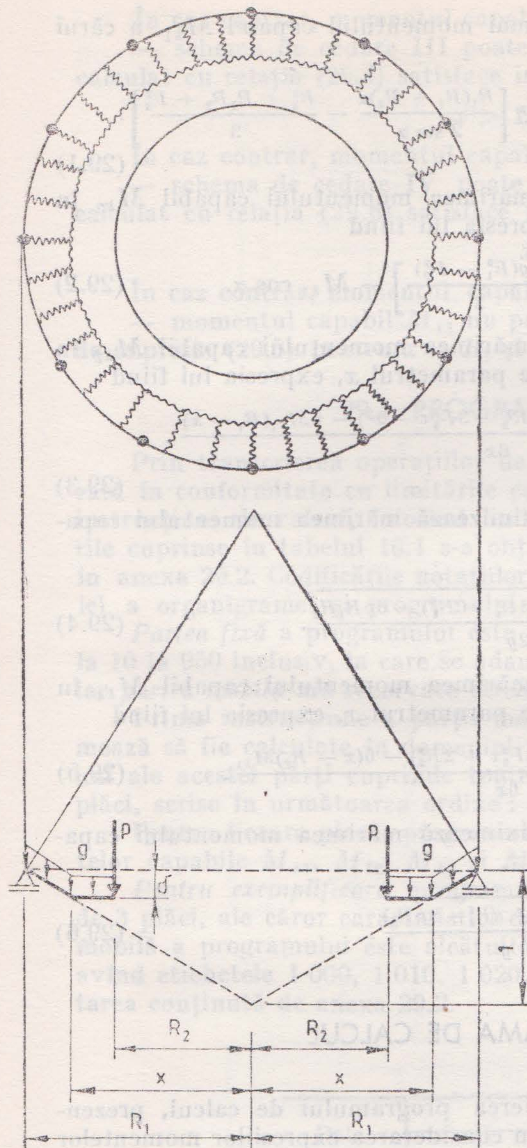


Fig. 29.4

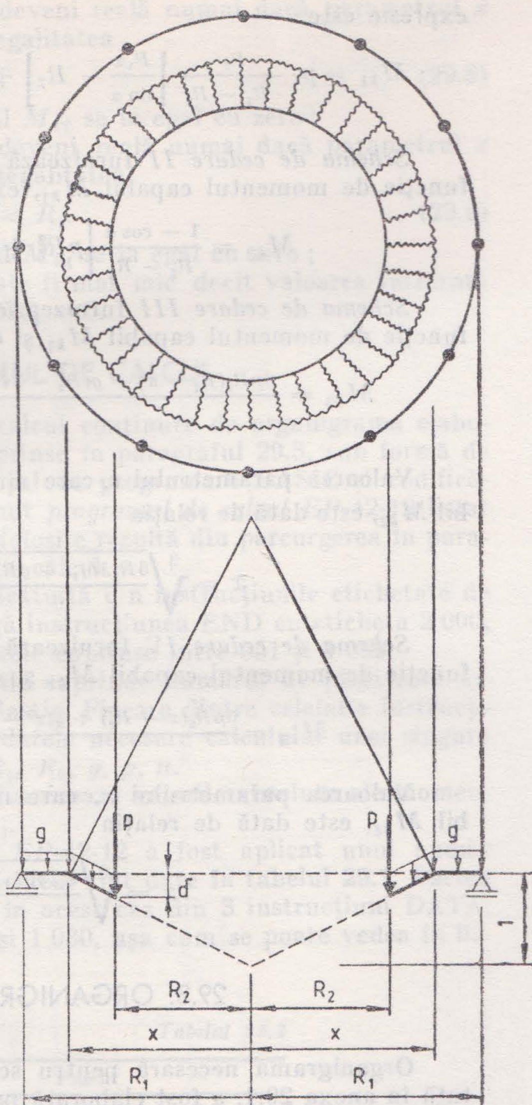


Fig. 29.5

Schemele de cedare I și II nu depind de nici un parametru, iar schemele de cedare III și IV depind de un singur parametru, notat în ambele cazuri cu x. Acest parametru este egal cu raza liniei de curgere circulare, situate în cuprinsul plăcii.

29.2. RELAȚII DE CALCUL

Momentele capabile pe unitatea de lățime de placă, necesare pentru efectuarea calculului în domeniul plastic al unei astfel de plăci sînt definite și codificate în tabelul 16.1.

Schema de cedare I furnizează numai momentului capabil M_{k1}, a cărui expresie este :

$$M_{k1} = p\cdot \frac{R_2}{R_1 - R_2}\left[\frac{R_1\alpha}{\sin\alpha} - R_2\right] + g\left[\frac{R_1(R_1 + R_2)\alpha}{2\sin\alpha} - \frac{R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2}{3}\right]. \tag{29.1}$$

Schema de cedare II furnizează mărimea momentului capabil M_{k3} în funcție de momentul capabil M_{k1}, expresia lui fiind

$$M_{k3} = \frac{1-\cos\alpha}{R_1 - R_2}\left[pR_2^2 + \frac{g(R_1^3 - R_2^3)}{3}\right] - M_{k1}\cos\alpha. \tag{29.2}$$

Schema de cedare III furnizează mărimea momentului capabil M_{k2} în funcție de momentul capabil M_{k1} și de parametrul x, expresia lui fiind

$$M_{k2} = \frac{6pR_2(R_1 - x) + g(R_2^3 - 3R_1R_2^2 + 3R_2^2x - x^3) - 6M_{k1}(R_1 - x)}{6x}. \tag{29.3}$$

Valoarea parametrului x, care maximizează mărimea momentului capabil M_{k2}, este dată de relația

$$x = \sqrt[3]{\frac{6R_1M_{k1} + gR_1(3R_2^2 - R_1^2) - 6pR_1R_2}{2g}}. \tag{29.4}$$

Schema de cedare IV furnizează mărimea momentului capabil M_{k4} în funcție de momentul capabil M_{k1} și de parametrul x, expresia lui fiind

$$M_{k4} = \frac{6pR_2(x - R_2) + g(x^3 - 3R_2^2x + 2R_2^3) - 6(x - R_2)M_{k1}}{6x}. \tag{29.5}$$

Valoarea parametrului x, care maximează mărimea momentului capabil M_{k4}, este dată de relația

$$x = \sqrt[3]{\frac{R_2(3M_{k1} + gR_2^2 - 3pR_2)}{g}}. \tag{29.6}$$

29.3. ORGANIGRAMA DE CALCUL

Organigrama necesară pentru scrierea programului de calcul, prezentată în anexa 29.1, a fost elaborată prin considerarea expresiilor momentelor capabile M_{k1} și M_{k3} stabilite în raport cu schemele de cedare I și II și a expresiilor momentelor capabile M_{k2} și M_{k4} și ale parametrului x, stabilite în raport cu schemele de cedare III și IV, ținîndu-se seama de următoarele observații :

— schema de cedare I poate fi întotdeauna reală, momentul capabil M_{k1} rezultînd în toate cazurile cu valoare pozitivă ;

— schema de cedare II poate deveni reală numai dacă valoarea absolută a momentului capabil M_{k3} rezultă pozitivă, deci numai dacă momentul capabil M_{k1} satisface inegalitatea

$$M_{k1}\cos\alpha < \frac{1-\cos\alpha}{R_1 - R_2}\left[pR_2^2 + \frac{g(R_1^3 - R_2^3)}{3}\right. \tag{29.7}$$

În caz contrar, momentul capabil M_{k3} se ia egal cu zero :

— schema de cedare III poate deveni reală numai dacă parametrul x calculat cu relaţia (29.4) satisface inegalitatea

$$x > R_2. \tag{29.8}$$

În caz contrar, momentul capabil M_{k2} se ia egal cu zero ;

— schema de cedare IV poate deveni reală numai dacă parametrul x calculat cu relaţia (29.6) satisface inegalitatea

$$x < R_1. \tag{29.9}$$

În caz contrar, momentul capabil M_{k4} se ia egal cu zero ;

— momentul capabil M_{k1} nu poate fi mai mic decît valoarea furnizată de expresia (29.5) pentru $x = R_1$ şi $M_{k4} = 0$.

29.4. PROGRAMUL DE CALCUL

Prin transcrierea operaţiilor de calcul conţinute de organigrama elaborată în conformitate cu limitările cuprinse în paragraful 29.3, sub formă de instrucţiuni de calcul, folosind limbajul de programare BASIC şi codificările cuprinse în tabelul 16.1 s-a obţinut *programul de calcul EP*-42-12 listat în anexa 29.2. Codificările notaţiilor folosite rezultă din parcurgerea în paralel a organigramei şi programului de calcul.

Partea fixă a programului este alcătuită din instrucţiunile etichetate de la 10 la 950 inclusiv, la care se adaugă instrucţiunea END cu eticheta 2 000, iar *partea mobilă* are rezervate etichetele cuprinse între 951 şi 1 999.

Prima instrucţiune a părţii mobile cuprinde numărul de plăci care urmează să fie calculate în domeniul plastic. Fiecare dintre celelalte instrucţiuni ale acestei părţi cuprinde toate datele necesare calculului unei singure plăci, scrise în următoarea ordine : R_1, R_2, g, p, n.

Pentru fiecare placă, programul furnizează valorile absolute ale momentelor capabile M_{k1}, M_{k2}, M_{k3} şi M_{k4}.

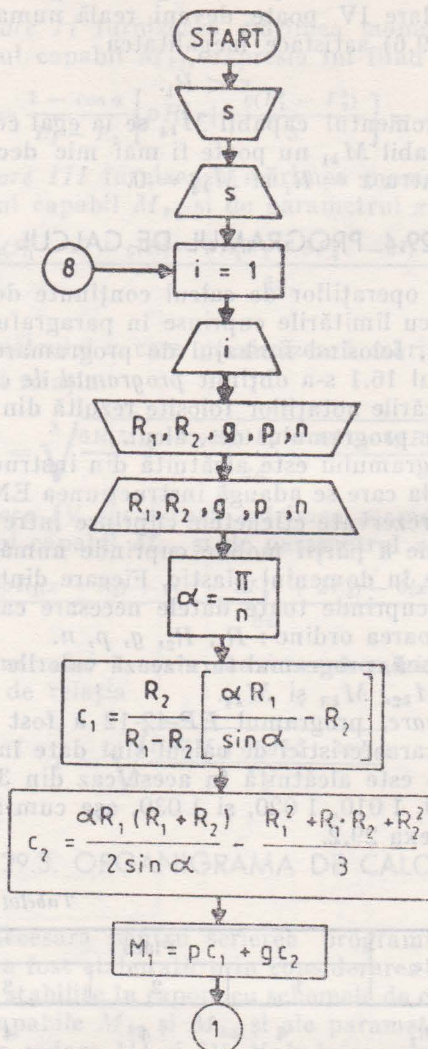
Pentru exemplificare, programul *EP*-42-12 a fost aplicat unui număr de 3 plăci, ale căror caracteristici de calcul sînt date în tabelul 29.1. Partea mobilă a programului este alcătuită în acest caz din 3 instrucţiuni DATA, avînd etichetele 1 000, 1 010, 1 020, şi 1 030, aşa cum se poate vedea în listarea conţinută de anexa 29.2.

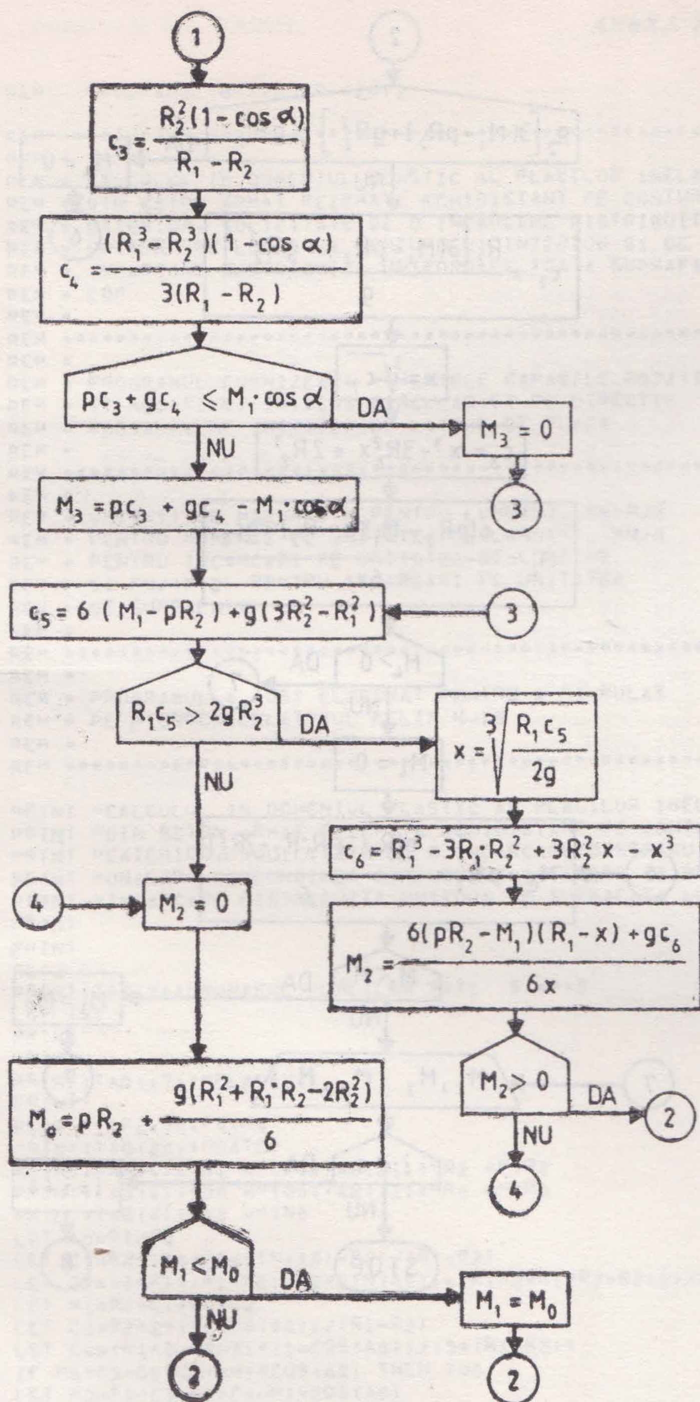
Tabelul 29.1

Date	Placa		
	1	2	3
R_1	4	4	4
R_2	2	2	3
g	10	10	10
p	0	10	40
n	3	15	30

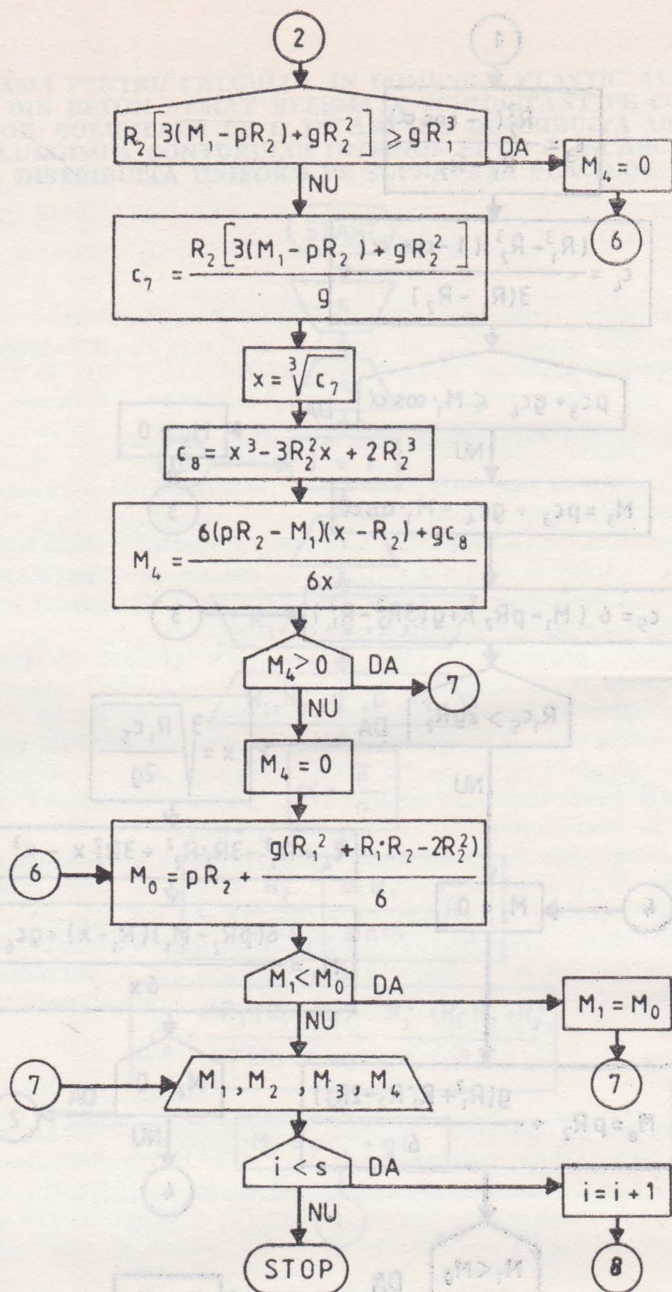
În anexa 29.3, sînt reproduse rezultatele obţinute prin rularea programului pentru cele 3 plăci considerate.

ORGANIGRAMĂ PENTRU CALCULUL ÎN DOMENIUL PLASTIC AL PLĂCILOR INELARE DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL EXTERIOR, SOLICITATE DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR ȘI DE O ÎNCĂRCARE DISTRIBUITĂ UNIFORM PE SUPRAFAȚA PLĂCILOR





1
$c_3 = \frac{R_2^2(1-\cos\alpha)}{R_1 - R_2}$
$c_4 = \frac{(R_1^3 - R_2^3)(1-\cos\alpha)}{3(R_1 - R_2)}$
$\rho c_3 + g c_4 \leq M_1 \cdot \cos\alpha$
DA
$M_3 = 0$
3
NU
$M_3 = \rho c_3 + g c_4 - M_1 \cdot \cos\alpha$
$c_5 = 6(M_1 - \rho R_2) + g(3R_2^2 - R_1^2)$
3
$R_1 c_5 > 2gR_2^3$
DA
$x = \sqrt[3]{\frac{R_1 c_5}{2g}}$
NU
$c_6 = R_1^3 - 3R_1 \cdot R_2^2 + 3R_2^2 x - x^3$
4
$M_2 = 0$
$M_2 = \frac{6(\rho R_2 - M_1)(R_1 - x) + g c_6}{6x}$
$M_2 > 0$
DA
2
NU
4
$M_0 = \rho R_2 + \frac{g(R_1^2 + R_1 \cdot R_2 - 2R_2^2)}{6}$
$M_1 < M_0$
DA
$M_1 = M_0$
NU
2
2


2
$R_2\left[3(M_1-pR_2)+gR_2^2\right] \geq gR_1^3$
DA
$M_4 = 0$
6
NU
$c_7 = \frac{R_2\left[3(M_1-pR_2)+gR_2^2\right]}{g}$
$x = \sqrt[3]{c_7}$
$c_8 = x^3 - 3R_2^2x + 2R_2^3$
$M_4 = \frac{6(pR_2-M_1)(x-R_2)+gc_8}{6x}$
$M_4 > 0$
DA
7
NU
$M_4 = 0$
6
$M_0 = pR_2 + \frac{g(R_1^2+R_1 \cdot R_2-2R_2^2)}{6}$
$M_1 < M_0$
DA
$M_1 = M_0$
7
NU
7
M_1, M_2, M_3, M_4
$i < s$
DA
$i = i+1$
8
NU
STOP

```
10 REM   PROGRAMUL BASIC EP-42-12
20 REM *******************************************************
30 REM *                                                     *
40 REM * CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE *
50 REM * DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL *
60 REM * EXTERIOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA  *
70 REM * UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O  *
80 REM * INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE TOATA SUPRAFATA *
90 REM * LOR                                              *
100 REM *                                                 *
110 REM *******************************************************
120 REM *                                                 *
130 REM * PROGRAMUL FURNIZEAZA MOMENTELE CAPABILE POZITIVE *
140 REM * SI NEGATIVE, IN SENS CIRCULAR SI PE DIRECTIE     *
150 REM * RADIALA, PE UNITATEA DE LATIME DE PLACA          *
160 REM *                                                 *
170 REM *******************************************************
180 REM *                                                 *
190 REM * UNITATI DE MASURA: M PENTRU LUNGIMI, KN*M/M      *
200 REM * PENTRU MOMENTE PE UNITATEA DE LUNGIME, KN/M      *
210 REM * PENTRU INCARCARI PE UNITATEA DE LUNGIME          *
220 REM * SI KN/(M^2) PENTRU INCARCARI PE UNITATEA         *
225 REM * DE SUPRAFATA                                     *
230 REM *                                                 *
240 REM *******************************************************
250 REM *                                                 *
260 REM * PROGRAMUL A FOST ELABORAT PENTRU A FI RULAT      *
270 REM * PE MICROCALCULATORUL FELIX M-18                  *
280 REM *                                                 *
290 REM *******************************************************

300 PRINT "CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE"
310 PRINT "DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL"
320 PRINT "EXTERIOR, SOLICITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA"
330 PRINT "UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O"
340 PRINT "INCARCARE DISTRIBUITA UNIFORM PE SUPRAFATA LOR"
360 PRINT
370 PRINT
380 READ S
390 PRINT;TAB(7);"NUMARUL PLACILOR ESTE  S =";S
400 LET I=1
410 PRINT
420 PRINT
430 PRINT:TAB(17);"PLACA";I
440 PRINT
450 READ R1,R2,G0,P0,N0
460 PRINT;TAB(20);"DATE"
470 PRINT;TAB(4);"R1 =";R1;TAB(31);"R2 =";R2
480 PRINT;TAB(4);"G0 =";G0;TAB(31);"P0 =";P0
490 PRINT;TAB(4);"N0 =";N0
500 LET A0=PI/N0
510 LET C1=R2*(A0*R1/SIN(A0)-R2)/(R1-R2)
520 LET C2=A0*R1*(R1+R2)/(2*SIN(A0))-(R1^2+R1*R2+R2^2)/3
530 LET M1=P0*C1+G0*C2
540 LET C3=R2^2*(1-COS(A0))/(R1-R2)
550 LET C4=(R1^3-R2^3)*(1-COS(A0))/(3*(R1-R2))
560 IF P0*C3+G0*C4<=M1*COS(A0) THEN 790
570 LET M3=P0*C3+G0*C4-M1*COS(A0)
580 LET C5=6*(M1-P0*R2)+G0*(3*R2^2-R1^2)
590 IF R1*C5>2*G0*R2^3 THEN 810
```

```
600 LET M2=0
610 LET M0=P0*R2+G0*(R1^2+R1*R2-2*R2^2)/6
620 IF M1<M0 THEN 880
630 IF R2*(3*(M1-P0*R2)+G0*R2^2)>=G0*R2^3 THEN 900
640 LET C7=R2*(3*(M1-P0*R2)+G0*R2^2)/G0
650 LET C0=LOG(C7)/3
660 LET X0=EXP(C0)
670 LET C8=X0^3-3*X0*R2^2+2*R2^3
680 LET M4=(6*(P0*R2-M1)*(X0-R2)+G0*C8)/(6*X0)
690 IF M4>0 THEN 730
700 LET M4=0
710 LET M0=P0*R2+G0*(R1^2+R1*R2-2*R2^2)/6
720 IF M1<M0 THEN 920
730 PRINT
740 PRINT;TAB(19);"MOMENTE"
750 PRINT;TAB(4);"M1 =";M1;TAB(31);"M2 =";M2
760 PRINT;TAB(4);"M3 =";M3;TAB(31);"M4 =";M4
770 IF I<5 THEN 940
780 GOTO 2000
790 LET M3=0
800 GOTO 580
810 LET C0=R1*C5/(2*G0)
820 LET C0=LOG(C0)/3
830 LET X0=EXP(C0)
840 LET C6=R1^3-3*R1*R2^2+3*X0*R2^2-X0^3
850 LET M2=(6*(P0*R2-M1)*(R1-X0)+G0*C6)/(6*X0)
860 IF M2>0 THEN 630
870 GOTO 600
880 LET M1=M0
890 GOTO 630
900 LET M4=0
910 GOTO 710
920 LET M1=M0
930 GOTO 730
940 LET I=I+1
950 GOTO 410
1000 DATA 3
1010 DATA 4,2,10,0,3
1020 DATA 4,2,10,10,15
1030 DATA 4,3,10,40,30
2000 END
```

ANEXA 29.3

```
CALCULUL IN DOMENIUL PLASTIC AL PLACILOR INELARE
DIN BETON ARMAT REZEMATE ECHIDISTANT PE CONTURUL
EXTERIOR, SOLIÇITATE DE O INCARCARE DISTRIBUITA
UNIFORM PE LUNGIMEA CONTURULUI INTERIOR SI DE O
INCARCARF DISTRIBUITA UNIFORM PE SUPRAFATA LOR

NUMARUL PLACILOR ESTE  S = 3.00000


                  PLACA 1.00000

                     DATE
R1 = 4.00000                  R2 = 2.00000
G0 = 10.0000                  P0 = .000000
N0 = 3.00000

                    MOMENTE
M1 = 51.7710                  M2 = .227615
M3 = 20.7810                  M4 = .000000


                  PLACA 2.00000

                     DATE
R1 = 4.00000                  R2 = 2.00000
G0 = 10.0000                  P0 = 10.0000
N0 = 15.0000

                    MOMENTE
M1 = 47.8430                  M2 = 4.62565
M3 = .000000                  M4 = .000000


                  PLACA 3.00000

                     DATE
R1 = 4.00000                  R2 = 3.00000
G0 = 10.0000                  P0 = 40.0000
N0 = 30.0000

                    MOMENTE
M1 = 137.800                  M2 = 1.08883
M3 = .000000                  M4 = .000000
```

BIBLIOGRAFIE

1. Baker, J. F., Horne, M. R., Heyman, I ; *The steel skeleton*, Vol. II : *Plastic behaviour and design*. Cambridge, University Press, 1956.
2. Bălan, Şt., Petcu, V., *Calculul structurilor în domeniul plastic. Momente independente*. Bucureşti, Editura Academiei R.S.R., 1976.
3. Beyer, K., *Die Statik im Stahlbetonbau*. Berlin-Gottingen-Heiderberg, Springer-Verlag, 1956.
4. Bia, C., Ille, V., Soare, M. V., *Rezistenţa materialelor şi Teoria elasticităţii*. Bucureşti, Editura didactică şi pedagogică, 1983.
5. Brandt, G. D., *Area properties from coordinates*. Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 88, No. ST3, June 1962.
6. Buzdugan, Gh., Beleş, A. A. ş.a., *Culegere de probleme din Rezistenţa materialelor*. Bucureşti, Editura Tehnică, 1955.
7. Cireşeanu, P., *Calculul reţelelor de grinzi în casete*. Bucureşti, Editura Tehnică, 1960.
8. Dimitrov, N., *Festigkeitslehre*, I. Berlin-New York, Walter de Gruyter, 1971.
9. Filonenco-Borodici, M. M. ş.a., *Curs de rezistenţa materialelor*, II (trad. din l. rusă). Bucureşti, Editura Tehnică, 1952.
10. Flessner, H., *Ein Beitrag zur Ermittlung von Querschnittswerten mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen*. Der Bauingenieur, 34, Nr. 4, 1962.
11. Gheorghiu, Al., *Statica construcţiilor*, Vol. I : *Structuri static determinate*. Bucureşti, Editura Tehnică, 1960.
12. Iremonger, M. J., *BASIC Stress analysis*. London, Butterworths, 1984.
13. Johansen, K. W., *Yield-line theory*. London, Cement and Concrete Association, 1962.
14. Kollbrunner, C. F., Meister, M., *Knicken, Biegedrillknicken, Kippen*. Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer Verlag, 1961.
15. L'Hermite, R., *Flambage et stabilité. Le flambage élastique des pièces droites*. Paris, Editions Eyrolles, 1974.
16. Massonnet, Ch., Cescotto, S., *Mécanique des matériaux*. Liège, Sciences et lettres, 1982.
17. Obrebski, J. B., *Application of the WDKM Program System to analysis of space structures*. Space structures, No. 1, 2, 1985.
18. Petcu, V., *Mecanisme de rupere exacte şi aproximative în calculul plastic al plăcilor dreptunghiulare de beton armat*. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, Nr. 3, 1966.
19. Petcu, V., Svasta, C., *Program BASIC pentru calculul în domeniul plastic al plăcilor dreptunghiulare din beton armat, rezemate pe tot conturul, solicitate de încărcări distribuite liniar*. Buletinul ştiinţific al Institutului de construcţii Bucureşti, Nr. 1–4, 1980.
20. Petcu, V., Stănculescu, G., Pancaldi, U., *Adaptabilitatea plastică a structurilor din beton armat*. Bucureşti, Editura Academiei R.S.R., 1981.
21. Petcu, V., Svasta, C., *BASIC Program for the plastic analysis of three-edge supported two-way reinforced concrete rectangular slabs subjected to linearly distributed loads*. Revue Roumaine des Sciences Techniques – Mécanique Appliquée, No. 2, 1987.
22. Petcu, V., Svasta, C., *Calculul automat al elementelor din beton armat*. Programe BASIC. Bucureşti, Editura Tehnică, 1986.
23. Petcu, V., Soare, M. V., *Calculul în domeniul plastic al plăcilor inelare din beton armat rezemate echidistant pe conturul exterior*. Costrucţii, 39, nr. 2–3, 1987.

24. Pflüger, A., *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*. Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1975.
25. Popov, E. P., *Mechanics of Materials*. London, Prentice/Hall International Inc., 1978.
26. Rosenthal, E., *Programmes de résistance des matériaux sur ORIC-1 et ORIC ATMOS*. Paris, Eyrolles, 1984.
27. Soare, M. V., *Aplicarea ecuaţiilor cu diferenţe finite la calculul plăcilor curbe subţiri*. Bucureşti, Editura Academiei R.S.R., 1968.
28. Soare, M. V., *Aplicarea ecuaţiilor cu diferenţe finite la calculul reţelelor spaţiale planar pătrate*. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, **26**, nr. 3, 1969.
29. Soare, M. V., *Contribution á l'étude des réseaux spatiaux planaires simples par la méthode des différences finies*. Revue Roumaine des Sciences Techniques-Mécanique Appliquée, V. 14, No. 5, 1969.
30. Soare, M.V., *Rezistenţa materialelor. Curs şi aplicaţii*. Vol. 1 şi 2. Bucureşti, Institutul de construcţii, 1978.
31. Soare, M. V., *O propunere de codificare a teoriilor din Mecanica construcţiilor*. Studii şi cercetări de mecanică aplicată, **38**, Nr. 1, 1979.
32. Soare, M. V., *Structuri discrete şi structuri continue în Mecanica construcţiilor*. Probleme unidimensionale. Bucureşti, Editura Academiei R.S.R., 1986.
33. Timoshenko, S.P., Gere, J.M., *Teoria stabilităţii elastice* (trad. din l. engleză). Bucureşti, Editura Tehnică, 1967.
34. * * * , *Manual BASIC pentru FELIX M-18 şi M-118*. Bucureşti, 1979.

Lei 36

ISBN 973-31-0104-4